B A D A N I A   O P E R A C Y J N E   I   D E C Y Z J E

Nr 1   1997

Marek WALESIAK*, Andrzej BĄK*

WYKORZYSTANIE ANALIZY CZYNNIKOWEJ W BADANIACH MARKETINGOWYCH**

Omówiono ideę i typowe zastosowania analizy czynnikowej w rozwiązywaniu problemów marketingowych. Przedstawiono jej znaczenie w określaniu pozycji danego produktu na rynku w stosunku do produktów konkurencyjnych (na przykładzie napojów bezalkoholowych) oraz jej zastosowanie do redukcji pierwotnego zbioru zmiennych w celu otrzymania kilku czynników głównych, które decydują o wyborze danego produktu przez konsumenta.

1. Wprowadzenie

Analiza czynnikowa to – według Grabińskiego – „zespół metod i procedur statystycznych pozwalających na sprowadzenie dużej liczby badanych zmiennych do znacznie mniejszej liczby wzajemnie niezależnych czynników lub składowych głównych" [2, s. 161]. Wyodrębnione czynniki mają inną interpretację merytoryczną i zachowują znaczną część informacji zawartych w zmiennych pierwotnych.

W sensie ogólnym analiza czynnikowa obejmuje klasyczną analizę czynnikową oraz metodę głównych składowych. Klasyczna analiza czynnikowa, której główne idee oraz podstawowe założenia metodologiczne sformułowali Spearman i Thurstone, jest stosowana przede wszystkim w badaniach wewnętrznych zależności między zmiennymi. Metoda głównych składowych natomiast, której podstawy teoretyczne stworzyli Pearson i Hotelling, znajduje zastosowanie zarówno w analizie współzależności zbioru zmiennych, jak i w analizie struktury zbioru obserwacji. Do podstawowych celów klasycznej analizy czynnikowej oraz metody głównych składowych zalicza się (por. np. [3], [6], [7]):

* Katedra Ekonometrii i Informatyki, Akademia Ekonomiczna im. Oskara Langego, ul. Nowowiejska 3, 58-500 Jelenia Góra.

** Pracę wykonano w ramach grantu KBN 1-H02B-016-08 pn. *Komputerowo wspomagane gromadzenie i analiza danych marketingowych.*

- identyfikację ukrytych w zbiorze zmiennych czynników wspólnych,
- redukcję wymiarów przestrzeni zmiennych,
- ortogonalizację przestrzeni, w której są rozpatrywane obiekty, będące przedmiotem badań,
- identyfikację charakteru zmiennych,
- transformację układu zmiennych w jakościowo nowy układ czynników głównych,
- prezentację graficzną zbioru obserwacji wielowymiarowych.

2. Procedura analizy czynnikowej

Zarówno w klasycznej analizie czynnikowej, jak i w metodzie głównych składowych są formułowane modele matematyczne (w postaci układów równań liniowych), opisujące strukturę rozkładów wielowymiarowych. W związku z tym w obu podejściach stosuje się podobną procedurę postępowania. Podstawowa różnica między omawianymi metodami polega na sposobie reprezentacji w konstruowanych modelach wariancji zmiennych [12].

Przedmiotem analizy czynnikowej jest macierz danych, zawierająca n realizacji m zmiennych:

$$\boldsymbol{X} = [x_{ij}]_{n \times m}, \tag{1}$$

gdzie: $i = 1, \ldots, n$;
$j = 1, \ldots, m$;
$m < n$.

W wyniku transformacji wartości zmiennych za pomocą formuły standaryzacji uzyskuje się zmienne o jednakowej zerowej wartości oczekiwanej i jednostkowym odchyleniu standardowym:

$$\boldsymbol{Z} = [z_{ij}]_{n \times m}. \tag{2}$$

Zakłada się, że między zmiennymi X_j ($j = 1, \ldots, m$) zachodzą związki, których siłę i kierunek określają współczynniki korelacji liniowej Pearsona dane macierzą

$$\boldsymbol{R} = [r_{kj}]_{m \times m}, \tag{3}$$

gdzie: $r_{kj} = \frac{1}{n}\boldsymbol{Z}^T\boldsymbol{Z} = \begin{cases} \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} z_{ik} z_{ij} & \text{dla } k \neq j \\ 1 & \text{dla } k = j \end{cases};$

T – znak transpozycji.

W dalszym ciągu przyjmuje się, że źródłem wzajemnych zależności między zmiennymi są określone wspólne czynniki. Każda zmienna charakteryzuje się ponadto pewnymi specyficznymi właściwościami, które nie implikują jednak korelacyjnej współzależności cech. Składniki wspólne są uznawane za nośniki tej samej informacji, co prowadzi do wniosku, że można je zastąpić nowymi, syntetycznymi czynnikami głównymi. Uzyskane czynniki główne są wzajemnie ortogonalne, a zatem zawarte w nich zasoby informacyjne mają charakter unikatowy. Ich liczba jest przy tym na ogół mniejsza od liczby zmiennych. Podstawą identyfikacji składników wspólnych i specyficznych jest w metodzie analizy czynnikowej podział wariancji poszczególnych zmiennych na dwa komponenty, tzn. wariancję wspólną i wariancję specyficzną[1]:

$$v_j = h_j^2 + b_j^2, \tag{4}$$

gdzie: $v_j = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} z_{ij}^2 = 1$ – wariancja całkowita j-tej zmiennej,

h_j^2 – zasób zmienności wspólnej (wariancja wspólna) j-tej zmiennej,

$b_j^2 = 1 - h_j^2$ – zasób zmienności specyficznej (wariancja specyficzna) j-tej zmiennej.

Powyższe założenia umożliwiają sformułowanie podstawowego modelu matematycznego analizy czynnikowej w postaci układu równań liniowych:

$$\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{AF} + \boldsymbol{BU}, \tag{5}$$

gdzie: $\boldsymbol{Z} = [Z_j]_{1\times m}^T = [Z_1, \ldots, Z_m]$ – macierz zmiennych,

$\boldsymbol{A} = [a_{jl}]_{m\times p} (p \leq m)$ – macierz ładunków czynnikowych składników wspólnych,

$\boldsymbol{F} = [F_l]_{1\times p}^T = [F_1, \ldots, F_p]$ – macierz czynników wspólnych,

$\boldsymbol{B} = [\mathrm{diag}(b_j)]_{m\times m}$ – macierz ładunków czynnikowych składników specyficznych,

$\boldsymbol{U} = [U_j]_{1\times m}^T = [U_1, \ldots, U_m]$ – macierz czynników specyficznych,

$j = 1, \ldots, m$ – numer zmiennej,

$l = 1, \ldots, p$ – numer składnika wspólnego (czynnika głównego).

Rozwiązując układ równań (5) zmierzamy do uzyskania pewnej liczby czynników głównych (ujawnienia cech ukrytych), zastępujących zwykle liczniejszy zbiór cech pierwotnych, minimalizując jednocześnie związane z tym zabiegiem skutki w postaci utraty pewnego zasobu informacji. Występujące przy poszczególnych czynnikach głównych ładunki czynnikowe interpretuje się jako współczynniki korelacji liniowej między danym czynnikiem a oryginalną zmienną.

---

[1] W strukturze wariancji zmiennych pierwotnych wyróżnia się również niekiedy wariancję błędu. Szczegóły dotyczące tego zagadnienia zawiera praca [14]. W metodzie głównych składowych natomiast nie bierze się pod uwagę struktury wariancji zmiennych. Przedmiotem analizy jest w tym przypadku pełna macierz korelacji zmiennych, tzn. z jedynkami na głównej przekątnej.

Zgodnie z układem równań (5) uszczegółowione równanie, w którym j-ta zmienna standaryzowana Z_j zależy liniowo od czynników głównych F_l oraz czynników specyficznych U_j, przedstawia się następująco:

$$Z_j = a_{j1}F_1 + \ldots + a_{jp}F_p + b_jU_j = \sum_{l=1}^{p} a_{jl}F_l + b_jU_j. \tag{6}$$

W modelu określonym układem równań (5) struktura zależności pierwotnego zbioru zmiennych jest reprezentowana przez macierz kowariancji:

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^T + \boldsymbol{B}^2, \tag{7}$$

gdzie: $\boldsymbol{V} = [v_{kj}]_{m \times m}$ – macierz kowariancji zmiennych,

$$v_{kj} = \begin{cases} \sum_{l=1}^{p} a_{jl}a_{kl} & \text{dla } k \neq j, \\ \sum_{l=1}^{p} a_{jl}^2 + b_j^2 & \text{dla } k = j. \end{cases}$$

Po usunięciu z równania (7) składnika reprezentującego wariancję specyficzną otrzymuje się tzw. zredukowaną macierz korelacji:

$$\tilde{\boldsymbol{R}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{A}^T, \tag{8}$$

gdzie: $\tilde{\boldsymbol{R}} = [\tilde{r}_{kj}]_{m \times m}$ – zredukowana macierz korelacji zmiennych,

$$\tilde{r}_{kj} = \begin{cases} r_{kj} & \text{dla } k \neq j, \\ h_j^2 & \text{dla } k = j. \end{cases}$$

Elementy diagonalne pierwotnej macierzy korelacji $\boldsymbol{R}$ są zasobami zmienności wspólnej o wartościach dokładnych nie znanych przed rozwiązaniem układu równań (5). W związku z tym przyjmuje się oszacowania tych wartości. Do najczęściej stosowanych metod estymacji wartości zasobów zmienności wspólnej h_j^2 należą (por. [14]):

1. Metody, w których wykorzystuje się niektóre elementy macierzy korelacji $\boldsymbol{R}$:

a) metoda najwyższej korelacji, w której za h_j^2 przyjmuje się najwyższy co do modułu współczynnik korelacji j-tej zmiennej z pozostałymi, tzn.:

$$h_j^2 = \max_k [|r_{kj}|] \, (j \neq k);$$

b) metoda triad, w której

$$h_j^2 = \frac{r_{kj}r_{ij}}{r_{ik}} (i, j, k = 1, \ldots, m; \; j \neq k),$$

przy czym i oraz k to zmienne najwyżej skorelowane ze zmienną o numerze j;

c) metoda korelacji przeciętnej, w której

$$h_j^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{k=1}^{m} r_{kj}(j \neq k).$$

2. Metody, w których wykorzystuje się wszystkie elementy macierzy korelacji $\boldsymbol{R}$:

a) metoda pierwszego czynnika centroidalnego, w której

$$h_j^2 = \frac{\left[\sum_{k=1}^{m} r_{kj}\right]^2}{\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{m} r_{ik}} (i, j, k = 1, \ldots, m),$$

b) metoda pierwszego czynnika przeciętnego, w której

$$h_j^2 = \frac{m}{m-1} \frac{\left[\sum_{k=1}^{m} r_{kj}\right]^2}{\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{m} r_{ik}} (i, j, k = 1, \ldots, m;\ i \neq k;\ k \neq j),$$

c) metoda kwadratu korelacji wielokrotnych, w której

$$h_j^2 = 1 - \frac{1}{r^{jj}},$$

przy czym r^{jj} to element diagonalny macierzy $\boldsymbol{R}^{-1}$.

Redukcja macierzy $\boldsymbol{R}$ do $\tilde{\boldsymbol{R}}$ upraszcza układ równań (5) do postaci

$$\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{AF}. \tag{9}$$

Poszukiwane wartości czynników głównych wyznacza się zatem na podstawie relacji

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{A}^T\boldsymbol{Z}, \tag{10}$$

przy założeniu, że macierz ładunków czynnikowych jest macierzą ortogonalną[2]. Rozwiązanie równania (10) polega na wyznaczeniu elementów macierzy $\boldsymbol{A}$ na podstawie zredukowanej macierzy korelacji $\tilde{\boldsymbol{R}}$. Na mocy twierdzenia o podobieństwie macierzy[3] otrzymuje się:

$$\tilde{\boldsymbol{R}} = \boldsymbol{ALA}^T, \tag{11}$$

gdzie: $\boldsymbol{L} = [\mathrm{diag}(\lambda_l)]_{p\times p}$ – macierz diagonalna zawierająca wartości własne macierzy $\tilde{\boldsymbol{R}}$,

λ_l – l-ta wartość własna macierzy $\tilde{\boldsymbol{R}}$,

[2] Dla symetrycznej i ortogonalnej macierzy kwadratowej zachodzi bowiem $\boldsymbol{A}^T = \boldsymbol{A}^{-1}$ (por. [4]).

[3] Twierdzenie o podobieństwie macierzy głosi, że macierze $\boldsymbol{R}$ i $\boldsymbol{L}$ są podobne, jeżeli istnieje nieosobliwa macierz $\boldsymbol{A}$ spełniająca relację $\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{RA} = \boldsymbol{L}$ (por. [4]).

co prowadzi do sformułowania równania charakterystycznego, opartego na twierdzeniu dotyczącym macierzy ortogonalnych[4]:

$$\det(\tilde{\boldsymbol{R}} - L\boldsymbol{I}) = \boldsymbol{0}, \tag{12}$$

którego rozwiązaniem niezerowym są elementy wektora E, otrzymanego na podstawie jednorodnego układu równań:

$$(\tilde{\boldsymbol{R}} - L\boldsymbol{I})\boldsymbol{E} = \boldsymbol{0}, \tag{13}$$

gdzie: $\boldsymbol{E} = [E_l]^T_{1\times m}$ – macierz złożona z wektorów własnych macierzy $\tilde{\boldsymbol{R}}$,
E_l – wektor własny macierzy $\tilde{\boldsymbol{R}}$ odpowiadający l-tej wartości własnej,
$\boldsymbol{I}_{p\times p}$ – macierz jednostkowa.

Wartości własne macierzy $\tilde{\boldsymbol{R}}$ uporządkowane malejąco interpretuje się jako wariancje próbkowe utworzonych czynników głównych (składowych głównych). Z każdą wartością własną jest stowarzyszony wektor własny, którego elementy są współczynnikami kombinacji liniowej[5]:

$$F_l = a_{1l}Z_1 + \ldots + a_{ml}Z_m. \tag{14}$$

Elementy wektorów własnych tworzą jednoznacznie wyznaczony i ortogonalny układ czynników głównych F_k i F_l wówczas, gdy odpowiadające im wartości własne są różne, tzn. $\lambda_k \neq \lambda_l$. W przeciwnym razie otrzymuje się rozwiązanie niejednoznaczne, ponieważ można znaleźć nieskończenie wiele macierzy ładunków czynnikowych A generujących pierwotną macierz korelacji $\boldsymbol{R}$ zgodnie z zależnością (8). W takiej sytuacji poszukuje się macierzy A spełniającej reguły prostej struktury[6], dbając jednocześnie o to, aby uzyskany układ czynników głównych umożliwiał merytorycznie przejrzystą ich interpretację. W celu znalezienia macierzy A spełniającej nałożone warunki stosuje się metody obrotów osi czynnikowych. Zwykle są to tzw. obroty sztywne, które zachowują ortogonalność osi czynnikowych. Znane są również obroty nie zachowujące tej reguły, nazywane rotacjami skośnymi. Istnieją argumenty wskazujące na metodologiczny prymat rotacji skośnych nad sztywnymi (por. [6]).

Elementy macierzy ładunków czynnikowych kolejnych czynników głównych otrzymuje się po pomnożeniu każdej z uporządkowanych malejąco wartości własnych przez elementy stowarzyszonego z nią wektora własnego. W celu wyznaczenia l-tego wektora ładunków czynnikowych należy zatem obliczyć

---

[4] Zgodnie z tym twierdzeniem, jeżeli kwadratowa macierz A jest ortogonalna, to zachodzi relacja $AA^T = \boldsymbol{I}$ (por. [4]).

[5] Numerycznie stabilne algorytmy wyznaczania wartości własnych i wektorów własnych z referencjami dotyczącymi implementacji komputerowych są omówione m.in. w pracach [4], [5] i [8].

[6] Kryteria prostej struktury sformułowanej przez Thurstone'a zawiera praca [10]. Tam też przedstawiono mierniki prostoty, stosowane w procedurach rotacyjnych *quartimax* i *varimax*. W pracy [6] omówiono ortogonalne metody rotacji *quartimax*, *varimax* i *equimax* oraz procedury skośne.

$$A_l = \sqrt{\lambda_l} E_l, \tag{15}$$

gdzie: $A_l[a_{jl}]_{m\times p}$ – macierz ładunków czynnikowych,
$E_l[e_{jl}]_{m\times p}$ – l-ty wektor własny,
λ_l – l-ta wartość własna.

Aby obliczyć wartości ładunku czynnikowego l-tego czynnika głównego j-tej zmiennej, należy posłużyć się wzorem

$$a_{jl} = \frac{\sqrt{\lambda_l} e_{jl}}{\sqrt{\sum_{j=1}^{m} e_{jl}^2}}, \tag{16}$$

w którym e_{jl} oznacza j-ty element l-tego wektora własnego.

W przedstawionym algorytmie szacowania wartości ładunków czynnikowych wykorzystano technikę głównych składowych[7] Hotellinga. Należy podkreślić, że istnieje wiele technik alternatywnych, do których należy m.in. metoda centroidalna, metoda największej wiarygodności, metoda reszt minimalnych, metoda czynnika głównego. Niektóre z nich omówiono m.in. w pracach [6] i [10].

Istotnym momentem decyzyjnym w procedurze analizy czynnikowej jest określenie liczby czynników głównych, które będą uwzględnione w prowadzonym badaniu lub zostaną poddane zabiegowi rotacji. Proponowane w literaturze przedmiotu arbitralne i formalne techniki estymacji liczby czynników są z wielu względów wysoce niedoskonałe[8]. Podnoszone w stosunku do tych technik zarzuty dotyczą przede wszystkim często drastycznej niespójności i niezgodności wyników, jakie przynoszą po zastosowaniu do tego samego zbioru zmiennych. Każda z tych metod zawiera ponadto elementy subiektywnego lub mechanicznego sposobu postępowania. Skutkiem tych mankamentów mogą być błędy, polegające na pominięciu czynników istotnie wpływających na analizowane zjawisko lub też wynikające z uwzględnienia czynników kształtujących to zjawisko w sposób znikomy. Wobec braku jednoznacznych i wystarczająco wiarygodnych procedur postępowania decyzja o liczbie uwzględnianych czynników należy ostatecznie do badacza i zależy zarówno od jego doświadczenia, jak i charakteru zjawiska ekonomicznego, będącego przedmiotem badań. Rozwiązaniem często stosowanym w praktyce jest założenie określonego poziomu wariancji, który musi być wyjaśniany przez wyznaczone czynniki główne.

[7] Termin „metoda głównych składowych" jest tutaj użyty w znaczeniu węższym w celu określenia jednej z technik rachunkowych, prowadzących do wyznaczenia wartości ładunków czynnikowych. Jest ona adaptacją klasycznej metody głównych składowych Hotellinga na potrzeby analizy czynnikowej i jest w praktyce najczęściej stosowana.

[8] Krytyczny przegląd propozycji dotyczących metod szacowania liczby akceptowanych czynników głównych znajduje się w pracy [14]. Charakterystykę wybranych technik postępowania w tym względzie zawiera również praca [6].

3. Zastosowania analizy czynnikowej w badaniach marketingowych

Wykorzystanie metod statystycznej analizy wielowymiarowej, np. analizy regresji, analizy dyskryminacyjnej, metod klasyfikacji, w badaniach marketingowych wymaga rozwiązania problemu doboru zmiennych. Często bowiem w badaniach marketingowych występuje duża liczba zmiennych. Analiza czynnikowa jest wówczas stosowana na etapie doboru zmiennych jako metoda redukcji opisu (por. [1], [9]).

W wyniku zastosowania analizy czynnikowej następuje jednocześnie redukcja liczby zmiennych oraz ich ortogonalizacja, ponieważ wyodrębnione czynniki są nieskorelowane. Taka transformacja danych jest bardzo ważna z punktu widzenia analizy regresji, w której wymaga się, aby zmienne niezależne były nieskorelowane.

Innym obszarem wykorzystania analizy czynnikowej w badaniach marketingowych jest jej zastosowanie do wnioskowania o strukturze badanego zjawiska, czyli do wyszukiwania ogólnych prawidłowości w analizowanym zjawisku. Ma to znaczenie szczególnie w badaniu zachowań (reakcji) konsumentów na rynku. Z pierwotnie dużego zbioru zmiennych w wyniku przeprowadzenia analizy czynnikowej otrzymuje się kilka czynników głównych, które decydują np. o wyborze danego produktu przez konsumenta. Spośród wielu czynników Stoetzel [3] wyodrębnił za pomocą analizy czynnikowej trzy czynniki decydujące o wyborze likieru przez konsumentów francuskich, tj. słodkość likieru, jego cena oraz popularność w regionie. Crawford i Lomas [3] zastosowali analizę czynnikową w celu wyodrębnienia czynników decydujących o wyborze projektów badawczo-rozwojowych w przemyśle farmaceutycznym Wielkiej Brytanii.

Analiza czynnikowa może być także wykorzystana do konstrukcji tzw. map percepcji, przedstawiających usytuowanie badanych obiektów na płaszczyźnie (por. np. [9], [11]). W ten sposób dzięki analizie czynnikowej można określić pozycję produktu na rynku na tle produktów konkurencyjnych.

4. Przykład

Siedemdziesięciu studentów Wydziału Gospodarki Regionalnej i Turystyki Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu oceniło postrzeganie 9 napojów bezalkoholowych ze względu na 8 zmiennych. Zmienne zaprezentowano na skali semantycznej (siedmiostopniowej). Krańce skali określono w postaci antonimów. Przykładową ocenę napoju pepsi, dokonaną przez jednego respondenta, przedstawiono na rys. 1, a uśrednione wyniki odpowiedzi 70 respondentów w tab. 1.

Pepsi		
1. Duża zawartość owocu	_ _ _ _ _ _ x	Niska zawartość owocu
2. Niskie nasycenie gazem	_ _ _ _ _ _ x	Wysokie nasycenie gazem
3. Wysoka kaloryczność	x _ _ _ _ _ _	Niska kaloryczność
4. Gorzki	_ _ _ _ _ x _	Bardzo słodki
5. Gasi pragnienie	_ _ _ _ _ _ x	Nie gasi pragnienia
6. Napój popularny	x _ _ _ _ _ _	Napój mało popularny
7. Silny posmak*	_ _ _ _ x _ _	Bez posmaku
8. Napój nie pokrzepiający	x _ _ _ _ _ _	Napój pokrzepiający

* Uboczne odczucie smakowe obce danemu napojowi, pozostające po jego wypiciu.

Rys. 1. Przykładowa ocena napoju pepsi dokonana przez jednego respondenta

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 1

Średnie oceny 9 napojów bezalkoholowych dla 8 badanych zmiennych

Nazwa napoju	Symbol	Numer zmiennej							
		1	2	3	4	5	6	7	8
Pepsi	p	6,114	5,829	2,829	5,400	4,457	1,757	3,714	4,286
Pepsi Light	pl	6,243	5,471	6,014	4,686	3,914	2,986	3,957	4,000
Coca Cola	c	6,086	5,857	2,600	5,371	4,371	2,200	3,986	4,386
Coca Cola Light	cl	6,243	5,357	5,657	4,714	4,229	3,186	4,071	4,286
7 UP	su	4,229	5,371	3,643	4,514	3,300	2,786	4,271	4,671
Mirinda	m	2,543	4,886	3,286	5,600	3,929	3,400	3,871	4,457
Fanta	f	2,814	5,114	3,257	5,400	3,657	2,043	4,157	4,671
Sprite	s	4,286	5,429	3,757	4,529	2,957	2,343	4,114	4,900
Sinalco	si	3,514	4,971	3,343	5,171	3,686	3,786	4,243	4,171

Źródło: opracowanie własne na podstawie przeprowadzonego badania ankietowego.

Podstawowym celem badania było określanie pozycji wybranych napojów na rynku napojów bezalkoholowych w Polsce. Interesującym aspektem badań było również ustalenie wzajemnych relacji między konkurującymi ze sobą popularnymi napojami bezalkoholowymi. W wyniku zastosowania procedury analizy czynnikowej z pierwotnego zbioru liczącego osiem zmiennych otrzymano kilka czynników głównych, decydujących o wyborze przez konsumenta danego napoju. W algorytmie analizy czynnikowej wykorzystano technikę głównych składowych, za pomocą której wyodrębniono trzy czynniki główne, zawierające łącznie prawie 90% zmienności wspólnej (por. tab. 2).

Tabela 2

Ładunki czynnikowe uzyskane metodą głównych składowych

Zmienna	Czynnik 1	Czynnik 2	Czynnik 3
1	*-0,786629	0,496619	-0,329596
2	*-0,767064	0,001078	-0,605366
3	-0,017662	*0,916691	0,028250
4	-0,305915	*-0,729367	0,593992
5	*-0,864551	-0,046724	0,411404
6	0,441311	0,514003	*0,664055
7	*0,789555	0,237796	-0,187167
8	0,551719	-0,490168	-0,599962
Zasób zmienności wspólnej	3,171063	2,182126	1,833934
w %	39,64	27,28	22,92

* Gwiazdką zaznaczono ładunki czynnikowe większe, co do wartości bezwzględnej, od 0,65.

Źródło: obliczenia własne z wykorzystaniem pakietu CSS Statistica.

Czynnik 1. jest najsilniej powiązany ze zmiennymi o numerach 1, 2, 5 i 7. Reprezentuje on właściwości smakowe poszczególnych napojów. Czynnik 2. jest najsilniej powiązany ze zmiennymi o numerach 3 i 4. Opisuje on więc dietetyczność poszczególnych napojów. Czynnik 3. jest najsilniej związany ze zmienną 6, oznaczającą popularność danego napoju.

Po zastosowaniu wzoru (14) pierwotny zbiór badanych 9 napojów w przestrzeni ośmiowymiarowej został przekształcony w zbiór 9 napojów w trójwymiarowej przestrzeni niezależnych czynników głównych (wyniki tej operacji zestawiono w tab. 3).

Na podstawie danych zawartych w tabeli 3 można przedstawić graficznie 9 badanych napojów bezalkoholowych w przestrzeni trójwymiarowej lub też przedstawić ich konfigurację w trzech przestrzeniach dwuwymiarowych (por. rys. 2–5). Wśród badanych napojów bezalkoholowych możemy wyróżnić cztery klasy:

I – Pepsi, Coca Cola;

II – Pepsi Light, Coca Cola Light;

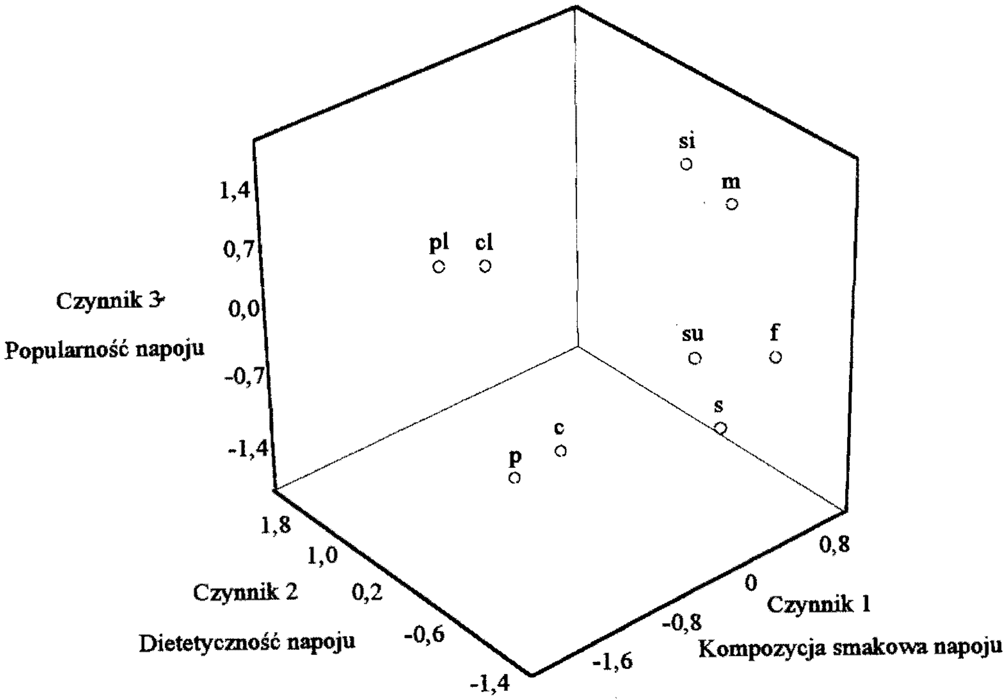
III – Sprite, 7 UP;
IV – Fanta, Mirinda, Sinalco.

Tabela 3

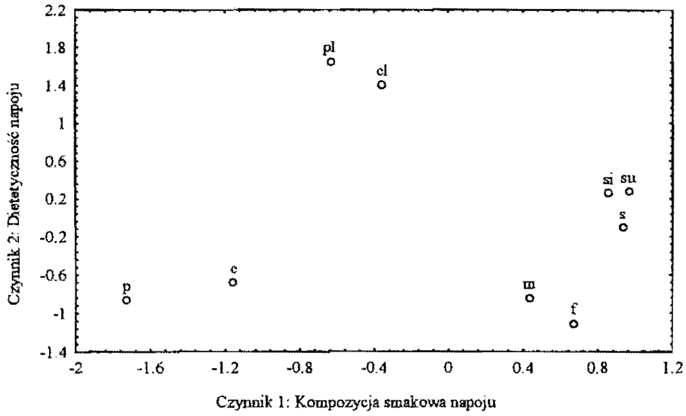
Współrzędne badanych napojów bezalkoholowych w układzie trzech czynników głównych

Napój	Symbol	Czynnik 1	Czynnik 2	Czynnik 3
Pepsi	p	−1,72252	−0,85974	−0,24604
Pepsi Light	pl	−0,63170	1,65602	0,19215
Coca Cola	c	−1,15409	−0,67922	−0,36817
Coca Cola Light	cl	−0,35320	1,40540	0,17198
7 UP	su	0,96316	0,27169	−0,97778
Mirinda	m	0,43322	−0,83768	1,59720
Fanta	f	0,67162	−1,10783	−0,06609
Sprite	s	0,93150	−0,10826	−1,59730
Sinalco	si	0,86202	0,25962	1,29405

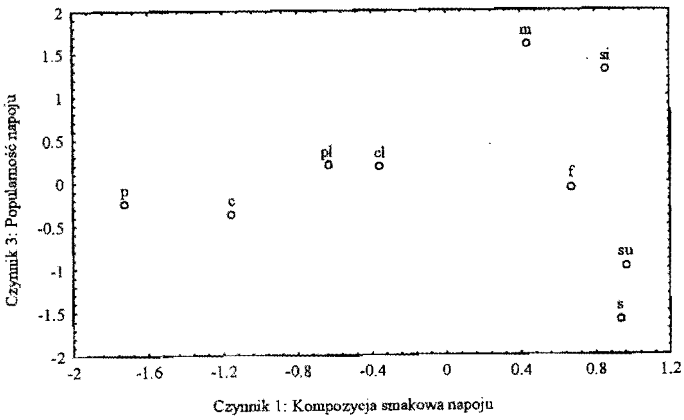
Źródło: obliczenia własne z wykorzystaniem pakietu CSS Statistica.



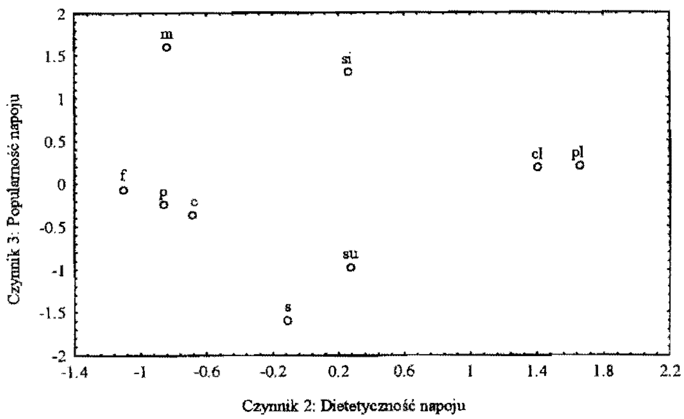
Rys. 2. Konfiguracja napojów bezalkoholowych w przestrzeni czynników 1, 2 i 3
Źródło: opracowanie własne.



Rys. 3. Konfiguracja napojów bezalkoholowych w przestrzeni czynników 1 i 2
Źródło: opracowanie własne.



Rys. 4. Konfiguracja napojów bezalkoholowych w przestrzeni czynników 1 i 3
Źródło: opracowanie własne.



Rys. 5. Konfiguracja napojów bezalkoholowych w przestrzeni czynników 2 i 3
Źródło: opracowanie własne.

Napoje I i II klasy charakteryzują się średnią popularnością. Odróżniają się one dietetycznością, bowiem napoje klasy II cechuje wysoka dietetyczność, natomiast napoje klasy I – niska. W klasie III znalazły się napoje o średniej dietetyczności, ale o najwyższej popularności. Fanta i Mirinda z klasy IV zostały uznane za najmniej dietetyczne. Mirindę i Sinalco, wchodzące w skład tej klasy, można zaliczyć z kolei do najmniej popularnych napojów.

Bibliografia

[1] AAKER D.A., DAY G.S., *Marketing research: private and public sector decisions*, New York, Wiley, 1980.

[2] *Badania przestrzenne rynku i konsumpcji. Przewodnik metodyczny*, MYNARSKI S. (red.), Warszawa, PWN, 1992.

[3] CRAWFORD I.M., LOMAS R.A., *Factor analysis – a tool for data reduction*, European Journal of Marketing 1980, Vol. 14, No. 7, pp. 414–421.

[4] FORTUNA Z., MACUKOW B., WĄSOWSKI J., *Metody numeryczne*, Wyd. 2, Warszawa, WNT, 1993.

[5] KIEŁBASIŃSKI A., SCHWETLICK H., *Numeryczna algebra liniowa*, Warszawa, WNT, 1992.

[6] KIM J.O., MUELLER C.W., *Factor analysis. Statistical methods and practical issues*, Beverly Hills, Sage, 1978.

[7] KIM J.O., MUELLER C.W., *Introduction to Factor Analysis. What it is and How To Do It*, Beverly Hills, Sage, 1978.

[8] KOLUPA M., WITKOWSKI J.M., *Wybrane metody numeryczne algebry liniowej w ekonometrii*, Warszawa, PWN, 1981.

[9] McDANIEL C., GATES R., *Contemporary marketing research*, St. Paul, West Publishing Co., 1991.

[10] MORRISON D.F., *Wielowymiarowa analiza statystyczna*, Warszawa, PWN, 1990.

[11] MYNARSKI S., *Metody badań marketingowych*, Warszawa, PWE, 1990.

[12] TADEUSIEWICZ R., IZWORSKI A., MAJEWSKI J., *Biometria*, Kraków, Wydawnictwa AGH, 1993.

[13] WALESIAK M., *Statystyczna analiza wielowymiarowa w badaniach marketingowych*, Wrocław, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu 1993, nr 654, Seria: Monografie i opracowania nr 101.

[14] ZAKRZEWSKA M., *Zasób zmienności wspólnej czy liczba czynników wspólnych – teoria i praktyka*, [w:] Z psychometrycznych problemów diagnostyki psychologicznej, pod red. J. Brzezińskiego i E. Hornowskiej, Poznań, Wydawnictwo Naukowe UAM, 1993.

The applications of factor analysis in marketing research

The paper discusses methodological aspects of factor analysis and applications of this method in marketing research. Also, the product positioning case study is discussed. This analysis can help us to answer the question of how products are positioned in terms of competitive offerings. Factor analysis as a data reduction method can determine which of products's attributes (factors) are most important to customers.

Verified by Halina Marciniak