PRZEGLĄD STATYSTYCZNY
R. XXXVII – zeszyt 1-2 – 1990

MAREK WALESIAK

SYNTETYCZNE BADANIA PORÓWNAWCZE W ŚWIETLE TEORII POMIARU

W nielicznych pracach zagadnienia dotyczące syntetycznych badań porównawczych rozpatrywane są w aspekcie skal pomiaru cech (por. [1], [6], [15]). Na ogół tylko sugeruje się wpływ skal pomiaru cech na wyniki tego typu badań. Nie idą w ślad za tym konkretne rozwiązania metodologiczne. Próbę uzupełnienia tej luki stanowi prezentowany artykuł.

1

Dany jest niepusty zbiór obiektów $A=\{A_i \mid i=1, \ldots, n\}$, które opisane zostały zespołem preferencyjnych cech (1) diagnostycznych $M=\{M_j \mid j=1, \ldots, m\}$. Cechy mierzone są na skali ilorazowej i (lub) przedziałowej.

Przez pomiar rozumie się przyporządkowanie liczb obiektom zgodnie z określonymi regułami w taki sposób, aby liczby odzwierciedlały zachodzące między tymi obiektami relacje (por. np. [14] s. 54; [7] s. 17).

Podstawą teorii pomiaru jest pojęcie skali.

DEFINICJA 1. (Por. [3], s. 101 - 102). Taką uporządkowaną czwórkę $U=\langle A; G; H; F\rangle$ że

a) H to zbiór liczb rzeczywistych, G – klasa funkcji odwzorowujących A w H, F – klasa funkcji odwzorowujących H w H,

b) dla wszystkich $g \in G$ i $f \in F$, $f \circ g \in G$,

c) F zawiera przekształcenie H na H, a ponadto dla każdego f_k, $f_l \in F$ złożenie $f_k \circ f_l \in F$,

nazywa się *skalą pomiaru.*

DEFINICJA 2. (Por. [3], s. 103). $U=\langle A; G; H; F\rangle$ jest *skalą interwałową* (*przedziałową*) wtedy i tylko wtedy, gdy H jest zbiorem wszystkich liczb rzeczywistych R i F jest zbiorem funkcji f takich, że dla dodatniego b

$$f(y)=by+a, \quad f(y) \in R, \tag{1}$$

dla wszystkich $y \in R$.

(1) Tzn. cech, których wartości mają wpływ na hierarchiczne uporządkowanie obiektów (zalicza się do nich stymulanty, destymulanty i nominanty). Przeciwieństwem cech preferencyjnych są cechy neutralne (obojętne) (zob. [6], s. 111, 121).

Definicja 3. (Por. [3], s. 103). $U=\langle A; G; H; F\rangle$ jest *skalą ilorazową* (*stosunkową*) wtedy i tylko wtedy, gdy H jest zbiorem liczb rzeczywistych dodatnich R_+ i F jest zbiorem funkcji f takich, że dla dodatniego b

$$f(y)=by, \quad f(y)\in R_+, \tag{2}$$

dla wszystkich $y\in R_+$.

Ze względu na przekształcenie (1) na wartościach ze skali przedziałowej można określić następujące relacje: równości, różności, większości, mniejszości, równości różnic i przedziałów. Ze względu na przekształcenie (2) oprócz relacji właściwych dla skali przedziałowej dopuszcza się dla skali ilorazowej relację równości stosunków między poszczególnymi wartościami skali.

„Naturalnym" początkiem skali ilorazowej jest wartość zerowa (zero lewostronnie ogranicza zakres skali). Skala interwałowa nie ma „naturalnego" początku w zerze. Wartość zerowa na tej skali jest zwykle przyjmowana arbitralnie lub w drodze konwencji (por. np. [2], s. 240).

W tym miejscu należy odpowiedzieć na pytanie, kiedy dana cecha M_j mierzona jest na skali przedziałowej, a kiedy na skali ilorazowej? Tytułem wprowadzenia należy stwierdzić, że w teorii pomiaru wyróżnia się dwa rodzaje pomiaru, a mianowicie pomiar bezpośredni i pośredni (por. np. [7], s. 22).

Pomiar bezpośredni pozwala przyporządkować liczby mierzonym cechom bez pomocy innych cech (nie zakłada się więc żadnych skal do mierzenia innych cech). W pomiarze pośrednim mierzone cechy są funkcją pomiarów innych cech (o znanych skalach ich pomiaru). Przykładem cechy mierzonej według pomiaru bezpośredniego jest liczba zatrudnionych w osobach, a cechy mierzonej według pomiaru pośredniego — wydajność pracy w tys. zł na 1 zatrudnionego.

Cecha M_j mierzona jest na skali ilorazowej (w pomiarze bezpośrednim lub pośrednim), jeśli zbiór jej możliwych wartości zawiera się w R_+ (istnieje dla niej „naturalny" początek w zerze) i wartości te można uporządkować jednoznacznie na osi liczbowej z podaniem stałej (ale dowolnej) jednostki. Cecha M_j mierzona jest na skali przedziałowej (w pomiarze bezpośrednim lub pośrednim), gdy zbiór możliwych jej wartości zawiera się w zbiorze R (nie istnieje dla niej „naturalny" początek w zerze) i wartości te można uporządkować jednoznacznie na osi liczbowej z podaniem stałej (ale dowolnej) jednostki. Na przykład cecha wydajność pracy w tys. zł na 1 zatrudnionego mierzona jest na skali ilorazowej, saldo strat i zysków w mln zł zaś na skali przedziałowej.

Jedna z podstawowych reguł teorii pomiaru mówi, że jedynie rezultaty pomiaru w skali mocniejszej (²) (skala ilorazowa) mogą być transformowane na liczby należące do skali słabszej (przedziałowej) (por. np. [16], s. 17). Stosując dozwolone przekształcenie wartości na skali (por. [1], [2]) zachowuje się niezmienność typu skali przyjętej dla danej cechy (w pomiarze bezpośrednim lub pośrednim). Zastosowanie do wartości cechy mierzonej na skali ilorazowej przekształcenia (1) spowoduje, że wartości przekształcone danej cechy

(²) Skala ilorazowa jest mocniejsza od przedziałowej, ponieważ przekształcenie (2) jest szczególnym przypadkiem przekształcenia (1) (szerzej to zagadnienie jest omówione w pracy [19] s. 52).

mierzone będą na skali przedziałowej. Typ skali, ze względu na dopuszczalne dla nich przekształcenia, determinuje stosowalność rozmaitych technik statystyczno-ekonometrycznych.

DEFINICJA 4. (Por. np. [19], s. 61). *Dopuszczalnymi* dla danego typu skali *technikami statystycznymi* są takie techniki, które dostarczają wyników ([3]) niezmiennych względem dopuszczalnych przekształceń.

S. S. Stevens w [17], s. 27, zestawił typowe techniki statystyczne przydatne w przypadku pomiaru dokonywanego na skalach różnych rodzajów. Wynika z niego między innymi, że dla cech mierzonych na skali przedziałowej nie należy stosować np.

a) spośród miar położenia – średniej geometrycznej (por. przykład) i harmonicznej,

b) spośród miar rozproszenia – współczynnika zmienności. Ograniczeń takich nie narzuca skala ilorazowa. Dopuszcza ona stosowanie rozmaitych metod statystycznych i ekonometrycznych (por. np. [21]).

PRZYKŁAD. Niech wartości cechy M_j zmierzone na skali przedziałowej dla trzech grup obiektów wynoszą: grupa I: 1, 4; grupa II: 2, 18; grupa III: 4, 4. Z matematycznego punktu widzenia nie ma przeciwwskazań do liczenia średniej geometrycznej (g) w grupach i ich porównania:

$$g_1=2, \quad g_2=6, \quad g_3=4.$$

Między tymi średnimi geometrycznymi zachodzi relacja

$$g_1-g_3=g_3-g_2.$$

Do wyników pomiaru zastosowano dopuszczalne przekształcenie (1) na skali przedziałowej, tj. takie, które zachowuje między innymi równość różnic między wynikami pomiarów. Niech dla przekształcenia (1) $b=1$ i $a=2$. Wtedy

$$g'_1=3\sqrt{2}, \quad g'_2=4\sqrt{5}, \quad g'_3=6.$$

Uzyskane wyniki nie mają wcześniej stwierdzonej własności, bowiem

$$g'_1-g'_3\neq g'_3-g'_2.$$

Średniej geometrycznej nie można wyznaczać na podstawie wartości cech mierzonych na skali przedziałowej, bowiem średnia ta nie gwarantuje wyników niezmiennych względem dopuszczalnych przekształceń na tej skali.

2

Narzędziem syntetycznych badań porównawczych jest syntetyczny miernik rozwoju (SMR) będący funkcją agregującą znormalizowane wartości cech dla każdego obiektu ze zbioru A.

Konstrukcję SMR poprzedza

([3]) W rozpatrywanym przypadku chodzi o relacje.

1° ujednolicenie charakteru cech będących przedmiotem agregacji, z wykorzystaniem postulatu jednolitej preferencji cech,

2° pozbawienie wartości cech mian i ujednolicenie rzędów wielkości w celu doprowadzenia do porównywalności.

Ze względu na preferencje wśród cech wyróżnia się stymulanty (S), destymulanty (D) i nominanty (N) ([4]).

Destymulanta to taka cecha, której wartość maksymalna jest uznawana za najmniej korzystną (pesywalną), a najmniejsza – za najbardziej korzystną dla badanych obiektów. Cecha M_j jest destymulantą (zob. [10], s. 48), gdy dla każdych dwóch jej wartości D_{ij}, D_{kj} odnoszących się do obiektów A_i, A_k jest

$$D_{ij} > D_{kj} \Rightarrow A_i \prec A_k$$

(symbol $\prec$ oznacza dominację obiektu A_k nad obiektem A_i).

Stymulanta to cecha, której wartość maksymalna uznawana jest za najbardziej, a minimalna – za najmniej korzystną dla badanych obiektów.

W badaniach empirycznych nominanty są na ogół pomijane, ze względu na trudności związane z ustaleniem wartości tzw. nominalnych. Trudności te są jeszcze większe, gdy nominanta jest wielomodalna [6], s. 118. Za najbardziej korzystną wartość nominanty jednomodalnej jest uznawana wartość nominalna cechy, a za wartości najmniej korzystne – wartość minimalna lub maksymalna.

Cecha M_j jest *nominantą jednomodalną* (zob. [6], s. 118), gdy dla każdych dwóch jej wartości N_{ij}, N_{kj} odnoszących się do obiektów A_i, A_k

– jeżeli N_{ij}, $N_{kj} \leqslant n_j$, to

$$N_{ij} > N_{kj} \Rightarrow A_i \succ A_k,$$

– jeżeli N_{ij}, $N_{kj} > n_j$, to

$$N_{ij} > N_{kj} \Rightarrow A_i \prec A_k,$$

gdzie n_j to nominalny poziom cechy j-ej.

Przez ujednolicenie charakteru cech rozumie się takie przekształcenie każdej cechy, że dla każdych dwóch wartości x_{ij}, x_{kj} j-ej cechy odnoszących się do obiektów A_i, A_k

$$(x_{ij} > x_{kj}) \Rightarrow A_i \succ A_k.$$

Problem ujednolicenia charakteru cech nie występuje wtedy, gdy w zbiorze cech są tylko stymulanty. W dalszym ciągu przyjmujemy, że ujednolicenie cech polega na przekształceniu wszystkich cech na stymulanty ([5]). Wymaga to zastosowania tzw. pomiaru wtórnego. W pomiarze pierwotnym określa się oryginalne wartości cech, a więc wartości stymulant, destymulant i nominant. Pomiar wtórny stosowany jest w celu przekształcenia wartości destymulanty lub nominanty na wartości odpowiedniej stymulanty. Pomiar

([4]) Pojęcie stymulanty i destymulanty wprowadził Z. Hellwig w [11], natomiast nominanty – T. Borys w [6].

([5]) Zagadnienie ujednolicenia charakteru cech postawiono w ten sposób dlatego, że w badaniach empirycznych stymulanty stanowią na ogół dominującą grupę cech preferencyjnych.

pierwotny (na skali przedziałowej lub ilorazowej) może być zatem pomiarem bezpośrednim lub pośrednim, pomiar wtórny może być tylko pośredni.

Powstaje w tym miejscu pytanie, kiedy w wyniku przekształcenia danej destymulanty lub nominanty na stymulantę intensywność danej cechy mierzona jest na skali ilorazowej, a kiedy na przedziałowej?

Pomiar wtórny danej cechy dokonywany jest na skali ilorazowej, jeśli destymulanta lub nominanta zmierzona pierwotnie na skali ilorazowej została przekształcona w stymulantę, której zbiór możliwych wartości, zawiera się w R_+ (istnieje „naturalny" początek w zerze i wartości te można uporządkować na osi liczbowej z podaniem jednostki). Jeśli destymulanta lub nominanta jest pierwotnie zmierzona na skali ilorazowej lub przedziałowej, a w wyniku przekształcenia w stymulantę zbiór możliwych wartości zawiera się w R (nie istnieje „naturalny" początek w zerze, ale wartości te można uporządkować na osi liczbowej z podaniem jednostki), to cecha w pomiarze wtórnym mierzona jest na skali przedziałowej.

Na podstawie literatury przedmiotu (por. np. [6], [8], [18]) typowe formuły zamiany destymulant na stymulanty można wyrazić formułami ([6]):

1° ilorazowa

$$x_{ij}=bD_{ij}^{-1} \quad (b>0)\,; \tag{3}$$

stała b przyjmowana jest arbitralnie (w szczególnych przypadkach $b=1$, $b=\min_i\{D_{ij}\}$),

2° różnicowa

$$x_{ij}=a-bD_{ij} \quad (b>0)\,; \tag{4}$$

stałe a, b przyjmowane są arbitralnie (w szczególnych przypadkach $b=1$, $a=0$ lub $a=$ $=\max_i\{D_{ij}\}$).

Formułę (3) można stosować tylko dla destymulant mierzonych na skali ilorazowej (bowiem tylko dla nich zbiór możliwych wartości zawiera się w R_+). Stymulanta otrzymana w wyniku przekształcenia będzie również mierzona na skali ilorazowej. Formuła (4) może być stosowana dla destymulant mierzonych na skali zarówno ilorazowej, jak i przedziałowej. Na ogół stymulanta otrzymana w wyniku przekształcenia (4) mierzona jest na skali przedziałowej. Można jednak podać przykład takich destymulant mierzonych na skali ilorazowej, że stymulanty otrzymane w wyniku ich przekształcenia (4) również mierzone są na skali ilorazowej. Na przykład zamiana destymulanty „wskaźnik zużycia środków trwałych w %" na stymulantę „wskaźnik niezużycia środków trwałych w %" (w formule (4) $b=1$ i $a=100\%$).

W badaniach empirycznych do zamiany nominant na stymulanty wykorzystuje się następujące formuły,

1° ilorazową

$$x_{ij}=\begin{cases}\dfrac{N_{ij}}{n_j} & \text{dla} \quad N_{ij}\leqslant n_j,\\[2ex] \dfrac{n_j}{N_{ij}} & \text{dla} \quad N_{ij}>n_j.\end{cases} \tag{5}$$

([6]) Dodać trzeba, że istnieją inne formuły transformujące destymulanty w stymulanty.

2° różnicową

$$x_{ij}=\begin{cases} N_{ij}-n_j & \text{dla} \quad N_{ij}\leqslant n_j, \\ n_j-N_{ij} & \text{dla} \quad N_{ij}>n_j. \end{cases} \tag{6}$$

Formułę (5) można stosować tylko dla nominant mierzonych na skali ilorazowej (bowiem tylko dla nich zbiór możliwych wartości zawiera się w R_+). Uzyskana stymulanta będzie mierzona w skali ilorazowej. Stymulanta uzyskana w wyniku zastosowania wzoru (6) jest mierzona na skali przedziałowej.

3

Po ujednoliceniu charakteru cech doprowadza się je do porównywalności poprzez normalizację. Z uwagi na to, że jedynymi dopuszczalnymi przekształceniami (por. (1) i (2)) na skali przedziałowej i ilorazowej są przekształcenia liniowe, formuły normalizacyjne można zatem wyrazić ogólnym wzorem

$$z_{ij}=bx_{ij}+a \quad (b>0). \tag{7}$$

Szczególnymi przypadkami tego wzoru są następujące formuły (por. np. [1], [4], [6], [8], [12], [13], [20]):

$$z_{ij}=s_j^{-1}x_{ij}-\bar{x}_j s_j^{-1}, \tag{8}$$

$$z_{ij}=r_j^{-1}x_{ij}-\bar{x}_j r_j^{-1}, \tag{9}$$

$$z_{ij}=r_j^{-1}x_{ij}-\min_i\{x_{ij}\}r_j^{-1}, \tag{10}$$

$$z_{ij}=x_{0j}^{-1}x_{ij}, \tag{11}$$

w których $\bar{x}_j$, s_j, r_j to, odpowiednio, średnia arytmetyczna, odchylenie standardowe i rozstęp wyznaczony na podstawie wartości j-ej cechy. We wzorze (11) x_{0j} oznacza podstawę normalizacji j-ej cechy, która może być równa np. s_j, r_j, $\max_i\{x_{ij}\}$, $\min_i\{x_{ij}\}$, $\bar{x}_j$, $\sum_{i=1}^{n} x_{ij}$, $[\sum_{i=1}^{n} x_{ij}^2]^{0,5}$.

Celem normalizacji cech jest — jak wcześniej stwierdzono — pozbawienie mian wyników pomiaru oraz ujednolicenie ich rzędów wielkości. O ile realizacja pierwszego postulatu nie jest zbyt trudna (patrz wzory (8) - (11)), o tyle ujednolicenie rzędów wielkości jest bardziej skomplikowane. Jest ono możliwe tylko w sytuacji jednolicie określonej wartości zerowej dla wszystkich cech (zob. [20]).

Formuły normalizacyjne określone ogólnym wzorem (11) można stosować tylko w przypadku, gdy cechy są mierzone na skali ilorazowej. W przypadku zbioru cech mierzonych na skali przedziałowej lub przedziałowej i ilorazowej do normalizacji można stosować przekształcenia (8) - (10), które wprowadzają jednolicie określoną wartość zerową (umowną) dla wszystkich cech. Formuły (8) i (9) określają umowną wartość zerową na poziomie średniej wartości cechy, a formuła (10) – na poziomie wartości minimalnej. Zastosowanie formuł (8) - (10) do cech mierzonych na skali ilorazowej, aczkolwiek formalnie poprawne, spowoduje stratę informacji wskutek „przejścia" wszystkich cech na skalę przedziałową. Strata informacji przejawia się między innymi ograniczeniem zastosowania różnych technik statystycznych i ekonometrycznych.

4

Zagadnieniem wymagającym szerszego komentarza jest konstrukcja SMR obejmująca ustalenie postaci analitycznej SMR (właściwej ze względu na skale pomiaru cech), systemu wag oraz formy wprowadzenia tego systemu do SMR.

Formuły agregacji wartości cech można ogólnie podzielić na wzorcowe i bezwzorcowe (por. np. [8]). W formułach bezwzorcowych następuje uśrednienie znormalizowanych wartości cech, przy udziale przyjętych wag. Formuły wzorcowe są różnego rodzaju odległościami poszczególnych obiektów od obiektu wzorcowego, którym w badaniach empirycznych jest na ogół tzw. dolny bądź górny biegun rozwoju (por. np. [11], [6], s. 281 - 282).

Przyjmijmy, że wagi α_j stosowane w formułach SMR spełniają następujące postulaty

$$\alpha_j \in (0;\, m) \quad (j=1,\ldots,m), \quad \sum_{j=1}^{m} \alpha_j = m.$$

Rozważmy kilka opartych na wzorcu rozwoju typowych formuł agregacji znormalizowanych wartości cech:

$$p_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} \alpha_j |z_{ij} - z_{0j}|, \tag{12}$$

$$p_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} |z_{ij} - z_{0j}|^{\alpha_j}, \tag{13}$$

$$p_i = \Big(\prod_{j=1}^{m} |z_{ij} - z_{0j}|^{\alpha_j}\Big)^{1/m}, \tag{14}$$

gdzie: z_{0j} to j-a współrzędna obiektu wzorca. Jeżeli w formułach (12) - (14) przyjmiemy że $z_{0j}=0$ ($j=1,\ldots,m$) i opuścimy symbole wartości bezwzględnych, to otrzymamy tzw formuły bezwzorcowe, które będą oznaczane numerami (12') - (14').

Taki pomiar wartości cechy syntetycznej (na podstawie SMR o postaci (12) - (14) lub (12') - (14')) jest pomiarem pośrednim (na skali ilorazowej lub przedziałowej). Formuły wzorcowe (12) - (14) można zastosować do agregacji dowolnej – w sensie skal pomiaru – kombinacji cech ([7]). Nie trzeba na ogół ujednolicać charakteru cech. Jeśli w zbiorze cech znajduje się nominanta (nominanty), to obiektem – wzorcem musi być górny biegun rozwoju. Wynika to stąd, że nominalna wartość nominanty jest wartością optymalną.

([7]) Można podać przykłady formuł wzorcowych, których zastosowanie jest ograniczone tylko dla cech mierzonych na skali ilorazowej (np. odległość Canberra, Clarka, itp. (zob. np. [8], s. 40)).

Na ogół do normalizacji cech należy stosować formuły (8) - (10). W sytuacji, gdy wszystkie cechy są mierzone na skali ilorazowej, dopuszcza się również stosowanie formuł normalizacyjnych o ogólnej postaci (11).

Mankamentem formuł wzorcowych, będących różnego typu odległościami, jest ograniczona interpretacja. Na podstawie wartości cechy syntetycznej nie można wtedy wnioskować o równości stosunków. Niedopuszczalne jest więc stwierdzenie mówiące o tym, ile razy poziom rozwoju pewnego obiektu jest wyższy (niższy) od innego. Nawet jeśli wszystkie cechy mierzone na skali ilorazowej zostaną znormalizowane według jednej z formuł (11), interpretacja taka jest niedopuszczalna. Wynika to z faktu, że w formułach wzorcowych (12) - (14) agregacji nie podlegają znormalizowane wartości cech, ale ich odległości od współrzędnych wzorca rozwoju. Otrzymane w wyniku zastosowania formuł wzorcowych wartości cechy syntetycznej mierzone są na skali przedziałowej. Dopuszczalne są więc wszelkie interpretacje właściwe dla skali przedziałowej (a więc wyznaczenie relacji: równości, różności, mniejszości, większości, równości różnic i przedziałów).

Formuły bezwzorcowe (13') - (14') można stosować do agregacji wartości cech, gdy

a) wszystkie cechy (a więc zarówno stymulanty, destymulanty i nominanty) są pierwotnie mierzone na skali ilorazowej,

b) destymulanty i nominanty po przekształceniu na stymulanty (a więc w pomiarze wtórnym) mierzone są na skali ilorazowej (8) (do zamiany destymulant i nominant na stymulanty należy stosować przekształcenia (3), (5)),

c) normalizacja cech została przeprowadzona za pomocą jednej z formuł postaci (11).

Formuły bezwzorcowe (13') - (14') posiadają w tej sytuacji przewagę nad formułami wzorcowymi; można porównywać stosunki wartości cechy syntetycznej. Można więc stwierdzić ile razy poziom rozwoju pewnego obiektu jest wyższy (niższy) niż innego obiektu. Związane jest to z faktem, że wartości cechy syntetycznej otrzymane za pomocą formuł bezwzorcowych (13'), (14') umieszczone są na skali ilorazowej.

W wielu pracach występuje wyraźna tendencja do tego, aby normalizacja gwarantowała dodatniość (lub nieujemność) wartości znormalizowanych (por. np. [6], [8]). Jako formuły agregacji wartości cech proponuje się funkcje o postaci (13') i (14'). Jeśli jednak niektóre cechy są mierzone na skali przedziałowej, to nie można ich wykorzystać do obliczenia wartości funkcji (13'), (14'). Przesunięcie wartości cech na skali o stałą tak, aby wszystkie były dodatnie nie zmienia postaci rzeczy. Operacja przejścia do nieujemnych wartości znormalizowanych nie powoduje przejścia z niższego (skala przedziałowa) na wyższy poziom (skala ilorazowa) mierzenia wartości cech. Wzmacnianie skal jest niemożliwe z uwagi na to, że z mniejszej ilości informacji nie można uzyskać większej ilości informacji (9).

Formuła bezwzorcowa (12') może być stosowana zarówno wtedy, gdy cechy są mierzone na skali przedziałowej, jak również wtedy, gdy – w ilorazowej. Posiada ona interpretację

(8) Na ogół stawia się warunek słabszy, tzn. $z_{ij}>0$ dla wszystkich i, j.

(9) W literaturze podawane są pewne aproksymacyjne metody przekształcenia skal słabszych w silniejsze opierające się na pewnych dodatkowych informacjach (szerzej na ten temat traktują prace [4], [15]).

taką jak formuły (13'), (14'), jeśli spełnione są warunki a) - c). Wartości cechy syntetycznej otrzymane na podstawie (12') mierzone są wtedy na skali ilorazowej. W innych sytuacjach interpretacja formuły (12') jest analogiczna do interpretacji formuł wzorcowych.

Akademia Ekonomiczna we Wrocławiu

LITERATURA

[1] Abrahamowicz M., *Konstrukcja syntetycznych mierników rozwoju w świetle twierdzenia Arrowa* Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu 311 (1985).

[2] Ackoff R. L., *Decyzje optymalne w badaniach stosowanych*, PWN, Warszawa 1969.

[3] Adams E. W., Fagot F. R., Robinson R. E., *A theory of appropriate statistics*, Psychometrika 30 (1965), s. 99 - 127.

[4] Anderberg M. R., *Cluster analysis for applications*, Academic Press, New York, San Francisco, London 1973.

[5] Bobowski Z., Walesiak M., *Skale pomiaru cech (w ujęciu zwężonym) a zagadnienie normalizacji cech*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu 395 (1987).

[6] Borys T., *Kategoria jakości w statystycznej analizie porównawczej*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu 284 (1984). Seria: Monografie i opracowania nr 23.

[7] Choynowski M., *Pomiar w psychologii*, w: *Problemy psychologii matematycznej* (J. Kozielecki – red.), PWN, Warszawa 1971.

[8] Grabiński T., *Wielowymiarowa analiza porównawcza w badaniach dynamiki zjawisk ekonomicznych*, Zeszyty Naukowe Akademii Ekonomicznej w Krakowie. Seria specjalna: Monografie nr 61 (1984).

[9] Grupiński R., *Opis statystyczny w badaniach prawoznawczych*, Wydawnictwo Prawnicze, Warszawa 1981.

[10] Hellwig Z., *Wielowymiarowa analiza porównawcza i jej zastosowanie w badaniach wielocechowych obiektów gospodarczych*, w: *Metody i modele ekonomiczno-matematyczne w doskonaleniu zarządzania gospodarką socjalistyczną* (W. Welfe – red.), PWE, Warszawa 1981.

[11] Hellwig Z., *Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju i strukturę wykwalifikowanych kadr*, Przegląd Statystyczny 4 (1968), s. 307 - 327.

[12] Jajuga K., *Metody analizy wielowymiarowej w ilościowych badaniach przestrzennych*, Praca doktorska, napisano w Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu, 1981, (maszynopis).

[13] Nowak E., *Metodyka statystycznych analiz porównawczych efektywności obiektów rolniczych*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu 292 (1985). Seria: Monografie i opracowania nr 25.

[14] Pawłowski T., *Metodologiczne zagadnienia humanistyki*, PWN, Warszawa 1969.

[15] Pociecha J., *Statystyczne metody segmentacji rynku*, Zeszyty Naukowe Akademii Ekonomicznej w Krakowie. Seria specjalna: Monografie nr 71 (1986).

[16] Steczkowski J., Zeliaś A., *Statystyczne metody analizy cech jakościowych*, PWE, Warszawa 1981.

[17] Stevens S. S., Measurement, *Psychophysics and Utility*, w: *Measurement; Definitions and Theories* (C. W. Churchman, P. Ratoosh – eds.), Wiley, New York 1959.

[18] Strahl D., *Modelowanie zjawisk złożonych. Modele infrastruktury społecznej*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu 158 (1980).

[19] Walenta K., *Podstawowe pojęcia teorii pomiaru*, w: *Problemy psychologii matematycznej* (J. Kozielecki – red.), PWN, Warszawa 1971.

[20] Walesiak M., *Skale pomiaru cech (w ujęciu zwężonym) a zagadnienie wyboru postaci analitycz-*

nej syntetycznych mierników rozwoju, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu 447 (1988).

[21] Wiśniewski J., *Teoria pomiaru a teoria błędów w badaniach statystycznych*, Wiadomości Statystyczne 11 (1987), s. 18 - 20.

Praca wpłynęła do Redakcji w kwietniu 1988 r.
Wersja ostateczna – w marcu 1989 r.

СИНТЕТИЧЕСКИЕ СРАВНИТЕЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В СВЕТЕ ТЕОРИИ ИЗМЕРЕНИЯ

Резюме

В статье автор занимается — с точки зрения шкал измерения признаков — вопросами синтетических сравнительных исследований, такими как:

а) трансформация призанков, позволяющая ввести в совокупность признаков однородны предпочтения;

б) нормализация признаков;

в) построение и интерпретация синтетических измерителей развития.

SYNTHETIC COMPARATIVE STUDIES IN THE LIGHT OF THE MEASUREMENT THEORY

Summary

From the point of view of various scales of variables measurement, the author consideres the following problems of synthetic comparative studies:

a) transformation of variables (leading to the unified preference in the set of variables),

b) normalization of values of variables,

c) construction and interpretation of taxonomic measures of development.