2

Rentowność i ryzyko instrumentów finansowych

Paweł Niedziółka

2.1. Neutralna i negatywna koncepcja ryzyka

Słowo „ryzyko” wywodzi się ze starowłoskiego „risicare”. „Risicare” to „odważyć się”. Etymologia słowa „ryzyko” wskazuje zatem na to, że ryzyko jest wyborem człowieka, a nie jego przeznaczeniem[1].

Ryzyko można definiować, stosując podejście neutralne lub negatywne. W pierwszym przypadku utożsamia się je z możliwością uzyskania rezultatu innego niż oczekiwany (możliwość nieosiągnięcia założonego celu rozpatrywana w kategoriach: szansa – zagrożenie). Koncepcja negatywna wiąże ryzyko wyłącznie z czymś niepożądanym, a w wymiarze wymiernym – stratą. W praktyce, ze względu na odmienny charakter najważniejszych rodzajów ryzyka obecnych w procesie inwestycyjnym, niezbędne wydaje się zastosowanie zarówno koncepcji neutralnej, jak i negatywnej. Ryzyko, którego skutkiem może być strata lub zysk, określa się mianem spekulacyjnego (jego przykładem jest ryzyko rynkowe) – ryzyko spekulacyjne koresponduje z neutralną koncepcją ryzyka. Z kolei koncepcję negatywną wiązać należy z ryzykiem czystym, którego skutkiem może być strata lub jej brak (przykładem tego rodzaju ryzyka jest ryzyko operacyjne, opisane w dalszej części rozdziału). Z ryzykiem czystym i tym samym negatywną koncepcją ryzyka mamy do czynienia, gdy istnieje

[1] P.L. Bernstein, *Przeciw bogom. Niezwykłe dzieje ryzyka*, WIG-Press, Warszawa 1997, s. 19–20.

pewien stan (porządek) naturalny i optymalny, a czynniki na niego oddziałujące mogą go wyłącznie zdestabilizować – obok ryzyka operacyjnego, często wskazywanymi rodzajami ryzyka czystego są ryzyko ekologiczne i medyczne[2].

Ryzyko można również rozpatrywać w kategoriach wrażliwości na postęp techniczny. Jeśli w wyniku zmian technologicznych oraz wdrożenia innowacji technicznych lub organizacyjnych ryzyko ulega redukcji, określa się je mianem ryzyka dynamicznego. Ryzyko nieskorelowane z postępem technicznym to ryzyko statyczne.

Próbując syntetycznie wskazać cechy odróżniające ryzyko od innych zjawisk w działalności gospodarczej, wymienić należy następujące właściwości:

– kwantyfikowalność – w przeciwieństwie do niepewności, ryzyko można zmierzyć,
– skończona (choć niekiedy niezwykle duża) liczba potencjalnych zdarzeń, mogących wystąpić w przyszłości – każdemu z nich przypisywane jest określone prawdopodobieństwo wystąpienia,
– w momencie podejmowania decyzji odnoszącej się do określonej zmiennej brak wiedzy na temat jej skutków,
– ryzyko, ze względu na mierzalność, podlega stopniowaniu i zmienia się w czasie.

W dużej mierze skala ponoszonego ryzyka jest funkcją stosunku do ryzyka osoby lub instytucji narażonej na ryzyko i oczekującej pewnej za to rekompensaty w postaci zysku. Wyróżnić można trzy alternatywne postawy wobec ryzyka:

– awersja do ryzyka (za dodatkowe podjęte ryzyko oczekiwana jest premia) – podmiot charakteryzujący się awersją do ryzyka, mając do wyboru pewną wypłatę oraz wartość oczekiwaną tej wypłaty (równą pewnej wypłacie), wybierze pewną wypłatę. Awersja do ryzyka to najczęściej występująca postawa wśród podmiotów gospodarczych, w tym inwestorów giełdowych;
– skłonność do ryzyka – podmiot charakteryzujący się skłonnością do ryzyka, mając do wyboru pewną wypłatę oraz wartość oczekiwaną tej wypłaty (równą pewnej wypłacie), wybierze grę o wartości oczekiwanej równej pewnej wypłacie;
– obojętność wobec ryzyka (ryzyko pozostaje bez wpływu na decyzję, tzn. inwestor jest obojętny wobec wyboru między grą o wartości oczekiwanej równej pewnej wypłacie i pewną wypłatą).

Proces zarządzania ryzykiem składa się z następujących etapów:

– identyfikacja ryzyka – konieczne jest ustalenie najważniejszych rodzajów ryzyka, determinant zmienności ich wartości oraz wzajemnych powiązań pomiędzy poszczególnymi typami ryzyka;

---

[2] Por. K. Jajuga, *Koncepcja ryzyka i proces zarządzania ryzykiem – wprowadzenie*, [w:] K. Jajuga (red.), *Zarządzanie ryzykiem*, PWN, Warszawa 2008.

- kwantyfikacja ryzyka, czyli jego pomiar – w ramach tego etapu niezbędne jest ustalenie metod pomiaru ryzyka oraz częstotliwości badania. Wyselekcjonowane mierniki powinny być adekwatne do rodzaju ryzyka ponoszonego przez dany podmiot. Ich katalog musi zawierać także miary rekomendowane przez regulatora rynku. Zbyt rozległa informacja nie daje jednak jasnego obrazu i znacznie utrudnia podjęcie adekwatnych działań zaradczych. Ze względu na pozytywną zależność pomiędzy poziomem ryzyka a rekompensatą za nie, pomiar ryzyka wydaje się niezbędnym etapem procesu jego wyceny. W niektórych jednak przypadkach zastosowanie konkretnego miernika może okazać się niemożliwe (np. w przypadku ryzyka ekologicznego), stąd gradacja przybiera formę kwalitatywną (ryzyko niskie, średnie, wysokie, ekstremalne itp.);
- wybór metod ograniczania ryzyka wraz z decyzją odnośnie do warunków, które muszą być spełnione, aby dane rozwiązanie zostało zastosowanie. Podejmując decyzję o technikach ograniczania ryzyka, należy wziąć pod uwagę stopień ich skomplikowania, możliwość odwrócenia pozycji (zamknięcia pozycji), uzyskiwany zakres ochrony oraz koszt strategii;
- monitoring procesu zarządzania ryzykiem – na podstawie danych historycznych należy ocenić zasadność wybranych mierników ryzyka, adekwatność technik ograniczania ryzyka oraz to, czy wykorzystane rozwiązania zostały wdrożone w stopniu optymalnym (w optymalnym czasie i zakresie). Kontrola procesu to jednocześnie weryfikacja, czy nie występują w nim luki oraz czy proces nie jest obarczony zbyt wysokim ryzykiem operacyjnym (związanym na przykładem z brakiem zastępowalności osób odpowiedzialnych za zarządzanie ryzykiem lub nieadekwatnymi kompetencjami pracowników pionu ryzyka).

W tym miejscu warto zaznaczyć, że zarządzanie ryzykiem nie oznacza „mechanicznej" jego eliminacji. Można bowiem zastosować następujące kroki:

- unikać ryzyka – ta strategia pozostaje współcześnie w sferze raczej teoretycznej;
- zaakceptować ryzyko, to znaczy nie podejmować działań na rzecz jego ograniczenia. Akceptacja ryzyka może wynikać z czterech powodów (w konkretnym przypadku mogą występować niektóre z nich lub wszystkie): (i) niewielkiej skali ryzyka, (ii) braku adekwatnych instrumentów ograniczania ryzyka, (iii) wysokiego kosztu hedgingu lub (iv) intencji skorzystania z szans, jakie niesie ze sobą ryzyko (podejście odnoszące się do ryzyka, określanego jako spekulacyjne);
- neutralizować ryzyko za pomocą dostępnych technik wewnętrznych (niewymagających zaangażowania stron trzecich, np. kompensata, hedging naturalny itp.);

– przenieść ryzyko na inny podmiot, co dokonywane jest w sposób odpłatny (np. ubezpieczenie, niesymetryczne instrumenty pochodne) lub nieodpłatny (np. symetryczne instrumenty pochodne, syndykacja). Decyzja odnosząca się do zakresu ochrony uzyskiwanej w drodze przeniesienia ryzyka na podmiot trzeci zależy od kosztu takiej operacji oraz ostatecznego rachunku korzyści i kosztów (w tym odpowiedzi na pytanie, czy transfer danego rodzaju ryzyka nie rodzi innego jego typu).

2.2. Taksonomia ryzyka w obrocie instrumentami finansowymi

Obrót instrumentami finansowymi wiąże się z ryzykiem:
– rynkowym,
– kredytowym,
– płynności,
– operacyjnym,
– makroekonomicznym,
– modelu.

Ryzyko rynkowe wiąże się ze zmianami stóp zwrotu instrumentów finansowych, korelacji między nimi oraz fluktuacjami kursów walutowych i stóp procentowych. Poszczególne komponenty ryzyka rynkowego są silnie ze sobą powiązane (np. zmiany stóp procentowych wywołują zmiany cen obligacji i tym samym stóp zwrotu z inwestycji w nie). Fluktuacje cen instrumentów finansowych można wytłumaczyć na gruncie klasycznej teorii finansów lub w oparciu o teorię finansów behawioralnych, zaś zmienność takich parametrów makroekonomicznych jak stopy procentowe oraz kursy walutowe jest wypadkową zmian w otoczeniu międzynarodowym (np. odpływ kapitału spekulacyjnego z rynków wschodzących) oraz wewnątrzkrajowych (zmiany tempa wzrostu PKB, stopy bezrobocia, poziomu inflacji, poziomu rezerw walutowych, stopnia restrykcyjności polityki pieniężnej itd.). Ryzyko rynkowe jest typowym przykładem ryzyka spekulacyjnego.

Ryzyko kredytowe to ryzyko pogorszenia się kondycji ekonomiczno-finansowej emitenta instrumentu finansowego oraz ryzyko związane z potencjalną niewypłacalnością kontrahenta w transakcji kupna/sprzedaży instrumentów finansowych. Może mieć ono wymiar bilansowy (np. zakup obligacji) lub pozabilansowy (np. gwarantowanie wykupu papierów dłużnych). Ryzyko kredytowe ulega gradacji, a wyznacznikami jego poziomu mogą być: rating (zewnętrzny lub wewnętrzny), marża kredytowa lub kwotowania kredytowych instrumentów pochodnych. Dzięki krótkiej sprzedaży obligacji oraz kredytowym instrumentom pochodnym możliwe stało się zajęcie krótkiej pozycji na rynku ryzyka kredytowego (tj. czerpanie korzyści również w przypadku wzrostu ryzyka kredytowego). Ryzyko kredytowe rośnie wraz ze spadkiem wartości zabezpieczeń, relatywnym wzrostem zadłużenia, pogorszeniem się płynności lub rentowności. Zależy również od pozycji instrumentu posiadanego przez inwestora w tzw. hierarchii podporządkowania[3].

Ryzyko operacyjne związane jest z zawodnością procesów wewnętrznych, systemów, ludzi oraz możliwością niekorzystnego oddziaływania ze strony czynników zewnętrznych. W praktyce inwestowania w instrumenty finansowe ryzyko operacyjne objawia się w postaci: błędów ludzkich, oszustw (zewnętrznych lub wewnętrznych), przekroczenia kompetencji, awarii systemów informatycznych lub podjęcia działań niezgodnych z obowiązującym prawem.

Kluczowym rodzajem ryzyka, immanentnie wpisanym w działalność inwestycyjną, jest ryzyko płynności. Rynek płynny to rynek, który jest jednocześnie[4]:

- ciasny (*tight market*), tzn. na tyle konkurencyjny, aby wywierać presję na redukcję kosztów transakcyjnych,
- natychmiastowy (*immediate market*), tzn. daną transakcję można zrealizować w dowolnie wybranym momencie,
- głęboki (*deep market*), tzn. napływające oferty kupna i sprzedaży z cenami zbliżonymi do aktualnych cen transakcyjnych sprawiają, że kształtuje się wolumenowa równowaga między popytem i podażą,
- szeroki (*broad market*), tzn. zawieranych jest względnie dużo transakcji o dużych pojedynczych wartościach, które to operacje nie wpływają znacząco na ceny rynkowe w kolejnych transakcjach,
- odporny (*resilient market*), tzn. w przypadku odchylenia się cen od poziomu równowagi, uwarunkowanej np. podstawami fundamentalnymi, pojawią się oferty ukierunkowane na przywrócenie ceny równowagi

Płynność instrumentu finansowego można zmierzyć za pomocą:

- spreadu, czyli różnicy pomiędzy kursem sprzedaży i kursem kupna,
- tzw. *free float* w przypadku instrumentów notowanych na rynkach giełdowych[5],

---

[3] Hierarchia taka wskazuje na kolejność inwestorów w zaspokajaniu się z bieżących przepływów generowanych przez emitenta instrumentu finansowego lub w zaspokajaniu się z majątku pozostającego do podziału po likwidacji emitenta. W hierarchii podporządkowania pierwsze miejsca zajmują wierzyciele (kolejno dług *super senior*, następnie *senior* oraz *mezzannine financing*), a po nich właściciele (akcje, z uwzględnieniem ewentualnego uprzywilejowania).

[4] Por. A. Sarr, T. Lybek, *Measuring liquidity in financial markets*, „Working Paper" nr 02/232/IMF, Washington D.C. – podaję za G. Hałaj, *Przegląd metod badania płynności banków*, „Bank i Kredyt" nr 07/2008, s. 16–17 i 24.

[5] *Free float* to udział akcji w obrocie publicznym, znajdujących się poza kontrolą dużych (strategicznych) inwestorów. W przypadku GPW w Warszawie drobnym inwestorem określa się osobę/podmiot, w którego w rękach znajdują się walory dające nie więcej niż 5% głosów na WZA.

– wartość lub wolumen obrotów, lub liczba transakcji w trakcie sesji giełdowej[6].

Ryzyko makroekonomiczne to ryzyko pogorszenia się kluczowych agregatów makroekonomicznych, zwiększające tym samym prawdopodobieństwo powstania kryzysu finansowego. Wzrost ryzyka makroekonomicznego jest silnie i pozytywnie skorelowany z niedywersyfikowalnym ryzykiem systematycznym oddziałującym w podobnym stopniu na wszystkie podmioty notowane na rynku, choć należy wspomnieć, że nie tylko pogorszenie danych makroekonomicznych, ale także czynniki behawioralne (zwłaszcza w okresie gwałtownej i długotrwałej hossy powiązanej z umacnianiem się kursu waluty krajowej) oddziałują na poziom ryzyka systematycznego. Jego występowanie uwidacznia się szczególnie w postaci gwałtownej wyprzedaży papierów wartościowych, skutkującej równie istotną ich przeceną – zdarzenia takie dały się zapamiętać jako: Czarny Czwartek (krach na giełdzie nowojorskiej dnia 24 października 1929 roku oraz gwałtowne umocnienie się kursu CHF względem PLN w dniu 15 stycznia 2015 roku), Czarny Poniedziałek (spadek indeksu Dow Jones Industrial Average o 22 procent w dniu 19 października 1987 roku) itd.

Ryzyko modelu łączyć należy z ryzykiem wdrożenia nieprawidłowo zbudowanych modeli, niewłaściwym zastosowaniem modelu, brakiem jego koniecznej walidacji, a później ewentualnej aktualizacji. W procesie inwestycyjnym najważniejsze rodzaje modeli, które obarczone są wspomnianym ryzykiem, to modele wyceny aktywów i ryzyka, modele wykorzystywane w analizie portfelowej, technicznej oraz fundamentalnej.

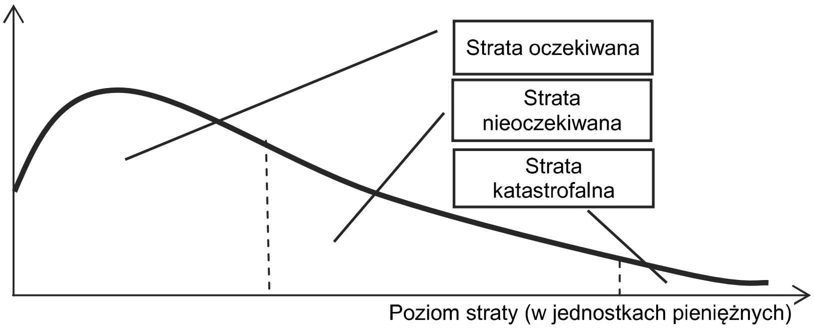
2.3. Ryzyko inwestowania a kapitał inwestora

W przypadku inwestorów instytucjonalnych poziom ponoszonego ryzyka powinien być skorelowany z posiadanym przez nich kapitałem. Potencjalne straty dzielone są na trzy kategorie:
– straty oczekiwane,
– straty nieoczekiwane,
– straty katastroficzne.

W skład *free float* nie wchodzą również tzw. akcje zastrzeżone. Poziom *free float* i kapitalizacja akcji w „wolnym" obrocie to wyznaczniki dopuszczenia akcji spółki do obrotu na rynku podstawowym lub równoległym.

[6] P. Porcelanuk, *Zastosowanie kowariancji do szacowania spreadu bid-ask dla akcji notowanych na GPW w Warszawie*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 862, „Finanse. Rynki Finansowe. Ubezpieczenia" nr 75 (2015), s. 404.

Schemat 2.1. Prawdopodobieństwo powstania straty a jej poziom

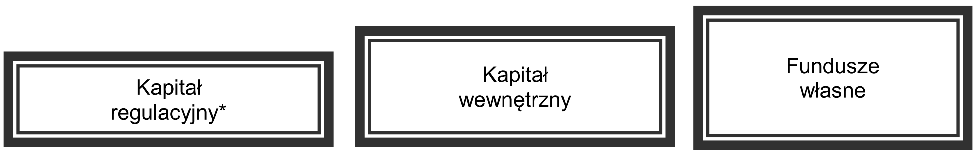


Źródło: Opracowanie własne.

Straty oczekiwane pokrywane są z bieżącej działalności, obciążając bieżący wynik rezerwami. „Amortyzatorem" strat nieoczekiwanych jest kapitał wewnętrzny. Kapitał wewnętrzny (nazywany również ekonomicznym) to szacowana przez instytucję kwota kapitału, niezbędna do pokrycia wszystkich zidentyfikowanych, istotnych rodzajów ryzyka występujących w prowadzonej przez nią działalności oraz wpływu zmian otoczenia gospodarczego, uwzględniająca przewidywany poziom ryzyka. Całkowita wielkość kapitału wewnętrznego zazwyczaj raportowana jest jako suma kapitałów wewnętrznych na pokrycie wszystkich uwzględnianych w estymacji rodzajów ryzyka. Prawdopodobieństwo wystąpienia w jednym czasie wszystkich rodzajów ryzyka jest niewielkie, stąd pominięcie korelacji pomiędzy czynnikami ryzyka traktować należy jako podejście konserwatywne. Zwykle kapitał wewnętrzny pokrywa straty nieoczekiwane dla ryzyka kredytowego oraz rynkowego, natomiast wszystkie straty dla pozostałych komponentów ryzyka. Estymacja kapitału wewnętrznego przeprowadzana jest zwykle dla rocznego horyzontu czasowego, przy względnie wysokich poziomach ufności (przekraczających 99%). Strat katastroficznych instytucja nie jest zazwyczaj w stanie pokryć.

Prawidłowe relacje pomiędzy różnymi rodzajami kapitału zaprezentowano na schemacie 2.2.:

Schemat 2.2. Optymalne relacje pomiędzy różnymi rodzajami kapitału raportowanymi przez inwestora instytucjonalnego



* – o ile inwestor instytucjonalny zobowiązany jest do utrzymywania kapitału regulacyjnego.

Źródło: Opracowanie własne.

2.4. Zasadność analizy cen oraz stóp zwrotu

Przedmiotem analizy ryzyka związanego z instrumentami finansowymi powinny być stopy zwrotu, a nie ceny. Wynika to z lepszych właściwości statystycznych stóp rentowności w stosunku do cen. Wartość oczekiwana procesu ceny i jego wariancja są niestabilne i zależą od czasu, podczas gdy kowariancja jest funkcją długości odstępów czasowych między obserwacjami, zwanych realizacjami procesu. Zmienne w czasie są zatem parametry rozkładów cen i prawdopodobieństwo wystąpienia pewnej sytuacji zmienia się w miarę upływu czasu. Stopy zwrotu, w przeciwieństwie do cen aktywów, nie są skorelowane w czasie[7].

2.5. Typologia stóp zwrotu z pojedynczych instrumentów finansowych

Rentowność pojedynczych instrumentów finansowych można wyznaczyć za pomocą następujących miar:

- Bezwzględna (absolutna) zmiana ceny instrumentu finansowego (D_t):

$$D_t = P_t - P_{t-1} \tag{2.1}$$

gdzie:

P_t – cena w momencie t,
P_{t-1} – cena w momencie t–1.

- Względna (arytmetyczna, zwykła, dyskretna) stopa zwrotu (R_t):

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \tag{2.2}$$

- Stopa kapitalizacji ciągłej, czyli logarytmiczna stopa zwrotu (r_t):

$$r_t = ln(1 + R_t) = ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = p_t - p_{t-1} \tag{2.3}$$

gdzie:

$p_t = ln(P_t)$ jest logarytmem naturalnym P_t.

Skoro:

$r_t = ln(1 + R_t)$, to:

$$R_t = e^{r_t} - 1 \tag{2.4}$$

[7] A. Pasztyła, *Badania dochodu i ryzyka inwestycji za pomocą analizy rozkładów*, www.statsoft.pl (10.04.2012), s. 22–23 oraz M. Wierzbicki, *Prognozowanie cen – kilka trudnych pojęć*, www.motte.pl (10.04.2012).

Przykład 2.1. Wyznaczanie arytmetycznej i logarytmicznej stopy zwrotu

Cena akcji A w dniu 30 marca wynosiła 52 PLN, zaś dzień wcześniej 48,6 PLN. Proszę wyznaczyć arytmetyczną oraz logarytmiczną stopę zwrotu.
Rozwiązanie:
Stopa arytmetyczna: $R_t = \frac{52-48,6}{48,6} = 7,0\%$,
Stopa logarytmiczna: $r_t = ln(1+7\%) = 6,8\%$.

Zależność opisana wzorem (2.4) wskazuje, że arytmetyczne oraz logarytmiczne stopy zwrotu powinny charakteryzować się tym samym znakiem. Ponadto logarytmowanie szeregów cen zmniejsza i stabilizuje wariancję elementów tego szeregu i finalnie wartości funkcji logarytmicznej rosną coraz wolniej, stąd prawdziwa jest zależność $r_t \leq R_t$, która wynika z nierówności[8]:

$$r_t = ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = ln\left[\frac{(P_t - P_{t-1} + P_{t-1})}{P_{t-1}}\right] = ln(1+R_t) = R_t - \frac{(R_t)^2}{2} + \frac{(R_t)^3}{3} - \cdots +$$

$$\underbrace{\Rightarrow r_t \leq R_t}_{\boxed{\text{Rozwinięcie Taylora dla logarytmu naturalnego: } ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} x^n}} \tag{2.5}$$

Oprócz stabilizacji wariancji argumentami za stosowaniem w praktyce logarytmicznych stóp zwrotu są:

- Niezgodność wniosków dotyczących analizy lewego ogona rozkładu normalnego stóp zwrotu z teorią ekonomii. Przyjmując za podstawę badania stopy arytmetyczne, uzyskujemy bowiem konieczność zaakceptowania ujemnych cen:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \to -\infty \Leftrightarrow \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \to -\infty \Leftrightarrow P_t < 0 \tag{2.6}$$

Przyjęcie logarytmicznych stóp zwrotu nie powoduje wspomnianego wyżej efektu:

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \to -\infty \Rightarrow \frac{P_t}{P_{t-1}} \to 0 \Leftrightarrow P_t \to 0 \tag{2.7}$$

[8] www.analizaportfelowa.pl/education/historicrates.aspx (10.04.2012).

- Addytywność stóp logarytmicznych (stopa zwrotu w okresie jest sumą stóp zwrotu w podokresach tworzących ten okres):

$$r_t(k) = \ln[1 + R_t(k)] = \ln[(1 + R_t) \times (1 + R_{t-1}) \times (1 + R_{t-k+1})] = \ln\left[\left(1 + \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1\right) \times \left(1 + \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} - 1\right) \times \left(1 + \frac{P_{t-k+1}}{P_{t-k}} - 1\right)\right] = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \times \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \cdot \ldots \cdot \frac{P_{t-k+1}}{P_{t-k}}\right) = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) + \ln\left(\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}}\right) + \ln\left(\frac{P_{t-k+1}}{P_{t-k}}\right) = r_t + r_{t-1} + \cdots + r_{t-k+1} \quad (2.8)$$

Logarytmiczna stopa zwrotu z instrumentu finansowego po kilku okresach stanowi zatem sumę stóp zwrotu w podokresach. k-okresowej arytmetycznej stopy zwrotu nie można rozbić na sumę stóp zwrotu w podokresach:

$$R_t(k) = \left(\frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} + 1\right) \cdot \left(\frac{P_{t-1} - P_{t-2}}{P_{t-2}} + 1\right) \cdot \ldots \cdot \left(\frac{P_{t-k+1} - P_{t-k}}{P_{t-k}} + 1\right) - 1 = \frac{P_t}{P_{t-k}} - 1 \quad (2.9)$$

2.6. Pomiar ryzyka rynkowego

Analiza portfelowa ukierunkowana jest na optymalizację struktury portfela w sensie minimalizacji poziomu ryzyka rynkowego w przeliczeniu na jednostkę oczekiwanej rentowności. Z tych powodów w niniejszym rozdziale zaprezentowano wyłącznie mierniki rentowności oraz miary ryzyka rynkowego, rozumianego jako ryzyko związane ze zmiennością stóp zwrotu z inwestycji w instrumenty finansowe oraz korelacji między nimi. Pomiar ryzyka rynkowego instrumentów finansowych ukierunkowany jest przy tym na wyznaczenie zmienności stóp zwrotu, wrażliwości oraz wartości narażonej na ryzyko.

2.6.1. Mierniki zmienności[9]

Zmienność należy wiązać z przeciętnym odchyleniem pomiędzy wartością średnią stopy zwrotu a poszczególnymi historycznymi obserwacjami. Wartość oczekiwana stopy zwrotu najczęściej przybliżana jest na podstawie analizy historycznych szeregów czasowych za pomocą średniej[10]:

- arytmetycznej: $\bar{\bar{R}} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} x_t$ (2.10)

[9] Por. K. Jajuga, *Miary ryzyka rynkowego* – cz. 1, „Rynek Terminowy" nr 6/99, s. 67–69.

[10] Możliwe jest również zastosowanie podejścia scenariuszowego lub modeli symulacyjnych generujących ceny.

- ważonej: $\bar{\bar{R}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} n_i} \sum_{i=1}^{n} x_i \times n_i$ (2.11)

- geometrycznej: $\bar{\bar{R}} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i}$ (2.12)

Odchylenie standardowe (będące pierwiastkiem kwadratowym z wariancji) można wyznaczyć w oparciu o następującą formułę:

- odchylenie standardowe stóp zwrotu **w populacji:**

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \times \sum_{t=1}^{n} \left(R_t - \bar{R}\right)^2} \tag{2.13}$$

gdzie:

n – liczba obserwacji rentowności,
R_t – rentowność wyznaczona w momencie t,
$\bar{R}$ – rentowność średnia (arytmetyczna).

- odchylenie standardowe stóp zwrotu **w próbie** (jako estymator, ale obciążony odchylenia standardowego w populacji):

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \times \sum_{t=1}^{n} \left(R_t - \bar{R}\right)^2} \tag{2.14}$$

gdzie:

n – liczba obserwacji rentowności,
R_t – rentowność wyznaczona w momencie t,
$\bar{R}$ – rentowność średnia (arytmetyczna) dla próby.

Przykład 2.2. Szacowanie odchylenia standardowego stopy zwrotu z akcji

Dane są następujące jednodniowe stopy zwrotu akcji A:

Okres	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Stopa zwrotu	2,5%	-0,1%	0,0%	3,1%	0,7%	3,2%	1,1%	-4%	-0,5%	1,1%

Proszę wyznaczyć średnią stopę zwrotu z akcji A oraz odchylenie standardowe.
Rozwiązanie:

$$\bar{R} = 0{,}71\%$$
$$s = 2{,}11\%$$

Rzadziej stosowaną miarą zmienności jest **odchylenie przeciętne** (wzór (2.15) ilustruje estymację odchylenia przeciętnego dla populacji):

$$s = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|R_t - \bar{R}\right| \tag{2.15}$$

Idea wyliczenia odchylenia standardowego oraz odchylenia przeciętnego jest właściwie identyczna i opiera się na założeniu odrzucenia możliwości kompensowania odchyleń dodatnich i ujemnych, co zniekształcałoby obraz obserwowanych w przeszłości wahań kursowych.

Jeśli rozkład stóp zwrotu opisany jest za pomocą miar pozycyjnych, adekwatnymi miarami dyspersji są:

- odchylenie międzykwartylowe (rozstęp ćwiartkowy, kwartylny):

$$Q_A = Q_3 - Q_1 \tag{2.16}$$

oraz

- odchylenie ćwiartkowe:

$$Q_v = \frac{Q_3 - Q_1}{2} \tag{2.17}$$

gdzie:

Q_3 oraz Q_1 to odpowiednio trzeci i pierwszy kwartyl zbioru obserwacji.

Przykład 2.3. Szacowanie odchylenia międzykwartylowego i ćwiartkowego

Dla danych z przykładu 2.2. proszę wyznaczyć odchylenie międzykwartylowe i ćwiartkowe.
Rozwiązanie:

$$Q_A = 2{,}23\%$$

$$Q_V = 1{,}12\%$$

Informacja dotycząca zmienności mierzonej odchyleniem standardowym wymaga standaryzacji – to zaś jest warunkiem koniecznym ewentualnego porównania różnych inwestycji. Funkcję miernika wskazującego „ilość ryzyka” na jednostkę rentowności pełni współczynnik zmienności:

$$Z = \frac{s}{\bar{R}} \tag{2.18}$$

Przykład 2.4. Szacowanie współczynnika zmienności

Dla danych z przykładu 2.2. proszę wyznaczyć współczynnik zmienności.
Rozwiązanie:

$$Z = \frac{2{,}11\%}{0{,}71\%} = 2{,}97$$

Współczynnik zmienności w przypadku rozkładu stóp zwrotu opisanego miernikami pozycyjnymi wyznacza się za pomocą wzoru (2.19):

$$V = \frac{Q_v}{M} \tag{2.19}$$

gdzie:

V – współczynnik zmienności dla rozkładu opisanego za pomocą miar pozycyjnych,
M – mediana.

Pomiar ryzyka rynkowego za pomocą miar zmienności wymaga rozstrzygnięcia następujących dylematów:

– który szereg czasowy wybrać?
– czy uwzględnić efekt „starzenia się” informacji?
– w jaki sposób odzwierciedlić obserwowane trendy?
– jak traktować obserwacje nietypowe?

2.6.2. Mierniki wrażliwości

Mierniki wrażliwości stawiają sobie za cel identyfikację siły i charakteru oddziaływania poszczególnych determinant wartości instrumentów finansowych.

Przykładem miernika wrażliwości jest duration (D) opisany wzorem:

$$D = \frac{1}{kP} \sum_{t=1}^{n \times k} \frac{t \times CF_t}{\left(1 + \frac{YTM}{k}\right)^t} \tag{2.20}$$

gdzie:

P – rynkowa cena obligacji,
k – liczba podokresów w okresie rocznym,
n – liczba lat do terminu wykupu obligacji,
CF_t – przepływ pieniężny generowany przez obligację w momencie t,
YTM – stopa zwrotu w terminie do wykupu, czyli wewnętrzna stopa zwrotu z inwestycji w obligację (stopa dyskontowa, której zastosowanie do wyceny obligacji prowadzi do uzyskania ceny rynkowej obligacji).

Podstawowymi właściwościami stopy YTM (*Yield – To – Maturity*) są:

- założenie, że inwestor przetrzyma papier dłużny do terminu wykupu i będzie reinwestował kupony po stopie YTM,
- dyskontowanie wszystkich przepływów generowanych przez papier dłużny za pomocą tej samej stopy (YTM),
- pozytywna korelacja z wysokością stopy kuponowej.

Podstawowe relacje pomiędzy stopą YTM, stopą kuponową i ceną rynkową obligacji zawiera tabela 2.1.

Tabela 2.1. Stopa YTM, stopa kuponowa (C), cena rynkowa obligacji (R), cena nominalna obligacji (N)

Zależność między YTM i C	Cena rynkowa a cena nominalna obligacji
YTM < C	R > N
YTM = C	R = N
YTM > C	R < N

Źródło: Opracowanie własne.

Przykład 2.5. Wyznaczanie duration dla obligacji stałokuponowej

Proszę wyznaczyć duration dla 2-letniej obligacji stałokuponowej o wartości nominalnej 100 PLN, wypłacającej półroczne kupony. Stopa kuponowa = 8% p.a. Stopa YTM = 6% p.a.
Rozwiązanie:

$$D=\frac{\frac{4\cdot 1}{(1+0{,}03)}+\frac{4\cdot 2}{(1+0{,}03)^2}+\frac{4\cdot 3}{(1+0{,}03)^3}+\frac{4\cdot 104}{(1+0{,}03)^4}}{4\cdot\left(\frac{4}{(1+0{,}03)}+\frac{4}{(1+0{,}03)^2}+\frac{4}{(1+0{,}03)^3}+\frac{104}{(1+0{,}03)^4}\right)}=1{,}89$$

Z kolei zmodyfikowana duracja (zmodyfikowana duracja Macaulaya) wyrażona jest wzorem (2.21):

$$MD=\frac{D}{1+YTM_0} \tag{2.21}$$

a wypukłość wzorem (2.22):

$$C=\frac{1}{k^2\times P\times\left(1+\frac{YTM}{k}\right)^2}\times\sum_{t=1}^{n\times k}\frac{t\times(t+1)\times CF_t}{\left(1+\frac{YTM}{k}\right)^t} \tag{2.22}$$

Duracja oraz wypukłość są podstawowymi miernikami wrażliwości cen obligacji na zmiany rynkowej stopy procentowej:

$$\Delta P = -D \times \frac{\Delta YTM}{1+YTM_0} + \frac{1}{2} \cdot C \times (\Delta YTM)^2 + B \tag{2.23}$$

lub

$$\Delta P = -MD \times \Delta YTM + \frac{1}{2} \cdot C \times (\Delta YTM)^2 + B \tag{2.24}$$

gdzie:

ΔP – procentowa zmiana ceny obligacji,
B – błąd oszacowania[11].

Przykład 2.6. Szacowanie przybliżonego wpływu zmian rynkowych stóp procentowych na zmianę ceny obligacji

Na podstawie danych z przykładu 2.5. proszę wyznaczyć szacunkową (procentową) zmianę ceny obligacji w przypadku spadku stopy YTM o 200 punktów bazowych.
Rozwiązanie:

$$D = 1{,}89$$

$$C = 4{,}37$$

$$\Delta P \approx -1{,}89 \times \frac{-2\%}{1+6\%} + 4{,}37 \times (0{,}02)^2 \approx 3{,}74\%$$

$$P_0 = \frac{4}{(1+0{,}03)} + \frac{4}{(1+0{,}03)^2} + \frac{4}{(1+0{,}03)^3} + \frac{104}{(1+0{,}03)^4} = 103{,}72\ PLN$$

gdzie:

P_0 – cena w momencie t_0.

Zmiana ceny w jednostkach pieniężnych:

$$\Delta P \approx 3{,}74\% \cdot 103{,}72 PLN = 3{,}88\ PLN$$

W przypadku niewielkich zmian rynkowych stóp procentowych do wyznaczenia zmiany wartości obligacji stosuje się wyłącznie durację, co jednak oznacza sprowadzenie zależności między stopą procentową i wartością obligacji do funkcji liniowej, podczas gdy faktycznie funkcja odznacza się wypukłością. Uzyskany wynik w niewielkim stopniu będzie różnił się od uzyskanego dzięki

[11] Błąd oszacowania wynika stąd, iż badając funkcję ceny obligacji, pod uwagę brane są wyłącznie: wyraz pierwszego rzędu rozwinięcia szeregu Taylora (duracja) oraz wyraz rzędu drugiego (wypukłość).

wyznaczeniu różnicy między wartością obligacji przed i po zmianie oprocentowania. Różnica ta jednak staje się tym większa, im większa jest zmiana rynkowej stopy procentowej. Dlatego, w celu doprecyzowania estymacji, do kalkulacji włącza się wypukłość, opisaną wzorem (2.22), a formuła opisująca wpływ zmian rynkowych stóp procentowych na wartość obligacji przybiera postać wzoru (2.24). Wciąż jednak pozostaje rozbieżność między zmianą ceny wyliczoną z wykorzystaniem duracji i wypukłości oraz faktyczną zmianą wartości, będącą różnicą między wartościami obligacji, wyliczonymi dla stopy procentowej w momencie t_1 i t_0. Obrazuje to przykład 2.7.

Przykład 2.7. Szacowanie wpływu zmian rynkowych stóp procentowych na zmianę ceny obligacji a estymacji z wykorzystaniem duracji i wypukłości

Na podstawie danych z przykładu 2.5. proszę wyznaczyć zmianę ceny obligacji w przypadku spadku stopy YTM o 200 punktów bazowych.
Rozwiązanie:

$$P_0 = \frac{4}{(1+0{,}03)} + \frac{4}{(1+0{,}03)^2} + \frac{4}{(1+0{,}03)^3} + \frac{104}{(1+0{,}03)^4} = 103{,}72\ PLN$$

$$P_1 = \frac{4}{(1+0{,}02)} + \frac{4}{(1+0{,}02)^2} + \frac{4}{(1+0{,}02)^3} + \frac{104}{(1+0{,}02)^4} = 107{,}62\ PLN$$

$$\Delta P = 107{,}62\ PLN - 103{,}72\ PLN = 3{,}90\ PLN$$

Faktyczna różnica wartości obligacji, wynikająca ze spadku stopy YTM o 200 punktów bazowych jest o 0,02 PLN wyższa od różnicy oszacowanej z wykorzystaniem duracji i wypukłości.

Zastosowanie duracji i wypukłości w zakresie konstrukcji strategii zarządzania portfelem obligacji przedstawiono w kolejnych rozdziałach książki. Współczynnik β, obrazuje korelację między stopą zwrotu z inwestycji w dany walor i rentownością indeksu:

$$\beta_i = \frac{\mathrm{cov}(i,m)}{\sigma_m^2} = \frac{\rho_{im} \times \sigma_i}{\sigma_m} \tag{2.25}$$

gdzie:

cov (i,m) – współczynnik korelacji między stopami zwrotu z inwestycji w akcje oraz w indeks,
σ_m^2 – wariancja stopy zwrotu z inwestycji w indeks,
σ_m – odchylenie standardowe stopy zwrotu z inwestycji w indeks,
σ_i – odchylenie standardowe stopy zwrotu z inwestycji w akcje i,
ρ_{im} – współczynnik korelacji między stopami zwrotu z inwestycji w akcje oraz w indeks.

Miernikiem wartości cen akcji jest współczynnik Beta, stosowany między innymi w jednoczynnikowym modelu Sharpe'a, opisanym w rozdziale 6.

Współczynniki greckie, ilustrujące wrażliwość premii opcyjnej na wybrane determinanty ceny opcji, to[12]:

- delta (pochodna premii opcyjnej względem ceny instrumentu bazowego),
- gamma (pochodna współczynnika delta względem ceny instrumentu bazowego),
- theta (pochodna premii opcyjnej względem czasu pozostającego do terminu wygaśnięcia opcji, liczonego w dniach),
- vega (pochodna premii opcyjnej względem odchylenia standardowego stopy zwrotu z inwestycji w instrument bazowy),
- rho (pochodna premii opcyjnej względem stopy wolnej od ryzyka).

2.6.3. Mierniki zagrożenia

Prostą miarą zagrożenia jest **semiodchylenie standardowe**, którego formuła różni się od wzoru na odchylenie standardowe jedynie tym, iż uwzględnia się w niej wyłącznie obserwacje uznane przez inwestora ze negatywne (np. ujemne stopy zwrotu). Do grupy prostych miar zagrożenia należy również **poziom bezpieczeństwa**, identyfikowany z taką graniczną stopą zwrotu, że prawdopodobieństwo osiągnięcia niższej rentowności jest równe α:

$$P\left(R < R_q\right) = \alpha \qquad (2.26)$$

gdzie:

R_q – poziom bezpieczeństwa, wyrażany w procentach wartości stopy zwrotu (stopa wynikowa),
$P()$ – prawdopodobieństwo zdarzenia,
R – stopa zwrotu,
α – ustalona wartość prawdopodobieństwa bliska wartości 0 (poziom istotności).

Inną prostą miarą zagrożenia jest prawdopodobieństwo nieosiągnięcia poziomu aspiracji (*aspiration level*):

$$P_a = P(R < R_a) \qquad (2.27)$$

gdzie:

P_a – prawdopodobieństwo nieosiągnięcia poziomu aspiracji (wielkość wynikowa),
R – stopa zwrotu,
R_a – zdefiniowana przez inwestora stopa zwrotu z inwestycji.

[12] Szerzej na temat wyznaczania współczynników greckich oraz ich zastosowania w: *Współczynniki greckie*, prezentacja Power Point dostępna na www.gpw.com.pl (16.12.2011).

Prawdopodobieństwo nieosiągnięcia poziomu aspiracji jest zatem wartością dystrybuanty rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej losowej opisującej stopy zwrotu dla argumentu R_a.

Wartość narażona na ryzyko to maksymalna utrata wartości instrumentu w zdefiniowanym okresie (tzw. okres przetrzymania, *Holding period*) przy zadanym poziomie ufności. Poniesienie straty wyższej od VaR odznacza się prawdopodobieństwem równym poziomowi istotności (tolerancji). Przy założeniu przyjęcia rozkładu normalnego oraz wartości oczekiwanej stopy zwrotu na poziomie 0, wartość narażoną na ryzyko można zapisać jako[13]:

$$VaR = c \times \sigma \times W_0 \tag{2.28}$$

gdzie:

c – zmienna, będąca funkcją zadanego poziomu ufności (kwartyl rozkładu dla określonego poziomu ufności), określająca liczbę odchyleń standardowych (np. dla poziomu ufności wynoszącego 95% zmienna c jest równa 1,65),

σ – odchylenie stopy zwrotu z inwestycji w dany instrument finansowy,

W_0 – wartość instrumentu finansowego w momencie t_0.

W przypadku rozkładu o wartości oczekiwanej różnej od zera formuła opisująca wartość narażoną na ryzyko sprowadza się do wzoru:

$$VaR = (\overline{R} - c \times \sigma) \times W_0$$

gdzie:

$\overline{R}$ – oczekiwana stopa zwrotu.

Przykład 2.8. Szacowanie VaR dla pojedynczej akcji

Przyjmując, że początkowa cena akcji wynosiła 27 PLN, proszę wyznaczyć jednodniowy VaR dla poziomu istotności wynoszącego 1% (jednodniowe odchylenie standardowe określono na poziomie 2,2%, zaś oczekiwaną jednodniową stopę zwrotu w wysokości 0,04%).
Rozwiązanie:

$$VaR = (0{,}04\% - 2{,}33 \cdot 2{,}2\%) \cdot 27PLN = -1{,}37PLN$$

---

[13] Kalkulacja 1-dniowego VaR. Relacja między 1-dniowym ($\mathrm{Var_d}$) i VaR n-dniowym ($\mathrm{VaR_n}$) jest następująca: $VaR_n = VaR_d \times \sqrt{N}$, gdzie: N – to liczba dni (okres przetrzymania) – por. M. Marcinkowska, *Standardy kapitałowe banków. Bazylejska Nowa Umowa Kapitałowa w polskich standardach nadzorczych*, Regan Press, Gdańsk 2009, s. 42.

Tabela 2.1. Zestawienie zalet i wad stosowania VaR

Zalety	Wady
• Prostota • Łatwa interpretacja uzyskanych wyników • Kompleksowość, czyli możliwość wyznaczania VaR dla całego portfela (z uwzględnieniem wszystkich rodzajów ryzyka rynkowego oraz korelacji między stopami zwrotu składników) • Jakość modelu VaR jest stosunkowo łatwa do weryfikacji (tzw. *back testing*)	• Brak możliwości określenia wysokości straty, jeśli zaistnieje zdarzenie ekstremalne • Wrażliwość wyniku na wybór metody estymacji VaR[14] • Ograniczenie zastosowania do sytuacji, gdy rynek funkcjonuje „normalnie” • VaR estymuje prawdopodobieństwo przekroczenia określonego poziomu straty, ale nie daje odpowiedzi na pytanie o jej skalę

Źródło: Opracowanie własne.

W oparciu o metodologię wyznaczania wartości narażonej na ryzyko wyznaczyć można[15]:

- *Incremental* VaR (IVaR), określający wpływ dodania danego składnika portfela na łączny VaR portfela[16].
- *Component* VaR, opisujący wpływ usunięcia danego składnika portfela na łączne ryzyko portfela mierzone za pomocą VaR.
- *Marginal* VaR, służący pomiarowi wpływu zwiększenia ekspozycji w dany składnik portfela o jednostkę na wartość narażoną na ryzyko tego portfela.

2.7. Ryzyko ekstremalne

Metoda VaR nie może być zastosowana do pomiaru ryzyka związanego z występowaniem zdarzeń ekstremalnych. Ryzyko ekstremalne definiuje się jako ryzyko o niskim prawdopodobieństwie wystąpienia, ale powodujące bardzo

---

[14] VaR można wyznaczyć za pomocą metod: a) wariancji – kowariancji, symulacji historycznej oraz symulacji Monte Carlo. Wybór metody zależny jest między innymi od: a) istnienia w portfelu instrumentów niesymetrycznych (pozytywna odpowiedź wyklucza model wariancyjno-kowariancyjny), b) dostępność rozległych danych historycznych (ich brak wyklucza metodę historyczną), c) chęć przeprowadzenia analizy wrażliwości (analiza możliwa wyłącznie przy zastosowaniu modelu Monte Carlo), d) parametryczność modelu (występuje dla metody wariancyjno-kowariancyjny), e) wrażliwość wyników na przyjęty model stóp zwrotu (wysoka dla metody Monte Carlo), f) chęć zamknięcia pozycji w danym instrumencie w okresie przetrzymania (realizacja niemożliwa w przypadku modelu wariancyjno-kowariancyjnego).

[15] Szerzej na ten temat w: D. Bo, *Value at Risk*, http://www.math.nus.edu.sg/~urops/2001 Abstracts/DaiBo.pdf (15.12.2011).

[16] Por. R. Berry, *Portfolio Management With Incremental VaR*, J.P. Morgan Investment Analytics & Consulting, www.jpmorgan.com (11.12.2011).

wysokie straty (LFHS, *Low Frequency High Severity*). Posługując się językiem N. Taleba, ryzyko ekstremalne można nazwać „czarnym łabędziem”[17].

Do pomiaru ryzyka ekstremalnego można wykorzystać następujące koncepcje:

– analiza skrajnych scenariuszy (*stress testing*), która obejmują skrajne, ale możliwe zmiany wartości poszczególnych czynników ryzyka, a także korelacji między nimi,
– teoria wartości ekstremalnych (EVT, *Extreme Value Theory*).

Teoria wartości ekstremalnych koncentruje się na modelowaniu ogonów rozkładu. W praktyce badanie ryzyka ekstremalnego (przypadek jednowymiarowy) opiera się na analizie rozkładu maksimum oraz analizie warunkowego rozkładu przekroczenia. W pierwszym przypadku analiza straty, pełniącej rolę zmiennej ryzyka, zastąpiona zostaje analizą maksimum straty, do czego wykorzystywane są tzw. uogólnione rozkłady wartości ekstremalnych (Frecheta, Weibulla oraz rozkład Gumbela). Z kolei analiza warunkowego rozkładu przekroczenia sprowadza się do określenia prawdopodobieństwa, że strata przekroczy określoną wartość progową o z góry przyjęty poziom[18]. Powszechnie stosowanym podejściem w tym nurcie jest model POT (*Peak Over Threshold*). Model ten dobrze dostosowuje się nawet do nielicznych danych o charakterze ekstremalnym. Rozkład przekroczeń kwoty progowej definiowany jest wówczas jako[19]:

$$F_u(x) = P(X - u \leq x | X > u) \tag{2.29}$$

gdzie:

F – dystrybuanta rozkładu zmiennej losowej X,
u – wartość progowa (*threshold*).

Zgodnie z twierdzeniem Gnedenko-Pickands-Balkem-de Haan dystrybuanta warunkowa ma rozkład graniczny, który w wyniku modelowania zostaje przybliżony uogólnionym rozkładem Pareto GPD[20].

Opierając się na wzorze (2.29) oraz wykorzystując metodę VaR, można wyznaczyć warunkową wartość zagrożoną (*Expected Shortfall*, *Conditional*

[17] Szerzej na temat teorii „czarnego łabędzia” w: N. Taleb, *Czarny łabędź. O skutkach nieprzewidywalnych zdarzeń*, Kurhaus Publishing, Warszawa 2015.

[18] Por. K. Jajuga, *Teoretyczne podstawy pomiaru ryzyka*, [w:] K. Jajuga (red.), *Zarządzanie ryzykiem*, PWN, Warszawa 2008.

[19] K. Siemaszkiewicz, *Teoria wartości ekstremalnych – zastosowanie do sektora surowców energetycznych*, „Studia Oeconomica Posnaniensia” 2013, Vol. 1, No. 10 (259), s. 110.

[20] Szerzej na ten temat w: A.J. McNeil, T. Saladin, *The Peaks over Thresholds Method for Estimating High Quantiles of Loss Distributions*, http://www.macs.hw.ac.uk/~mcneil/ftp/cairns.pdf (26.01.2016) oraz K. Kuziak, *Koncepcja wartości zagrożonej VaR (Value at Risk)*, http://www.statsoft.pl/portals/0/Downloads/kuziak.pdf (26.01.2016).

Value at Risk, CVaR). Jest to oczekiwana wartość straty pod warunkiem, że strata przekroczy VaR dla zdefiniowanego poziomu ufności[21]:

$$CVaR = \frac{VaR_\alpha}{1-\gamma} + \frac{\beta-\gamma u}{1-\gamma} \tag{2.30}$$

gdzie:

β – parametr uogólnionego rozkładu Pareto GPD (tzw. parametr skali),
γ – parametr uogólnionego rozkładu Pareto GPD (tzw. parametr kształtu, odpowiadający za grubość ogona rozkładu).

2.8. Pomiar rentowności inwestycji skorygowany o ryzyko kredytowe – przykład RAROC

Informacja o rentowności inwestycji, bez uwzględnienia ryzyka z nią związanego, nie jest pełna. Dlatego coraz częściej, zwłaszcza w odniesieniu do inwestycji w dłużne papiery wartościowe, wykorzystuje się mierniki rentowności skorygowane o ryzyko (RAPM, *Risk Adjusted Performance Measures*). Zalicza się do nich między innymi RAROC (*Risk Adjusted Return on Capital*), który można zdefiniować jako:

$$RAROC = \frac{D_K}{K_R} \tag{2.31}$$

gdzie:

D_K – skorygowany dochód,
K_R – kapitał ryzykowany.

Dochód skorygowany można zdefiniować następująco[22]:

+	kupony odsetkowe
+	prowizje (np. *waiver fees*)
–	koszty operacyjne przypisane do ekspozycji
–	oczekiwana strata
–	podatki
Razem	Dochód skorygowany

[21] K. Siemaszkiewicz, *Teoria wartości ekstremalnych – zastosowanie do sektora surowców energetycznych*, „Studia Oeconomica Posnaniensia” 2013, Vol. 1, No. 10 (259), s. 112–113.

[22] Y. Padganeh, *Risk-Adjusted Return on Capital* (RAROC*)*, Global Association of Risk Professionals, December 2014, http://www.garp.org/media/1499114/riskadjustedreturnoncapital_yousefpadganeh_121614.pdf (12.01.2016), s. 6.

Oczekiwaną stratę można oszacować jako:

$$EL = PD \times LGD \tag{2.32}$$

gdzie:

LGD (Loss Given Default) – to utracona część ekspozycji, gdyby zaistniał przypadek niewypłacalności,
PD (*Probability of Default*) – prawdopodobieństwo niewypłacalności.

Kalkulację kapitału ryzykowanego przeprowadzić można, estymując na przykład potencjalną zmianę wartości ekspozycji w wyniku wzrostu marży kredytowej[23]. Zmianę wartości ekspozycji można wyliczyć za pomocą duracji (D). Stopa dyskontowa (R) jest w tym przypadku sumą stopy wolnej od ryzyka oraz marży (M). Zmiana wartości obligacji wówczas będzie równa[24]:

$$L = -D \times EAD \times \frac{\Delta M}{1+R} \tag{2.33}$$

gdzie:

EAD (*Exposure at Default*) – wartość ekspozycji.

Zmianę marży można oszacować, podejmując kolejno następujące działania:
1) przyporządkowanie prawdopodobnego ratingu zewnętrznego badanej obligacji w oparciu o PD,
2) znalezienie maksymalnego wzrostu (w ciągu ostatnich 12 miesięcy) marży kredytowej w odniesieniu do ekspozycji z tytułu papierów dłużnych o tym samym ratingu, co rating badanej obligacji,
3) oszacowanie straty wynikającej ze wzrostu marży kredytowej.

Rentowność i ryzyko to dwie podstawowe charakterystyki każdej inwestycji. Nie ma jednak jednolitego podejścia do sposobu pomiaru tych parametrów. Zadaniem inwestora jest zatem nie tylko optymalizacja relacji między rentownością i ryzykiem, ale również odpowiedni wybór metod pomiaru rentowności i ryzyka inwestycji. Determinantami tej ostatniej decyzji są: dostępność szeregów czasowych danych, obecność zdarzeń ekstremalnych, obserwowane trendy rynkowe, stosowany system raportowania o wynikach oraz możliwość wykorzystania miar ryzyka w procesie konstrukcji optymalnego portfela.

---

[23] A. Saunders, *Metody pomiaru ryzyka kredytowego*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków 2001, s. 149–152.

[24] A. Krysiak, *Zintegrowany pomiar efektywności i ryzyka przy użyciu wskaźników RAROC i RORAC*, [w:] A. Krysiak, A. Staniszewska, M.S. Wiatr, *Zarządzanie portfelem kredytowym banku*, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa 2015, s. 157 oraz A. Saunders, *Metody pomiaru ryzyka kredytowego*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków 2001, s. 149.

Bibliografia

Bernstein P.L., *Przeciw bogom. Niezwykłe dzieje ryzyka*, WIG-Press, Warszawa 1997.

Berry R., *Portfolio Management With Incremental VaR*, J.P. Morgan Investment Analytics & Consulting, www.jpmorgan.com.

Bo D., *Value at Risk*, www.math.nus.edu.sg.

Hałaj G., *Przegląd metod badania płynności banków*, „Bank i Kredyt" nr 07/2008.

Jajuga K., *Koncepcja ryzyka i proces zarządzania ryzykiem – wprowadzenie*, [w:] K. Jajuga (red.), *Zarządzanie ryzykiem*, PWN, Warszawa 2008.

Jajuga K., *Miary ryzyka rynkowego – cz. 1*, „Rynek Terminowy" nr 6/99.

Jajuga K., *Teoretyczne podstawy pomiaru ryzyka*, [w:] K. Jajuga (red.), *Zarządzanie ryzykiem*, PWN, Warszawa 2008.

Krysiak A., *Zintegrowany pomiar efektywności i ryzyka przy użyciu wskaźników RAROC i RORAC*, [w:] A. Krysiak, A. Staniszewska, M.S. Wiatr, *Zarządzanie portfelem kredytowym banku*, Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa 2015.

Kuziak K., *Koncepcja wartości zagrożonej VaR* (*Value at Risk*), http://www.statsoft.pl/portals/0/Downloads/kuziak.pdf.

Marcinkowska M., *Standardy kapitałowe banków. Bazylejska Nowa Umowa Kapitałowa w polskich standardach nadzorczych*, Regan Press, Gdańsk 2009.

McNeil A. J., Saladin T., *The Peaks over Thresholds Method for Estimating High Quantiles of Loss Distributions*, http://www.macs.hw.ac.uk/~mcneil/ftp/cairns.pdf.

Padganeh Y., *Risk-Adjusted Return on Capital (RAROC),* Global Association of Risk Professionals, December 2014, http://www.garp.org/media/1499114/riskadjustedreturnoncapital_yousefpadganeh_121614.pdf.

Pasztyła A., *Badania dochodu i ryzyka inwestycji za pomocą analizy rozkładów*, www.statsoft.pl.

Porcelanuk P., *Zastosowanie kowariancji do szacowania spreadu bid-ask dla akcji notowanych na GPW w Warszawie*, Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego nr 862, „Finanse. Rynki Finansowe. Ubezpieczenia" nr 75 (2015).

Sarr A., Lybek T., *Measuring liquidity in financial markets*, „Working Paper" nr 02/232/IMF, Washington D.C.

Saunders A., *Metody pomiaru ryzyka kredytowego*, Oficyna Ekonomiczna, Kraków 2001.

Siemaszkiewicz K., *Teoria wartości ekstremalnych – zastosowanie do sektora surowców energetycznych*, „Studia Oeconomica Posnaniensia" 2013, Vol. 1, No. 10 (259).

Taleb N., *Czarny łabędź. O skutkach nieprzewidywalnych zdarzeń*, Kurhaus Publishing, Warszawa 2015.

Wierzbicki M., *Prognozowanie cen – kilka trudnych pojęć*, www.motte.pl.

Współczynniki greckie, prezentacja Power Point dostępna na www.gpw.com.pl www.analizaportfelowa.pl/education/historicrates.aspx.