

POLITECHNIKA GDAŃSKA

Wydział Oceanotechniki i Okrętownictwa

Zakład Mechaniki, Konstrukcji i Wytrzymałości Okrętu

Praca Badawcza nr 02/09/DS

Analiza nośności granicznej uźebrowanych paneli poszycia
przy zgięciu wzdłużnym kadłuba

Praca wykonana w ramach Badań Statutowych, umowa nr 014671/031

Wojciech Puch

Gdańsk 2009

Streszczenie

Długi czas obliczeń MES wykonywanych dla konstrukcji, której fragmenty ulegają równocześnie uplastycznieniu i utracie stateczności, skłania do stosowania niepełnego odwzorowania warunków brzegowych oraz postaci konstrukcji, jak również zgrubnego podziału na elementy skończone, co może prowadzić do zawyżonej oceny nośności granicznej zginanego kadłuba statku.

Po przeprowadzeniu wybranych analiz, dla wydzielonych fragmentów konstrukcji typowego masywca 150000 DWT, stwierdzono, że: (a) niezapewnienie możliwości swobodnych przemieszczeń węzłów środnika ciągłych usztywnień w płaszczyźnie zginania tarczowego, nie wpływa na nośność graniczną panelu z usztywnieniami o sztywności większej od krytycznej, natomiast w przypadku paneli z usztywnieniami „wiotkimi” trzeba stosować modele trzysegmentowe, bo dla modeli jednosegmentowych nośność jest zawyżona o ok. 20%; (b) spełnienie warunku zgodności przesunięć poszycia i środników ciągłych usztywnień wzdłużnych na granicach segmentów może być uzyskane zarówno za pomocą więzów wewnętrznych jak i wykorzystując dodatkowe płyty poprzeczne; (c) dla paneli z przepisowymi otworami komunikacyjnymi wystarczający jest podział na elementy o wielkości 100 mm; (d) typowe otwory komunikacyjne w środnikach wiązarów wzdłużnych prowadzą do obniżenia nośności granicznej o ok. 25–30%, natomiast otwory małe o ok. 10%; (e) niesymetria ciągłych usztywnień wzdłużnych nie wpływa na nośność graniczną paneli.

Spis treści

1	Wstęp	5
1.1	Wprowadzenie	5
1.2	Cel i zakres pracy	6
1.3	Metody, modele i narzędzia	7
1.3.1	Typy elementów powłokowych	7
1.3.2	Model materiału	7
1.3.3	Wstępne deformacje	8
1.3.4	Realizacja obciążenia	8
1.3.5	Odczytywanie wyników	8
2	Modelowanie warunków brzegowych na granicach segmentów w modelach MES	9
2.1	Sprawdzenie w jakich warunkach najwygodniejszy, przemieszczeniowy sposób realizacji obciążenia może prowadzić do błędnych wyników	12
2.1.1	Usztywnienia wysokie	13
2.1.2	Usztywnienia niskie	19
2.2	Testowanie sposobu odwzorowania mocowania środników usztywnień wzdłużnych do wiązarów poprzecznych	25
3	Analiza wpływu otworów w środnikach wiązarów wzdłużnych na ocenę nośności	28
3.1	Wiązar z otworami wzdłużnymi	29
3.1.1	Wiązar bez otworów	30
3.1.2	Poszukiwanie minimalnego, wystarczającego podziału pól płytowych z otworami na elementy	36
3.1.3	Badanie wpływu wielkości i orientacji otworów na nośność wiazara	40
3.1.4	Podsumowanie	42
3.2	Wiązary z otworami poprzecznymi	42
3.2.1	Wiązar bez otworów	43
3.2.2	Poszukiwanie minimalnego, wystarczającego podziału pól płytowych z otworami na elementy	45
3.2.3	Badanie wpływu wielkości i orientacji otworów na nośność wiazara	53
3.2.4	Podsumowanie	53
4	Analiza wrażliwości oceny nośności na niesymetrię usztywnień wzdłużnych	55
4.1	Testowanie wpływu gęstości podziału mocnika usztywnienia na elementy skończone wzdłuż jego szerokości na ocenę nośności	57
4.2	Badanie wpływu wielkości niesymetrii (od symetrycznego teownika do kątownika) na nośność usztywnionego panelu	60
5	Podsumowanie	64
	Literatura	65
A	Pliki danych dla analizy nośności granicznej w programie ANSYS	66
A.1	Obliczanie nośności granicznej	66
A.2	Panel z ciągłymi usztywnieniami wzdłużnymi	68
A.3	Wzdłużnik usztywniony wzdłużnie	73
A.3.1	Bez otworów	74

A.3.2	Z otworem w środkowym polu	76
A.4	Wzdłużnik usztywniony poprzecznie	80
A.4.1	Bez otworów	80
A.4.2	Z otworami w dwóch środkowych polach	83

1 Wstęp

1.1 Wprowadzenie

Nośność graniczna cienkościennej konstrukcji kadłuba statku zginanego w płaszczyźnie pionowej jest determinowana różnorodnymi (a) niezależnymi, (b) kolejno po sobie następującymi i (c) wzajemnie sprzężonymi mechanizmami niszczenia, które prowadzą do utraty własności funkcjonalnych statku jako środka transportu, albo poprzez utratę spójności konstrukcji albo wskutek nadmiernej zmiany kształtu. Najczęściej obserwowane, a równocześnie najbardziej niebezpieczne, są formy niszczenia związane z utratą stateczności:

- (a) sprężystą blach i kształtowników, po której następuje zginanie już nieprostoliniowych i niepłaskich, ściskanych elementów konstrukcyjnych;
- (b) sprężysto-plastyczną, gdy lokalne uplastycznienie spowodowane naprężeniami wstępnymi, spiętrzeniem naprężeń w sąsiedztwie otworów i korbów konstrukcyjnych oraz ściskaniem blach z imperfekcjami, skutkuje zmniejszeniem sztywności giętnej i w konsekwencji miejscową utratą stateczności, która może propagować się na większe rejonu konstrukcji.

Obliczenia nośności granicznej kadłubów masowców i zbiornikowców są „ustandaryzowane” w przepisach Common Structural Rules (CSR) [4], zalecających metodykę bazującą na uproszczonych formułach i procedurach. Obliczenia niezależne od typu funkcjonalnego statku można wykonać posługując się Metodą Elementów Skończonych (MES), ale należy zastosować procedury nieliniowe; do efektywnego wykonywania takich analiz niezbędna jest wiedza i doświadczenie oraz dostęp do specjalistycznego oprogramowania. Mimo tak znacznych wymagań zastosowanie metod bezpośrednich bazujących na MES staje się coraz bardziej powszechne, gdyż pozwala na swobodny wybór dokładności odwzorowania konstrukcji. Sprzyja temu i ta okoliczność, że kolejne wersje profesjonalnych programów obliczeniowych przynoszą udoskonalone elementy i procedury związane właśnie z obliczeniami w zakresie sprężysto-plastycznym. To stopniowe, ciągłe rozwijanie narzędzi obliczeniowych wynika z zapotrzebowania na obliczenia tego typu nie tylko w dziedzinie konstrukcji okrętowych, ale zwłaszcza w zakresie konstrukcji budowlanych, mostowych, lotniczych, samochodowych. Trend ten wydaje się być trwały i będzie zapewne dominował w najbliższych latach.

Mimo ciągłego, intensywnego rozwoju metod, algorytmów i narzędzi obliczeniowych związanych z analizą nośności granicznej, nadal przystępując do wykonywania tego typu obliczeń, trzeba dokonywać uproszczeń podczas modelowania geometrii konstrukcji. Przyczyną jest duża czasochłonność obliczeń, która wynika z następujących okoliczności:

- Obliczenia są wykonywane przy stopniowo narastającym obciążeniu, bo w procesie niszczenia zmienia się lokalnie sztywność, co wpływa nieliniowo, w niemożliwy do przewidzenia sposób, na kolejne stany konstrukcji; każdy krok obciążenia wymaga znalezienia konfiguracji równowagi na stanie odkształconym, co jest łatwiejsze przy małym przyroście obciążenia.
- Uplastycznienie wiąże się ze zmianą własności materiałowych i proces ten przebiega „wglęb” elementu od jego powierzchni. Wymaga to śledzenia stanu naprężenia nie tylko „wzdłuż” elementu czy na jego powierzchni, ale również na kierunku jego grubości. Wiąże się to z podziałem elementu na warstwy i np. dla elementów powłokowych bywają co najmniej 3 takie warstwy, co trzykrotnie wydłuża czas formowania macierzy sztywności i sprawdzania stanu odkształcenia.

- Lokalne spiętrzenia naprężeń w „karcach konstrukcyjnych” (np. małe otwory) prowadzą do ekstremalnych stanów odkształceń, co może skutkować przekroczeniem dopuszczalnego, dla zakresu umiarkowanych odkształceń, poziomu płynięcia plastycznego (najczęściej ok. 5–6%). Chcąc wykonywać obliczenia w zakresie dużych odkształceń, co jest możliwe w ramach MES, trzeba przekroczyć kolejny próg specjalizacji oprogramowania, wiedzy i praktyki obliczeniowej.

Obserwacje te, z jednej strony, skłaniają do poszukiwania akceptowalnych uproszczeń w odwzorowaniu geometrii i przy podziale na elementy, a z drugiej strony, nadal czynią atrakcyjnymi uproszczone, przepisowe metodyki obliczeniowe, które, mimo ich stosowania, wciąż wymagają określenia zakresu wiarygodności w przypadku stosowania ich do konstrukcji nie w pełni pasujących do „wzorca”.

W niniejszej pracy rozpatrywane są pewne aspekty zarówno budowy bezpośrednich modeli MES, jak i stopnia wiarygodności metodyk przepisowych, na które być może wpływają niektóre szczególne postacie konstrukcji kadłuba statku.

Praca ta jest kontynuacją badań opisanych w raporcie [3].

1.2 Cel i zakres pracy

Celem pracy było zbadanie, jak parametry konstrukcji, uznane w przepisach CSR za nieistotne (otwory w środnikach wiązarów wzdłużnych), opisane w sposób przybliżony (forma kształtowników tworzących usztywnienia wzdłużne), jak również „niejawnie” pominięte (warunki brzegowe na granicach segmentów), wpływają na nośność graniczną. Niektóre z nich (warunki brzegowe) muszą być zdefiniowane w bezpośrednich obliczeniach bazujących na MES, a pozostałe mogą poprawić wiarygodność obliczeń.

Główną przesłanką podjęcia badań było poszukiwanie właściwej postaci modelu wytrzymałościowego: na tyle prostego, że jego przygotowanie nie będzie pracochłonne, a obliczenia nie będą czasochłonne, i jednocześnie tak dobrze odwzorowującego mechanizmy niszczenia, że wyniki będą wiarygodne.

Zakres pracy, obejmujący realizację trzech zadań, jest następujący:

1. Modelowanie warunków brzegowych na granicach segmentów w modelach MES
 - (a) Sprawdzenie w jakich warunkach najwygodniejszy, przemieszczeniowy sposób realizacji obciążenia może prowadzić do błędnych wyników.
 - (b) Testowanie sposobu odwzorowania mocowania środników usztywnień wzdłużnych do wiązarów poprzecznych.
2. Analiza wpływu otworów w środnikach wiązarów wzdłużnych na ocenę nośności
 - (a) Poszukiwanie minimalnego, wystarczającego podziału pól płytowych z otworami na elementy.
 - (b) Badanie wpływu wielkości i orientacji otworów na nośność wiązara.
3. Analiza wrażliwości oceny nośności na niesymetrię usztywnień wzdłużnych
 - (a) Testowanie wpływu gęstości podziału mocnika usztywnienia na elementy skończone wzdłuż jego szerokości na ocenę nośności.
 - (b) Badanie wpływu wielkości niesymetrii (od symetrycznego teownika do kątownika) na nośność usztywnionego panelu.

1.3 Metody, modele i narzędzia

- Podstawą obliczeń była Metoda Elementów Skończonych, w ujęciu przemieszczeniowym. Wykorzystano procedury umożliwiające krokowe obciążanie konstrukcji, dla realizacji nieliniowej – w zakresie materiałowym i geometrycznym – pracy konstrukcji. Sposób obciążania i iteracyjne metody znajdowania stanu równowagi pozwalały na uzyskanie stanu częściowej utraty stateczności i śledzenie procesów biernych.
- Obliczenia realizowano na modelach „płaskich paneli”, które poddawano ściskaniu. Forma modeli była możliwie prosta, nawet wykorzystująca symetrię i pomijająca „struktury prostopadłe”: wiązary wzdłużne dla paneli poszycia i poszycie dla wiązarów wzdłużnych. Wzorcem danych był kadłub masowca 140000 DWT, opisany w [1].
- Jako podstawowe narzędzie obliczeniowe zastosowano program ANSYS.

1.3.1 Typy elementów powłokowych

Obliczenia wykonywano wykorzystując elementy powłokowe SHELL63 i SHELL43. Pierwszy z nich opisuje pracę konstrukcji jedynie w zakresie sprężystym i był stosowany wyłącznie na etapie obliczeń wstępnych, do oceny form utraty stateczności. Zaletą jego jest to, że prowadzi do wiarygodnych wyników już przy stosunkowo zgrubnym podziale na elementy.

Element SHELL43 wykorzystywano przy właściwych analizach sprężysto-plastycznych. Można go stosować zarówno przy obliczeniach stateczności początkowej jak i nieliniowej pracy po przekroczeniu granicy plastyczności. Jest ukierunkowany bardziej na opis zmiany stanu po częściowym uplastycznieniu zarówno na kierunku grubości płyty jak i w rejonie pola elementu, więc w celu wystarczająco dokładnego odwzorowania zgięciowej formy pracy powłoki (a jest to istotne przy występowaniu utraty stateczności) należy stosować stosunkowo gęsty podział na elementy.

1.3.2 Model materiału

Przyjmuje się [2], że do obliczeń nośności granicznej konstrukcji kadłuba statku wystarczający jest symetryczny, „biliniowy” sprężysto-plastyczny model materiału:

- do odkształceń odpowiadających granicy plastyczności: liniowo-sprężysty,
- po przekroczeniu odkształceń odpowiadających granicy plastyczności: idealnie plastyczny (bez umocnienia).

Do oceny poziomu wyężenia materiału przyjmuje się hipotezę Hubera–Misesa–Hencka.

W przeprowadzonych analizach stosowano następującą definicję materiału:

```
mptemp, 1, 0.0
mp, Ex, 1, 2.06e5
mp, NUxy, 1, 0.3
tb, BKIN, 1, 1
tbtemp, 0.0
tbdata, 1, Re_, 1e2 !! Yield stress (Re), Tangent modulus
```

gdzie $Re_$ jest wcześniej w pliku danych zdefiniowaną granicą plastyczności. Jest to model materiału biliniowy, z umocnieniem kinematycznym. Moduł styczny zadano na bardzo niskim poziomie –

100 MPa, a więc trzy rzędy wielkości niższym, niż moduł Younga. Niezerowa wartość modułu stycznego ułatwia osiągnięcie zbieżności w procesie iteracyjnego znajdowania stanów równowagi przy pracy w zakresie dużych przemieszczeń i występowaniu procesów biernych.

1.3.3 Wstępne deformacje

Do zainicjowania procesu analizy pracy ściskanej konstrukcji po utracie stateczności konieczne jest wystąpienie „imperfekcji” na kierunku prostopadłym do kierunku ściskania. W niniejszej pracy przyjęto, że będzie to stan deformacji zgodny z pierwszą postacią utraty stateczności, wyznaczaną jako zagadnienie własne. Maksymalną wielkość wstępnej deformacji przyjmowano jako 25% grubości ściskanej płyty poszycia panelu, a do wymuszenia takiej formy wykorzystywano procedurę programu ANSYS:

```
f_=tp_/4 !! wstepne ugiecie  
upcoord, f_/ux_
```

gdzie $ux_$ jest wcześniej wyznaczoną wartością maksymalnego przemieszczenia liniowego konstrukcji. W pracy [6] pokazano, że jeśli wielkość wstępnej deformacji nie jest duża w stosunku do grubości płyty, to wyniki nie zależą od formy deformacji, bo w procesie nieliniowej analizy, przy krokowym powiększaniu obciążenia, program sam znajduje „poprawną” postać odkształcenia konstrukcji.

1.3.4 Realizacja obciążenia

Modele były budowane tak, że poszycie paneli leżało w płaszczyźnie Oxy , a ściskanie odbywało się na kierunku osi x . Na brzegu przesuwany realizowano hipotezę płaskich przekrojów, „podporządkowując” przesunięcia na kierunku x wybranemu węzłowi „głównemu” «master». W tym węźle zdefiniowano warunek brzegowy «zerowy obrót wokół osi z », co zapewniło przemieszczenia równoległe do osi x , oraz zadawano wymuszone przesunięcie wzdłuż osi x . Wymuszone przemieszczenie realizowano krokowo, od zera do zadanej wartości, z automatycznym doбором wielkości kroku. Uzyskano to za pomocą następujących poleceń programu ANSYS:

```
cerig, n_, all, Ux  
d, n_, ROTz  
Ux_pl=Re_/E_*l_  
d, n_, Ux, -1.2*Ux_pl  
autots, on  
nsubst, 30, 200, 20
```

gdzie $l_$ jest długością ściskanego segmentu. Jak widać, analiza odbywała się do chwili osiągnięcia stanu „ściśnięcia” odpowiadającemu odkształceniom o 20% większym od osiągnięcia granicy plastyczności (dla niektórych modeli analizę rozszerzono do 50%). Pozwalało to na określenie maksymalnej nośności granicznej i realizację stanów pokrytycznych.

1.3.5 Odczytywanie wyników

Podstawowymi wynikami jest zależność σ – ε , którą można uzyskać znając siłę obciążającą, pole przekroju poprzecznego oraz wartość przemieszczenia i długość panelu. Siła i przemieszczenie zmieniają się w procesie obciążania, więc trzeba je „wydostać” od programu obliczeniowego. Modele były na tyle małe (w sensie liczby węzłów i elementów), że zapamiętywano wszystkie wyniki dla kolejnych kroków obciążenia:

outres, all, all

a potem odczytano reakcję i przemieszczenie w węźle <<master>>i zapisano do pliku tekstowego:

```
/post1
shell, mid
*get, ns_, active, 0, set, nset
set, first
*cfopen, Qgr, txt
*do, i_, 1, ns_
*get, Ux_, node, n_, U, x
*get, Rx_, node, n_, Rf, Fx
*vwrite, i_, -Ux_, -Rx_
(f6.0,2x,e12.4,2x,e12.4)
set, next
*enddo
*cfclos
finish
```

Dalsza obróbka wyników odbywała się już poza programem ANSYS.

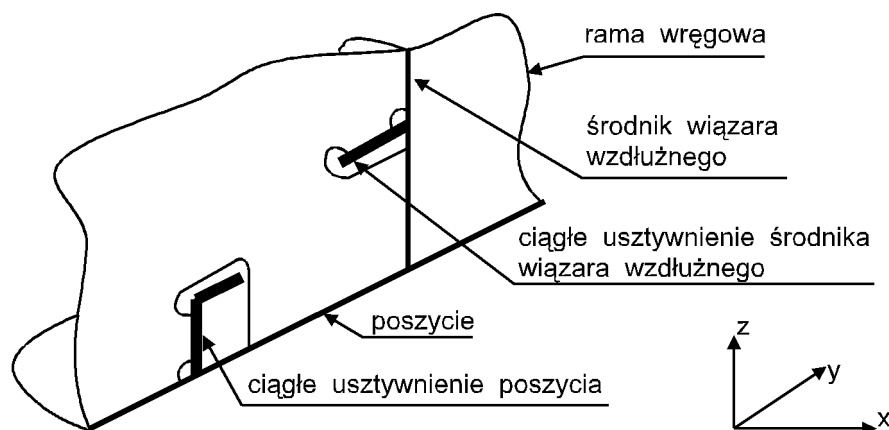
2 Modelowanie warunków brzegowych na granicach segmentów w modelach MES

Powszechnie akceptowana metodyka prowadzenia obliczeń nośności granicznej kadłuba statku, zginanego w płaszczyźnie pionowej, sformułowana jest np. w międzynarodowych przepisach Common Structural Rules for Bulk Carriers (CSR) [4]. Przyjęto w niej, że struktura wiązarów jest na tyle mocna, iż nie grozi jej globalna forma utraty stateczności. Założenie to jest zgodne z poglądami wszystkich głównych Towarzystw Klasyfikacyjnych, zapisanymi w ich Przepisach Budowy Statków Morskich (np. p. 13.6.4.2 w przepisach [7] Polskiego Rejestru Statków). Dzięki temu zakres przestrzenny modelu obliczeniowego nośności granicznej został ograniczony do jednego „segmentu” wydzielonego wzdłuż długości kadłuba statku dwiema sąsiednimi ramami wręgowymi.

Płaszczyzny podziału przecinają blachy poszycia i środniki wiązarów oraz usztywnienia wzdłużne poszycia i środników wiązarów. W miejscach przecięcia muszą zostać sformułowane warunki brzegowe odzworowujące współpracę analizowanego segmentu i „odciętych” segmentów brzegowych. Warunki te powinny równocześnie umożliwić przemieszczenia wynikające z istniejących połączeń elementów konstrukcyjnych oraz przewidywanych form niszczenia, związanych z utratą stateczności przez blachy i usztywnienia.

Dla typowego połączenia „środek ze środkiem” na przejściu usztywnień wzdłużnych przez wiązar poprzeczny (Rys. 1), oraz wobec założenia, że wiązar brzegowy jest sztywny w swojej płaszczyźnie, powinny być zapewnione następujące warunki brzegowe:

- linie przecięcia blach (poszycia i środników wiązarów) powinny być prostoliniowe;
- na liniach przecięcia, blachy powinny mieć możliwość obrotu wokół tych linii (realizacja podparcia przegubowego);
- środniki usztywnień powinny być prostopadłe do „linii przecięcia” usztywnianych blach;

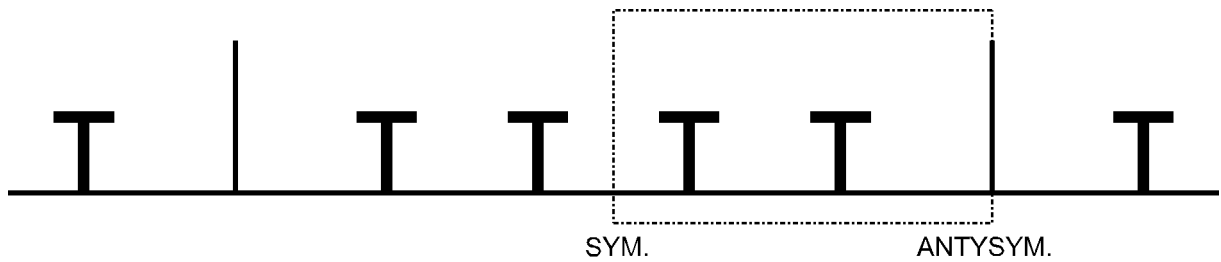


Rysunek 1:

- usztywnienia muszą mieć możliwość obrotu wokół „linii przecięcia” usztywnianych blach (możliwość powstania antysymetrycznej formy utraty stateczności);
- środki usztywnień wraz z mocnikami muszą mieć możliwość obrotu wokół „krawędzi brzegowej” środka usztywnienia;
- mocnik usztywnienia powinien mieć możliwość nieskrępowanego skręcania wokół linii połączenia ze środkiem;
- na kierunkach wzdłuż linii przecięcia powinna być możliwość swobodnej deformacji.

Wymagania te są sprzeczne z pożądanym sposobem generowania obciążenia niszczącego (patrz [3]) na brzegach segmentu. Podstawowa trudność wiąże się z tym, że – z jednej strony – płaski przekroju usztywnień muszą mieć możliwość „nieleżenia” w płaszczyźnie brzegu segmentu, a z drugiej strony, stan obciążenia generowany jest przemieszczeniem „płaskiego przekroju” na granicy segmentów.

Niespójność wymagań jest skutkiem niejawniej zmiany sposobu obciążenia dokonanej przy wydzieleniu segmentu z całego kadłuba. Zgięcie całego kadłuba jest generowane obciążeniami (ciśnieniami, przyspieszeniami, etc.) „poprzecznymi”, czyli prostopadłymi do „osi wzdłużnej” kadłuba. Wskutek tego we wzdłużnych elementach konstrukcyjnych powstają „wzdłużne” naprężenia normalne generowane „zgięciem ogólnym”, które osiągają maksymalne wartości w rejonie owręza. „Zgięcie ogólne” segmentu w rejonie owręza jest prawie wyłącznie skutkiem działania obciążeń położonych daleko od niego (bo istotny jest moment tych obciążeń), więc w modelach „nośności granicznej” można pomijać obciążenie „poprzeczne” analizowanego segmentu. Wydawało by się więc, że hipoteza płaskich przekrojów będzie dobrze spełniona (bo siły poprzeczne są zerowe) i tak by było, gdyby blachy i usztywnienia nie mogły tracić stateczności. Ten mechanizm niszczenia sprawia, że „płaski przekrój” bez zachowania zgodności kątów obrotu tworzą tylko duże struktury płytowe, które nie mogą tracić stateczności w swojej płaszczyźnie: poszycia i środki wiązarów wzdłużnych. Wzdłużne elementy ciągłe, które są na tyle „drobne”, że mogą tracić stateczność w płaszczyźnie swojego większego wymiaru jako „belki ściskane” (usztywnienia wzdłużne, mocniki ceowników i teowników) muszą przejąć obciążenie wynikające z oddziaływania „odrzuconych” segmentów sąsiednich i równocześnie muszą mieć możliwość obrotu wokół osi prostopadłej do płaszczyzny utraty stateczności. Wydaje się że jedynym sposobem spełnienia tych wymagań jest rozbudowa modelu o dodatkowe segmenty i traktowanie wszystkich za wyjątkiem środkowego jako „przebieżnika” obciążenia, a analizę wyników ograniczyć do środkowego segmentu. Taka koncepcja będzie sprawdzana w niniejszym rozdziale.



Rysunek 2:

Model testowy odwzorowuje usztywniony wzdłużnie panel z ciągłymi usztywnieniami oraz wzdłużnikami (Rys. 2):

- grubość poszycia $t_p = 16.5$ mm,
- odstęp usztywnień $s = 850$ mm,
- odstęp wzdłużników $w = 5 \cdot s$,
- długość segmentu panelu $d = 2550$ mm,
- granica plastyczności materiału $Re = 355$ MPa.

Usztywnienia przyjęto w postaci teowników symetrycznych, a ich wielkość była zmienna.

W celu zmniejszenia rozmiaru modelu, ograniczono jego rozmiar na kierunku prostopadłym do płaszczyzny wzdłużników do $2.5s$ w następujący sposób:

- w połowie odległości pomiędzy wzdłużnikami (i równocześnie w połowie odległości pomiędzy usztywnieniami) przyjęto warunki symetrii;
- na linii wzdłużnika przyjęto warunki antysymetrii i pominięto wzdłużnik.

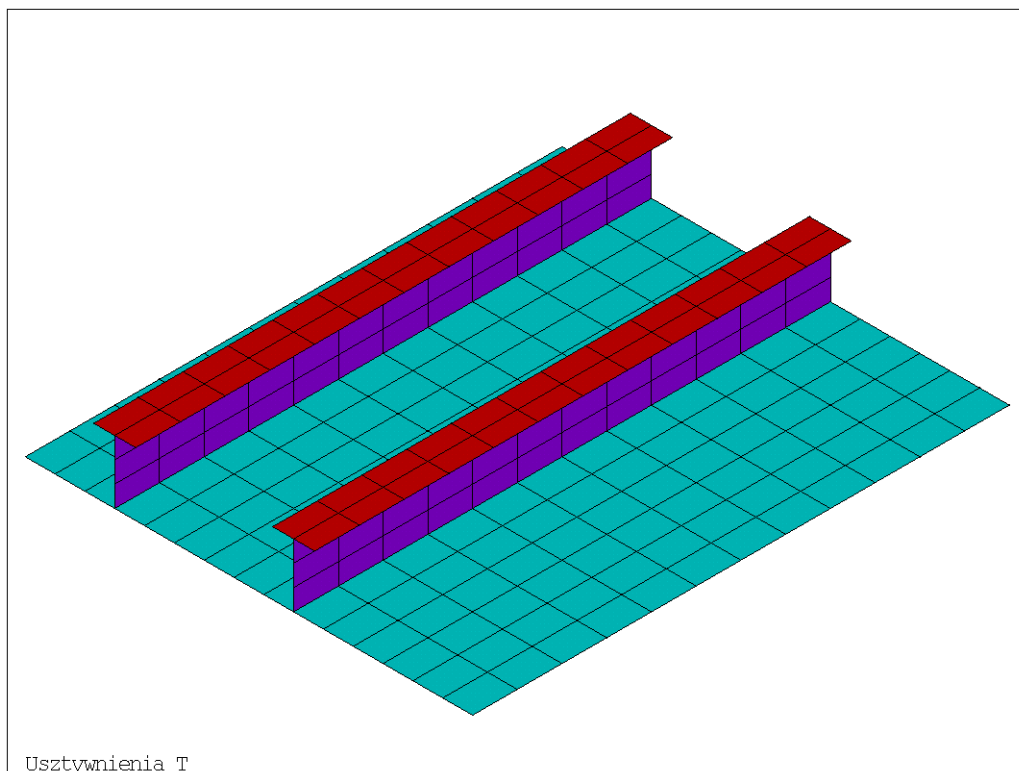
Na kierunku wzdłużnym model może obejmować kilka „segmentów” odpowiadających odległości pomiędzy wiązarami poprzecznymi i na granicy segmentów przyjęto warunki brzegowe odpowiadające wiązarowi sztywnemu w swojej płaszczyźnie: «zerowe przesunięcie na kierunku prostopadłym do płaszczyzny poszycia» i «brak obrotu wokół osi prostopadłej do płaszczyzny wiązara». Pojedynczy segment wraz z podziałem na elementy jest przedstawiony na rysunku 3.

Usztywnienia są ciągłe, więc na krańcu modelu, w płaszczyźnie przykładania obciążenia, węzły poszycia i usztywnień muszą leżeć w jednej płaszczyźnie, a sposób obciążenia wymaga zadania wymuszonego kąta obrotu wokół osi prostopadłej do płaszczyzny wzdłużników. Z drugiej strony, wszystkie elementy powłokowe muszą mieć możliwość swobodnego obrotu wokół tej osi, bo wynika to z możliwej postaci utraty stateczności. Wobec tego węzeł «master» nie może być częścią konstrukcji. W programie ANSYS można to uzyskać w następujący sposób:

```

nset, all
*get, n_, NODE, , NUM, MAX $ n_=n_+1
et, 11, mass21, , , 2
r, 11, 0
n, n_, xn_, 0, 0
type, 11
real, 11
e, n_
nset, s, loc, x, xn_
nset, a, node, , n_
cerig, n_, all, Ux

```



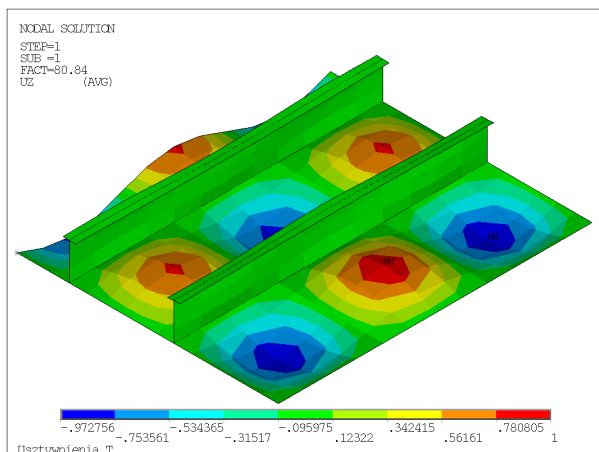
Rysunek 3:

gdzie $x_{n_}$ jest współrzędną x tworzonego węzła.

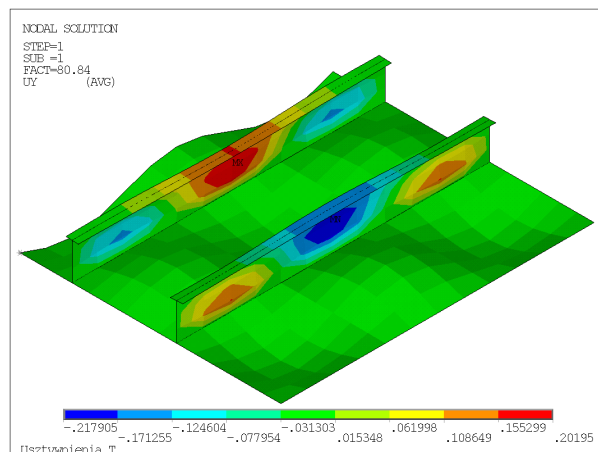
Niezachowanie wszystkich pożądaných form warunków brzegowych na „obciążonych” krańcach modelu sprawi, że wyniki analizy będą zaburzone. Uzasadnionym wydaje się przypuszczenie, że nośność graniczna zostanie zawyżona, gdyż zadane warunki brzegowe „przesztywnią” model, blokując deformacje usztywnień. Wpływ warunków brzegowych na postacie utraty stateczności i proces zginania płyt – a spodziewamy się, że ta forma niszczenia będzie dominująca – będzie największy w sąsiedztwie brzegów modelu. W miarę oddalania się, warunki pracy „środkowej części” będą coraz bliższe występującym w rzeczywistej konstrukcji „wielosegmentowej”. Przyjęto więc koncepcję badań polegającą na „wydłużaniu” modelu o kolejne segmenty i sprawdzaniu jak wpływa to na nośność graniczną wyrażoną zależnością $\sigma-\varepsilon$ oraz rozkładami naprężeń zredukowanych i odkształceń plastycznych.

2.1 Sprawdzenie w jakich warunkach najwygodniejszy, przemieszczeniowy sposób realizacji obciążenia może prowadzić do błędnych wyników

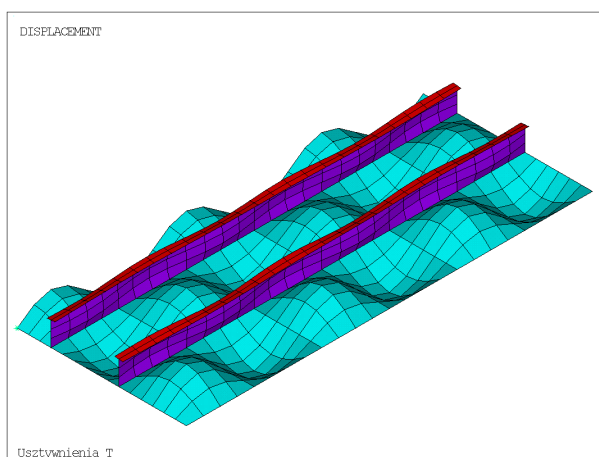
We wzdłużnie usztywnionym panelu wyróżnione są dwie struktury wytrzymałościowe: poszycie i usztywnienia. Wskutek ściskania każda z nich może stracić stateczność i istotnym jest, która jest bardziej na to podatna. Ważnym jest również, czy usztywnienia są na tyle sztywne, że będą podierać poszycie na tyle efektywnie, że przy utracie stateczności linie usztywnień będą liniami węzłów formy utraty stateczności. Przy zadanej konfiguracji oraz grubości poszycia zależec to będzie od postaci i wymiarów usztywnień. W tym rozdziale ograniczono się do sprawdzenia wpływu wielkości usztywnień.



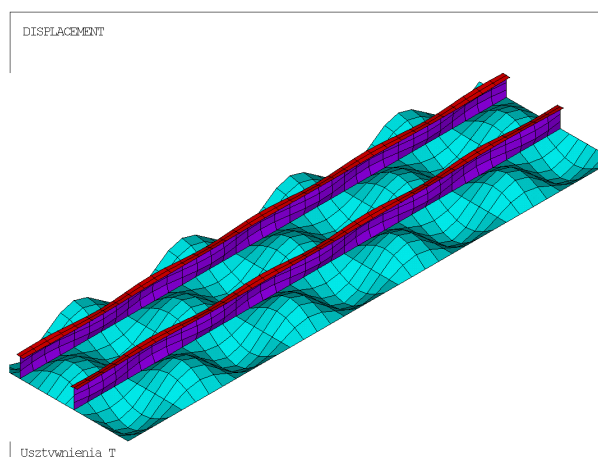
Rysunek 4:



Rysunek 5:



Rysunek 6:



Rysunek 7:

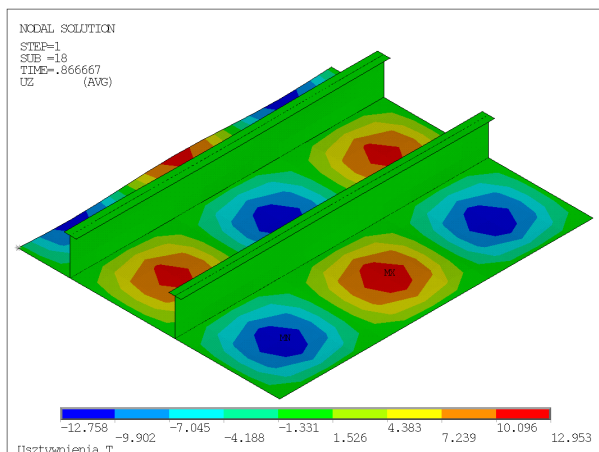
2.1.1 Usztywnienia wysokie

We wzdłużnie usztywnionym dnie zewnętrznym usztywnienia przenoszą obciążenia poprzeczne, więc mają znaczne wymiary, a przede wszystkim są „wysokie”. Do obliczeń przyjęto typowe dla tej wielkości konstrukcji usztywnienia T 300×9+100×13.

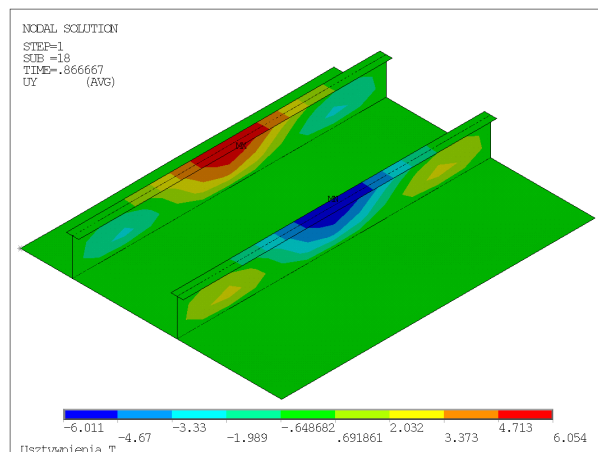
Stateczność początkowa. Pierwszym etapem oceny wpływu warunków brzegowych było wykonanie obliczeń stateczności początkowej (zagadnienia własnego). Rozwiązaniem są formy utraty stateczności i naprężenia krytyczne. Jako że dalsze analizy będą wykonywane w zakresie sprężysto-plastycznym, obliczenia wykonano wykorzystując elementy Shell63 i Shell43.

Dla pojedynczego segmentu, wielkość i postać deformacji są przedstawione na rysunkach 4 – przemieszczenia poszycia, oraz 5 – przemieszczenia usztywnień. Jak widać, usztywnienia efektywnie podpierają poszycie, które jest bardziej podatne na utratę stateczności (jego przemieszczenia są większe), a formą utraty stateczności są 3 półfale (jest to zgodne z teorią). Forma deformacji środników usztywnień jest wymuszana pracą poszycia. Wiadać również wpływ mocników, a zwłaszcza ich „utwierdzenia” na końcach segmentu w płaszczyźnie zgięcia tarczowego, przejawiający się w tym, że „podpierają” one płyty środnika usztywnienia.

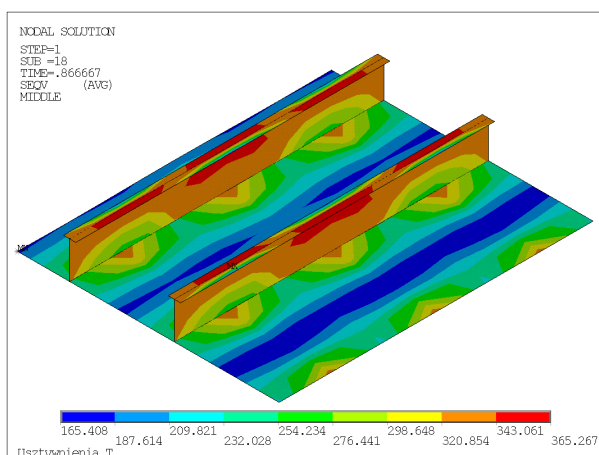
Na rysunkach 6 i 7 są przedstawione formy utraty stateczności dla dwóch i trzech segmentów. Nie różnią się one jakościowo od wyników dla jednego segmentu. Widać również, że na wewnętrznych



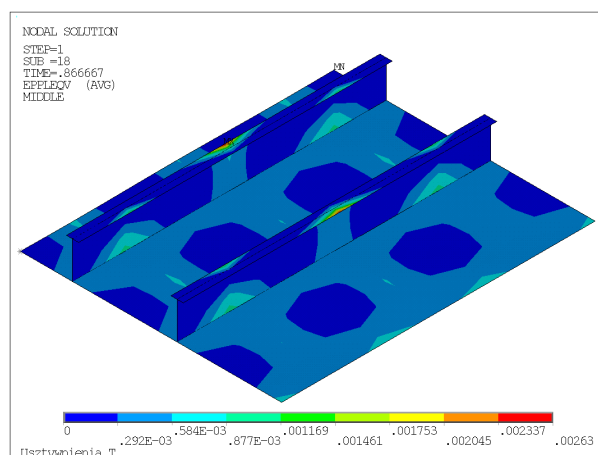
Rysunek 8:



Rysunek 9:



Rysunek 10:



Rysunek 11:

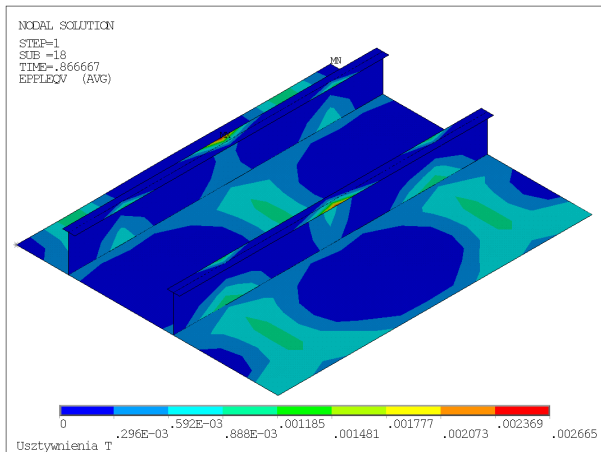
granicach segmentów mocnik usztywnienia zachowuje się jakby był utwierdzony w swojej płaszczyźnie; wynika stąd, że jego rzeczywiste utwierdzenie na krańcach modelu nie zaburzy wyników, bo jest to jego naturalna forma pracy.

Obserwacje „wizualne” o niezależności wyników obliczeń stateczności początkowej od liczby segmentów potwierdzają wartości naprężeń krytycznych:

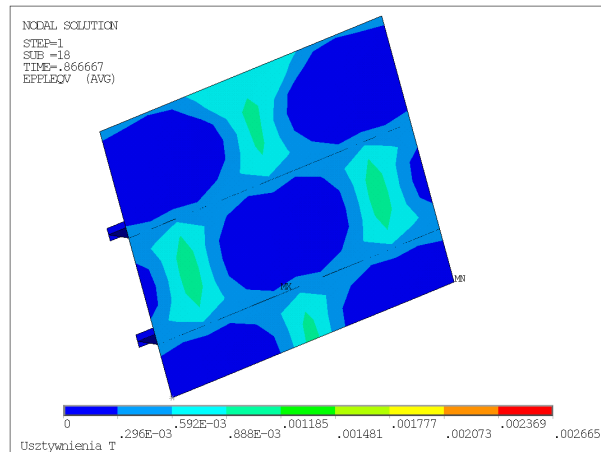
Ib. segmentów	σ_E [MPa]	
	Shell63	Shell43
1	287	310
2	287	—
3	287	310

Zauważyć należy, że użycie elementu Shell63 daje wyniki niemal zgodne z teorią dla płyt bez usztywnień (wartość teoretyczna to 280.6 MPa), natomiast zastosowanie elementu Shell43 prowadzi do wartości o 8% wyższych.

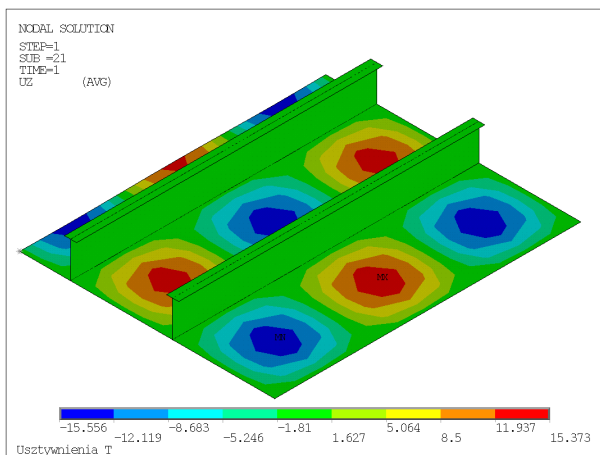
Nośność graniczna. Podstawą analizy są obliczenia nośności granicznej. Wyniki uzyskane dla jednego segmentu są przedstawione na rysunkach:



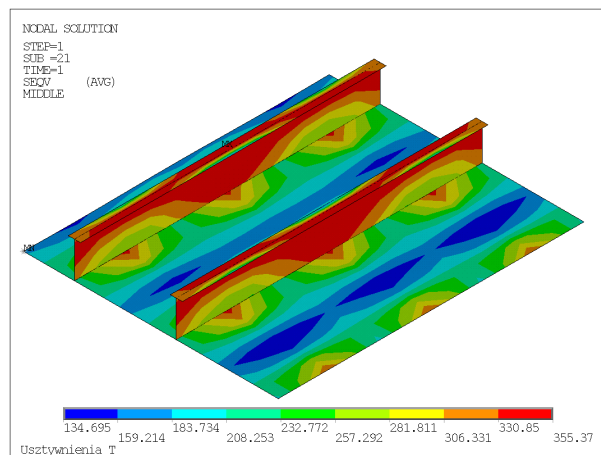
Rysunek 12:



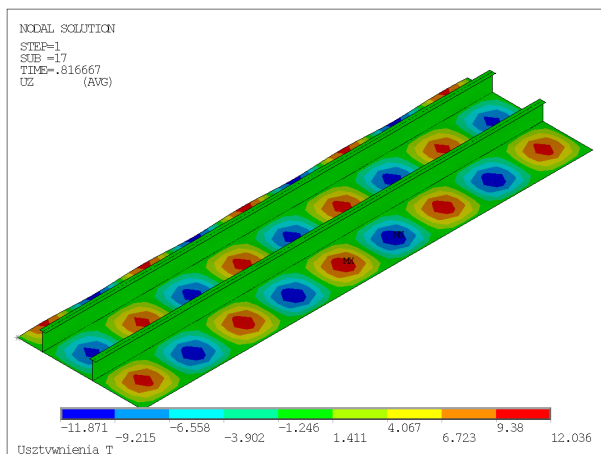
Rysunek 13:



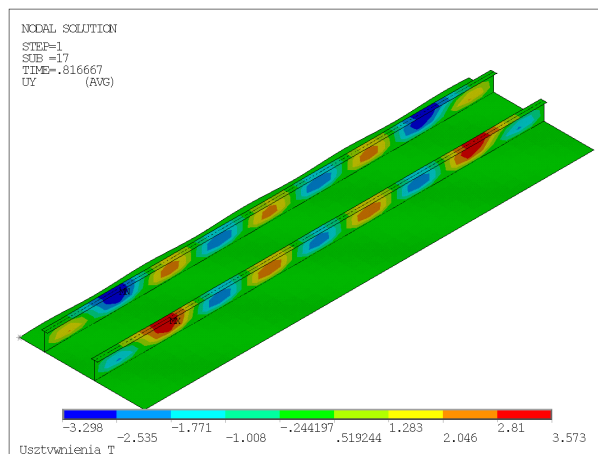
Rysunek 14:



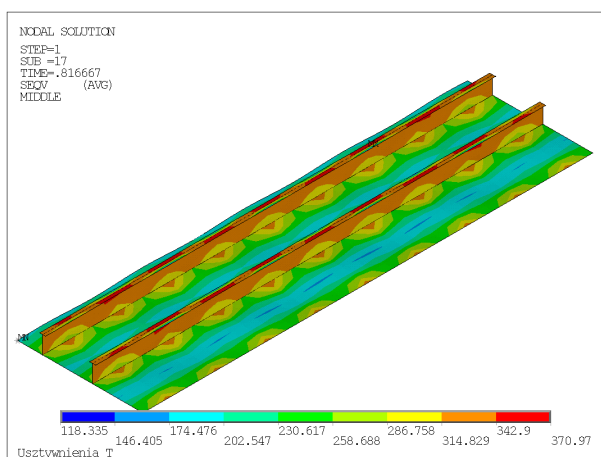
Rysunek 15:



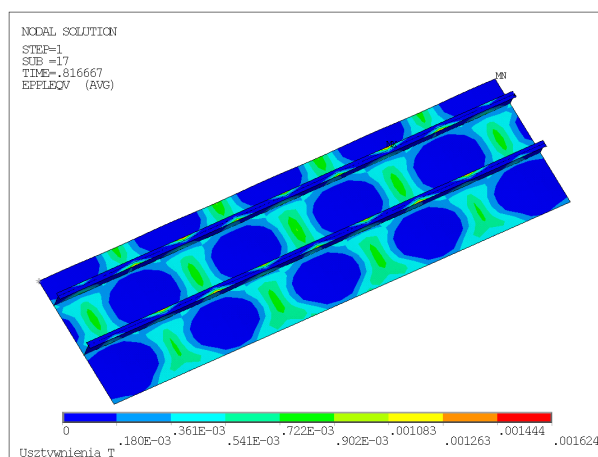
Rysunek 16:



Rysunek 17:



Rysunek 18:



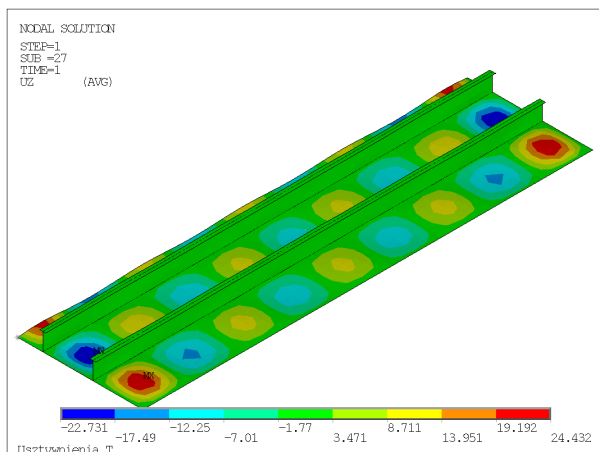
Rysunek 19:

- w stanie, gdy nośność osiąga wartość maksymalną $\sigma_{cr} = 282.2 \text{ MPa}$
 - Rys. 8 – deformacja poszycia w [mm],
 - Rys. 9 – deformacja usztywnień w [mm],
 - Rys. 10 – naprężenia zredukowane, tarczowe w [MPa],
 - Rys. 11 – odkształcenia plastyczne, tarczowe,
 - Rys. 12 – odkształcenia plastyczne na powierzchni elementów,
 - Rys. 13 – odkształcenia plastyczne na powierzchni elementów;
- w ostatnim kroku obliczeniowym, w stanie pokrytycznym, gdy $\sigma = 277.7 \text{ MPa}$
 - Rys. 14 – deformacja poszycia w [mm],
 - Rys. 15 – naprężenia zredukowane, tarczowe w [MPa].

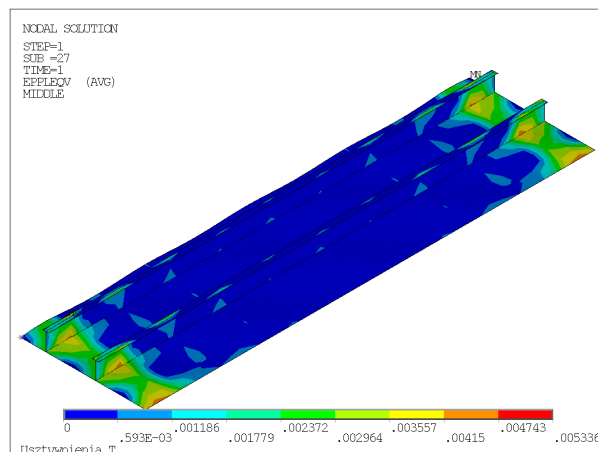
Maksymalne tarczowe naprężenia zredukowane i odkształcenia plastyczne występują w mocniku usztywnienia. Jest to skutek połączonego ściskania osiowego i zginania tarczowego mocnika wymuszane zginaniem płyt poszycia.

Wyniki uzyskane dla trzech segmentów są przedstawione na rysunkach:

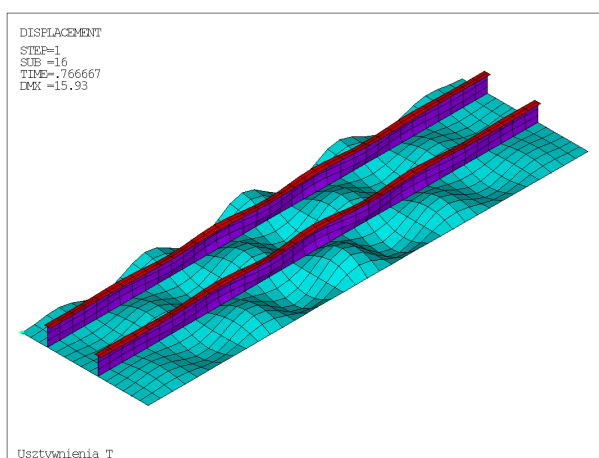
- w stanie, gdy nośność osiąga wartość maksymalną $\sigma_{cr} = 280.5 \text{ MPa}$
 - Rys. 16 – deformacja poszycia w [mm],
 - Rys. 17 – deformacja usztywnień w [mm],



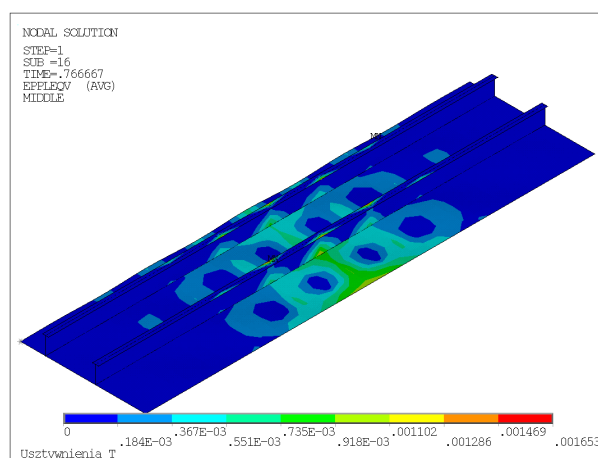
Rysunek 20:



Rysunek 21:



Rysunek 22:



Rysunek 23:

Rys. 18 – naprężenia zredukowane, tarczowe w [MPa],

Rys. 19 – odkształcenia plastyczne na powierzchni elementów;

- w ostatnim kroku obliczeniowym, w stanie pokrytycznym, gdy $\sigma = 259.2$ MPa

Rys. 20 – deformacja poszycia w [mm],

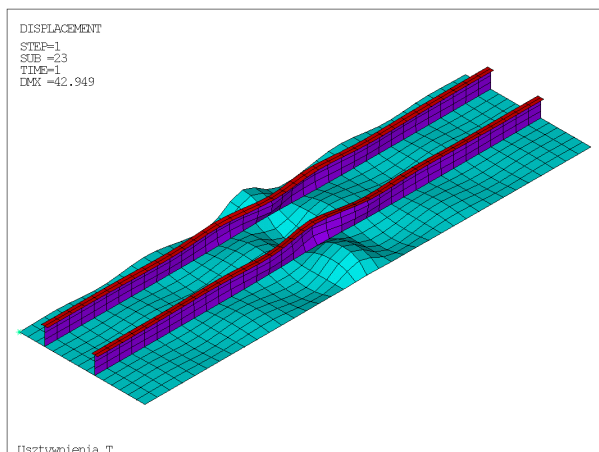
Rys. 21 – odkształcenia plastyczne, tarczowe.

Porównanie wyników uzyskanych dla jednego i trzech segmentów pokazuje zarówno podobieństwa jak i różnice. Maksymalna nośność graniczna jest prawie identyczna (różnica 0.6%), praca w zakresie podkrytycznym też jest podobna; znaczne różnice występują jedynie dla wielkości odkształceń plastycznych.

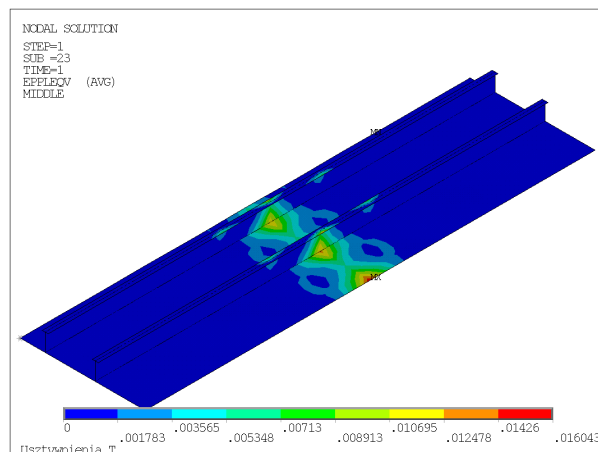
Stan pokrytyczny wykazuje znaczne różnice ilościowe i jakościowe. Siła ściskająca w ostatnim kroku zmalała z 11.96 MN do 11.16 MN (czyli o 7%) a maksymalna deformacja poszycia wzrosła prawie o 60% i wystąpiła nie w środkowym segmencie, a w polu tuż przy brzegu; podobnie maksymalne odkształcenia plastyczne są w rejonie brzegów modelu.

Jest to zachowanie przez nas niepożądane, gdyż po to model wydłużyliśmy do trzech segmentów, aby „podatna” jego część znalazła się w środku – daleko od „niedokładnych” warunków brzegowych. Wydaje się, że podstawową przyczyną jest wzrost ugięcia poszycia w polach skrajnych, wynikający z braku jego współpracy z polem sąsiednim (podparcie przegubowe).

Wyniki uzyskane dla trzech segmentów, gdy poszycie na końcach modelu zostało utwierdzone, są przedstawione na rysunkach:



Rysunek 24:



Rysunek 25:

- w stanie, gdy nośność osiąga wartość maksymalną $\sigma_{cr} = 281.5 \text{ MPa}$
Rys. 22 – forma deformacji w [mm],
Rys. 23 – odkształcenia plastyczne, tarczowe;
- w ostatnim kroku obliczeniowym, w stanie pokrytycznym, gdy $\sigma = 244.8 \text{ MPa}$
Rys. 24 – forma deformacji w [mm],
Rys. 25 – odkształcenia plastyczne, tarczowe.

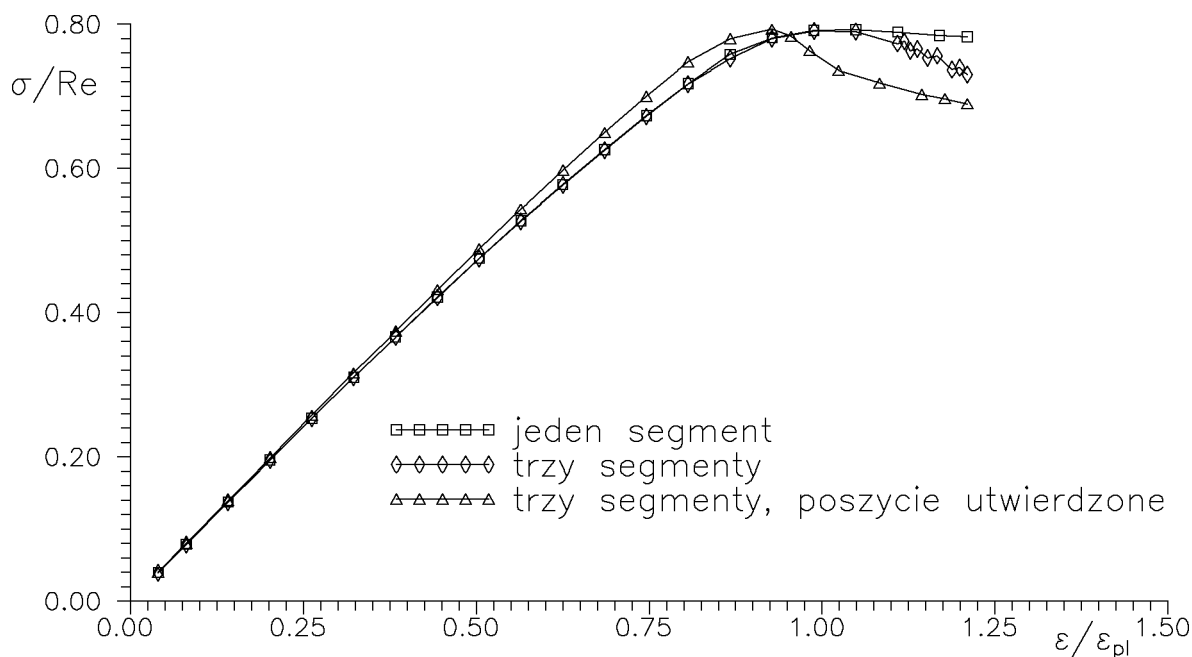
Nośność graniczna jest zgodna z poprzednimi modelami, natomiast stan pokrytyczny jest całkiem odmienny: zdecydowanie wzrosły ugięcia i odkształcenia plastyczne. Pozytywną cechą jest to, że wartości maksymalne występują w segmencie środkowym – daleko od końców. Zdecydowany wzrost ugięć i odkształceń plastycznych został tym właśnie spowodowany: utwierdzenie poszycia na końcach sprawiło, że formy niszczenia zostały „skumulowane” w środkowym segmencie, a nie „rozproszone” pomiędzy wszystkie.

Zestawienie wykresów $\sigma-\varepsilon$ (Rys. 26) pokazuje, że w zakresie podkrytycznym wszystkie trzy modele zachowują się prawie jednakowo: wartości maksymalne są prawie identyczne; najbardziej odmienny jest model „utwierdzony” – jest nieco sztywniejszy i maksymalną wartość nośności osiąga dla zdecydowanie niższego ε .

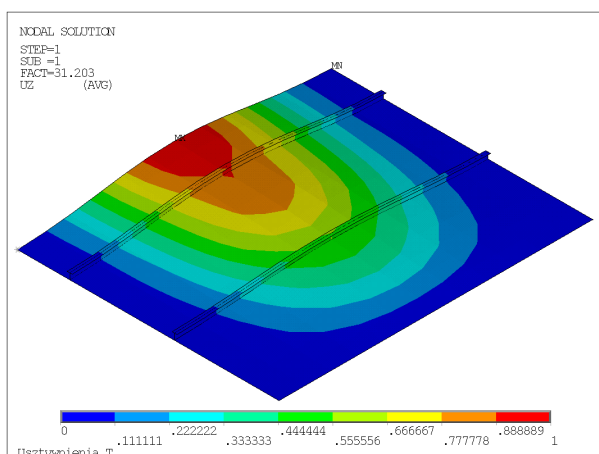
W zakresie pokrytycznym modele wykazują różny spadek nośności i znów dla modelu „utwierdzonego” jest on największy i najbardziej „ostry”. Model „jednego segmentu” traci nośność w najmniejszym stopniu i najbardziej łagodnie.

Podsumowanie. Ze względu na ekonomikę obliczeń należałoby chyba stosować model obejmujący jeden segment, gdyż w zakresie dokrytycznym nie różni się wyraźnie od pozostałych. Wynika z tego, że jeśli usztywnienia są „mocniejsze” od poszycia, to niedokładne odwzorowanie tarczowej pracy mocników i środników usztywnień na końcach segmentu nie prowadzi do wyraźnych rozbieżności w dokrytycznej (a znaczących w pokrytycznej) pracy wzdłużnie usztywnionego panelu.

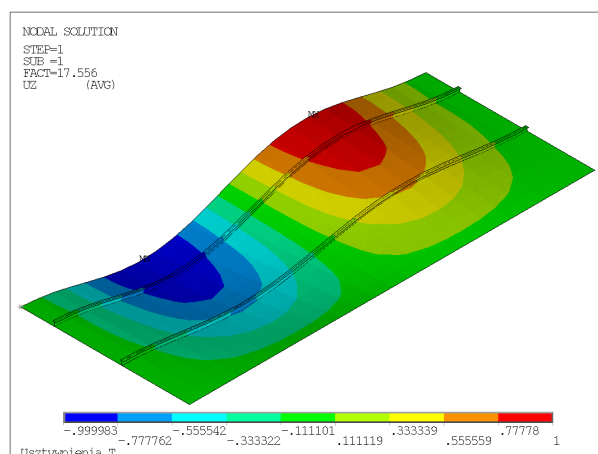
Ciekawa jest obserwacja, że obliczenia nośności granicznej (nieliniowe) dają inne wyniki nośności konstrukcji, niż rozwiązania uzyskane w ramach stateczności początkowej. Rozbieżności sięgają 10%, a wartości niższe daje analiza graniczna.



Rysunek 26:



Rysunek 27:

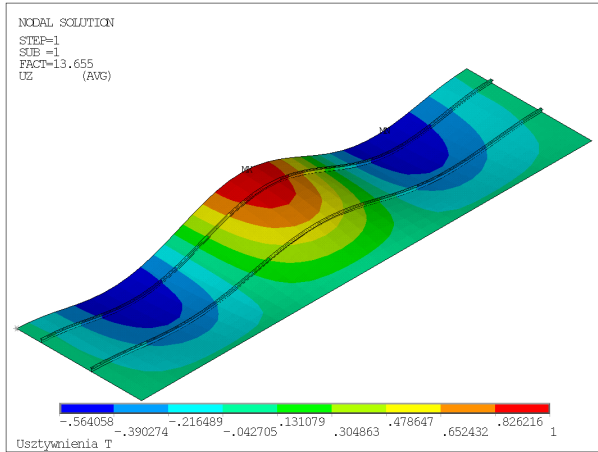


Rysunek 28:

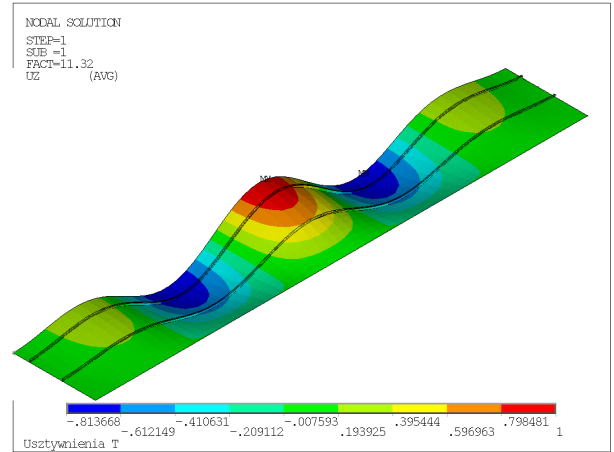
2.1.2 Usztywnienia niskie

Usztywnienia stosunkowo niskie mogą być wystarczająco wytrzymałe do przeniesienia niewielkich obciążeń poprzecznych, ale mogą być zbyt wiotkie dla efektywnego podparcia poszycia. Do obliczeń przyjęto bardzo słabe usztywnienia T 50×6+40×8.

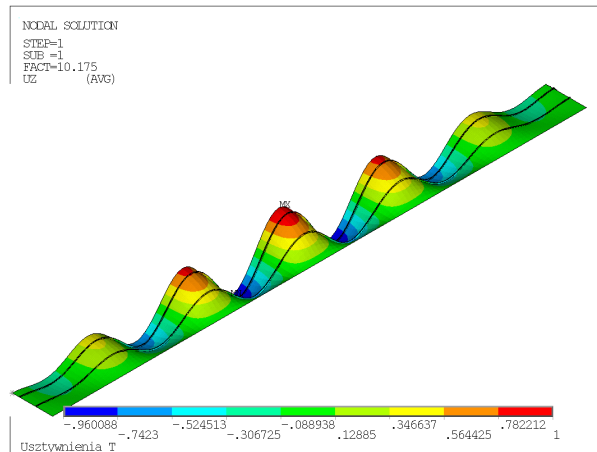
Stateczność początkowa. Obliczenia stateczności początkowej pokazały, że usztywnienia tracą stateczność jak belki ściskane, a poszycie traci stateczność wraz z nimi jako „duża płyta” oparta na wiązarach brzegowych (Rys. 27). Wobec tego naprężenia krytyczne istotnie zależą od liczby segmentów, a więc od odległości „warunków brzegowych” od środkowego segmentu. Widać to w poniższej tabeli:



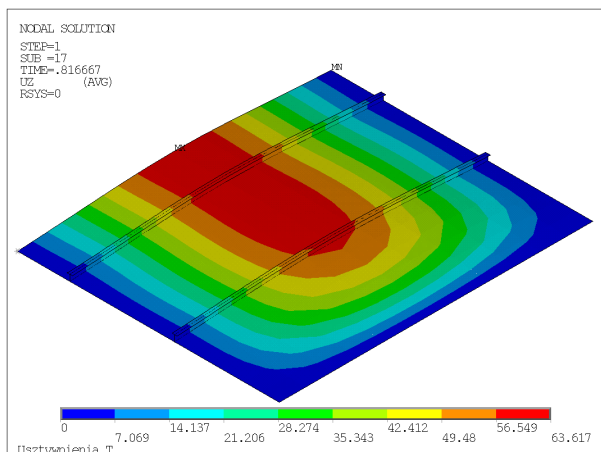
Rysunek 29:



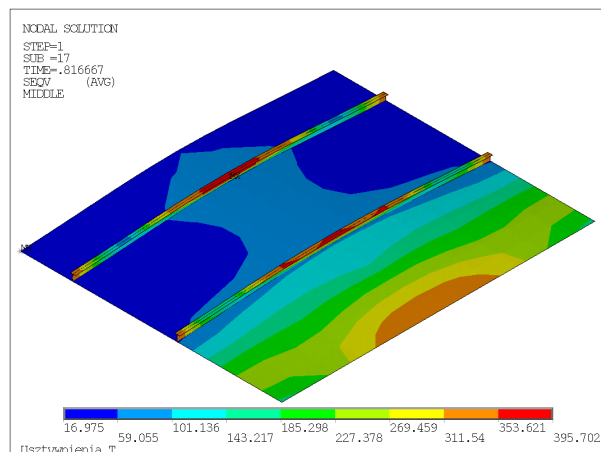
Rysunek 30:



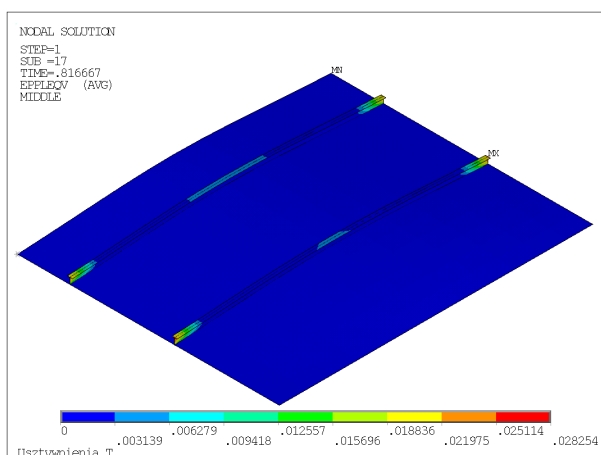
Rysunek 31:



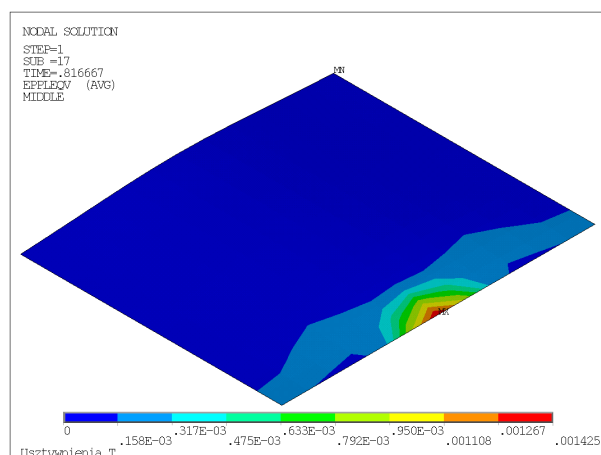
Rysunek 32:



Rysunek 33:



Rysunek 34:

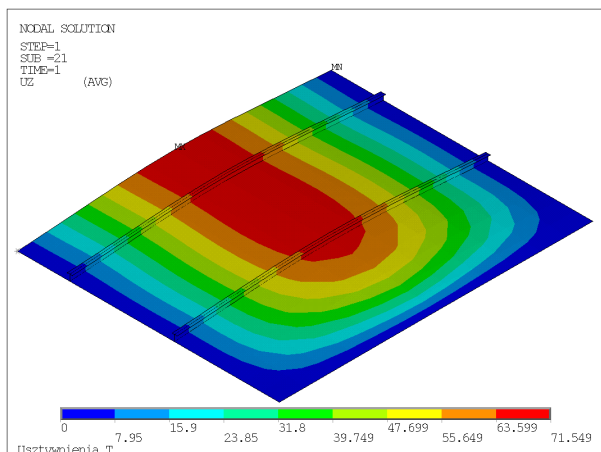


Rysunek 35:

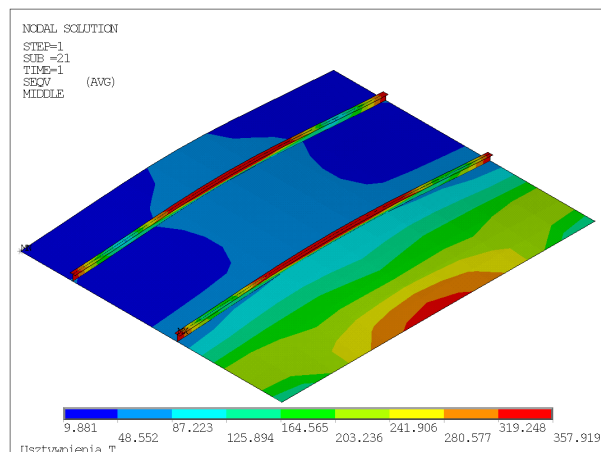
lb. segmentów	Shell63		Shell43		Forma
	σ_E [MPa]	$\delta\%$	σ_E [MPa]		
1	110.8		114.3		Rys. 27
2	62.3	-43.8			Rys. 28
3	48.5	-22.2	49.1		Rys. 29
5	40.2	-17.1	40.6		Rys. 30
7	37.7	-6.2			
9	36.7	-2.7			
11	36.1	-1.6			Rys. 31
13	35.8	-0.8			

Formy utraty stateczności wyraźnie pokazują mocny wpływ „utwierdzenia” usztywnień na końcach modelu na postać deformacji: wielkości ugięć poszycia w poszczególnych segmentach maleją od segmentu środkowego do brzegowych, a w segmencie skrajnym półfała „wypłaszcza się”.

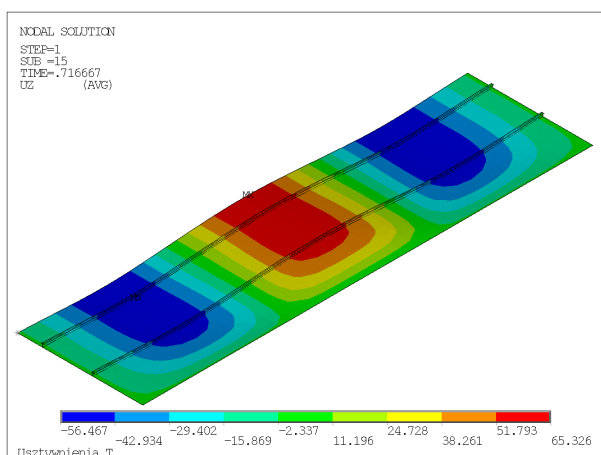
Zastosowanie małej liczby segmentów prowadzi do oszacowania naprężeń krytycznych od góry (od strony niebezpiecznej). Procentowe zmiany naprężeń krytycznych maleją ze wzrostem liczby segmentów. Naprężenie krytyczne wyznaczone dla jednego segmentu jest ok. 3 razy większe od naprężenia dla segmentów trzynastu, a dla segmentów trzech – 1.5 raza większe.



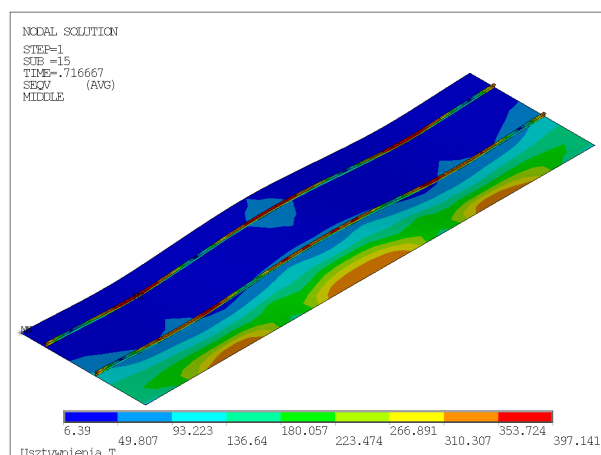
Rysunek 36:



Rysunek 37:



Rysunek 38:



Rysunek 39:

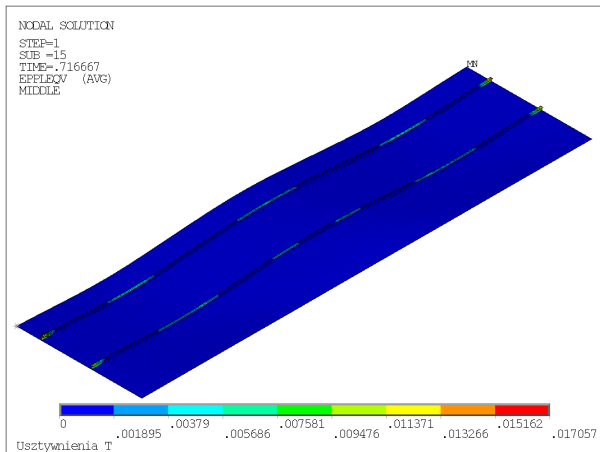
Obliczenia nośności granicznej. Wyniki uzyskane dla jednego segmentu są przedstawione na rysunkach:

- w stanie, gdy nośność osiąga wartość maksymalną $\sigma_{cr} = 96.9$ MPa
Rys. 32 – deformacja poszycia w [mm],
Rys. 33 – naprężenia zredukowane, tarczowe w [MPa],
Rys. 34 – odkształcenia plastyczne, tarczowe,
Rys. 35 – odkształcenia plastyczne, tarczowe w poszyciu;
- w ostatnim kroku obliczeniowym, w stanie pokrytycznym, gdy $\sigma = 94.0$ MPa
Rys. 36 – deformacja poszycia w [mm],
Rys. 37 – naprężenia zredukowane, tarczowe w [MPa].

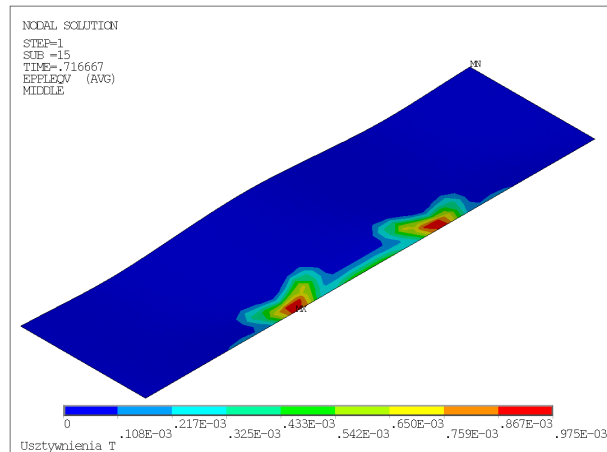
W stanie dokrytycznym maksymalne tarczowe naprężenia zredukowane występują w mocniku usztywnienia, w środkowej części, a potem koncentrują się na brzegu. Odkształcenia plastyczne są największe również w usztywnieniach i niezależnie od stanu obciążenia występują na brzegu segmentu.

Wyniki uzyskane dla trzech segmentów są przedstawione na rysunkach:

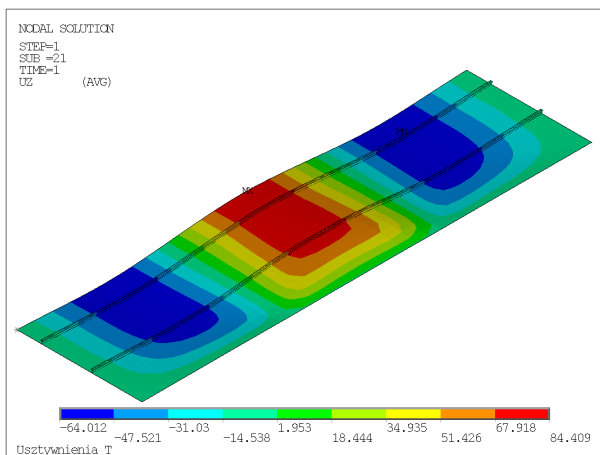
- w stanie, gdy nośność osiąga wartość maksymalną $\sigma_{cr} = 81.8$ MPa
Rys. 38 – deformacja poszycia w [mm],



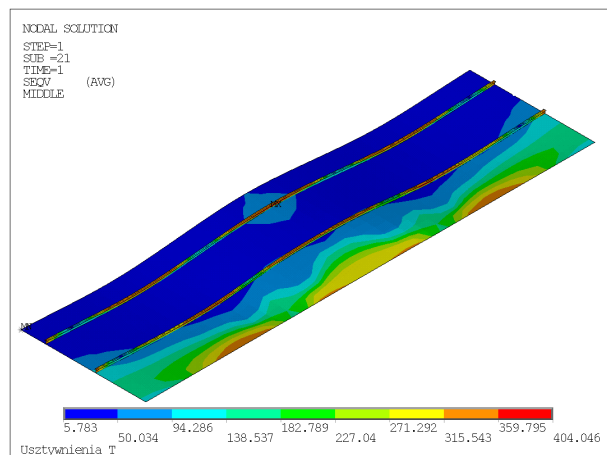
Rysunek 40:



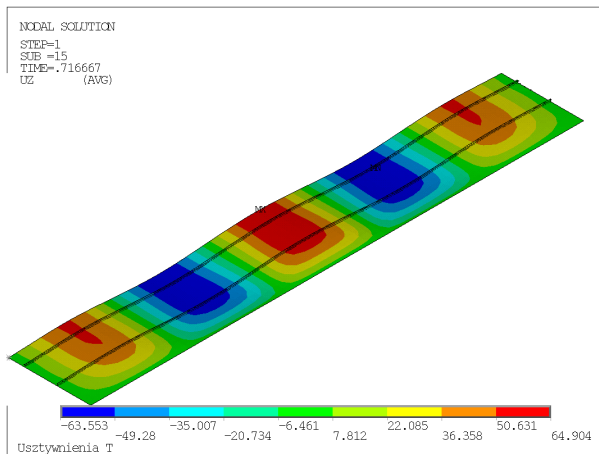
Rysunek 41:



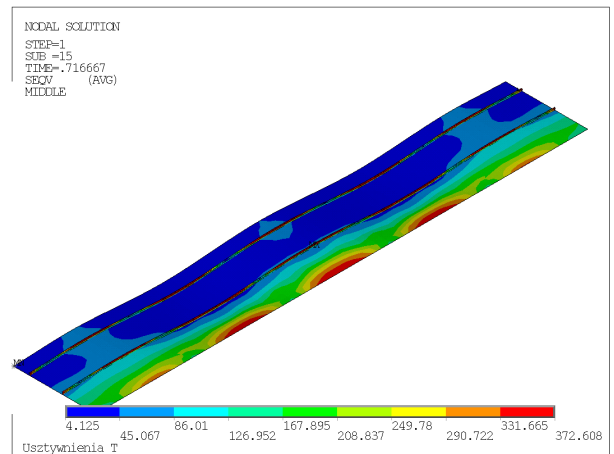
Rysunek 42:



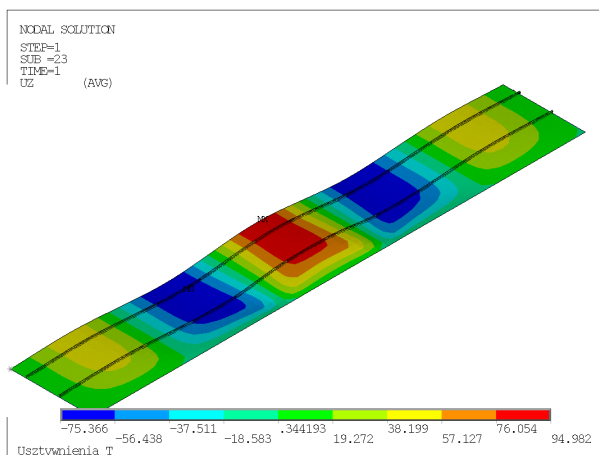
Rysunek 43:



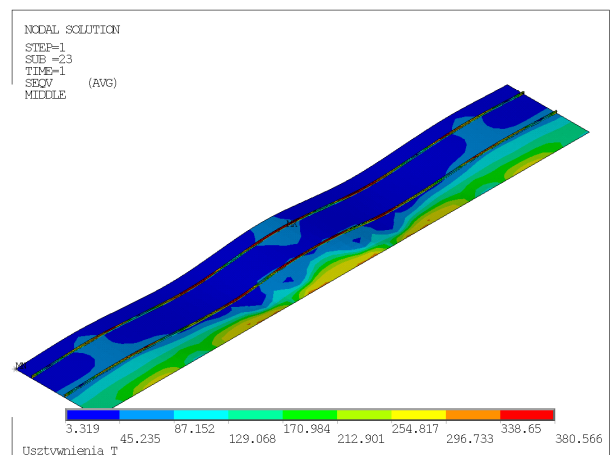
Rysunek 44:



Rysunek 45:



Rysunek 46:



Rysunek 47:

- Rys. 39 – naprężenia zredukowane, tarczowe w [MPa],
- Rys. 40 – odkształcenia plastyczne, tarczowe,
- Rys. 41 – odkształcenia plastyczne, tarczowe w poszyciu;

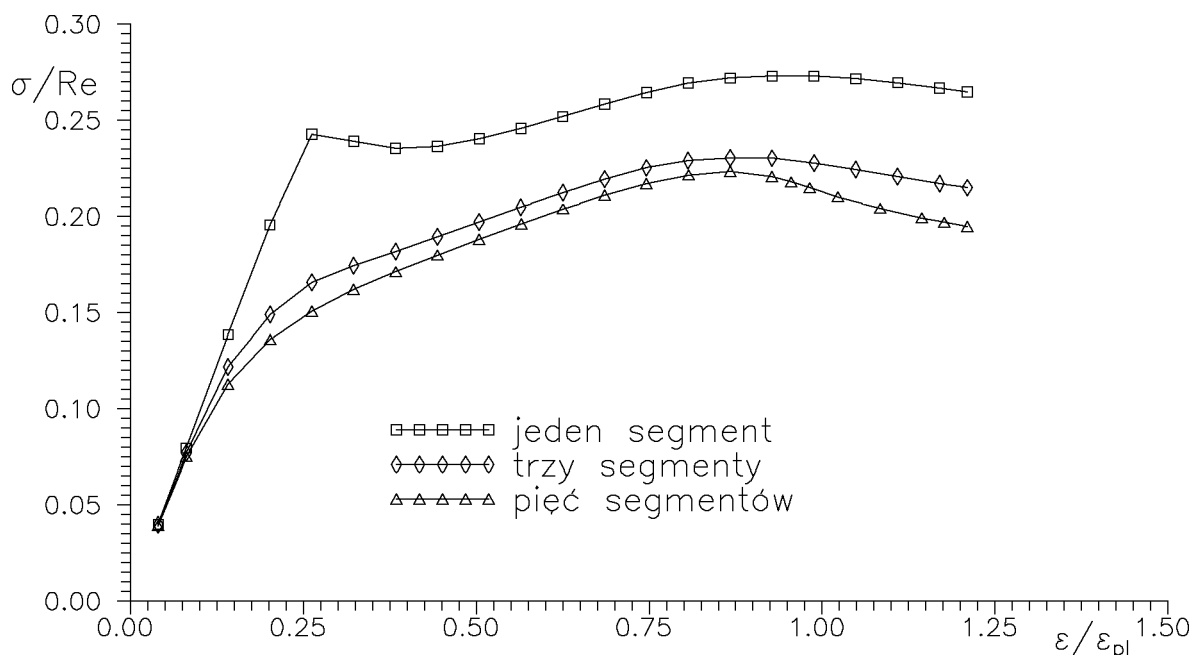
- w ostatnim kroku obliczeniowym, w stanie pokrytycznym, gdy $\sigma = 76.3$ MPa

- Rys. 42 – deformacja poszycia w [mm],
- Rys. 43 – naprężenia zredukowane, tarczowe w [MPa].

W stanie dokrytycznym maksymalne tarczowe naprężenia zredukowane występują w mocniku usztywnienia, w segmencie brzegowym, a potem w segmencie środkowym. Odkształcenia plastyczne są największe również w usztywnieniach i występują na brzegu segmentu.

Wyniki uzyskane dla pięciu segmentów są przedstawione na rysunkach:

- w stanie, gdy nośność osiąga wartość maksymalną $\sigma_{cr} = 79.3$ MPa
 - Rys. 44 – deformacja poszycia w [mm],
 - Rys. 45 – naprężenia zredukowane, tarczowe w [MPa];
- w ostatnim kroku obliczeniowym, w stanie pokrytycznym, gdy $\sigma = 69.1$ MPa
 - Rys. 46 – deformacja poszycia w [mm],
 - Rys. 47 – naprężenia zredukowane, tarczowe w [MPa].



Rysunek 48:

Nie różnią się one jakościowo od rezultatów dla trzech segmentów.

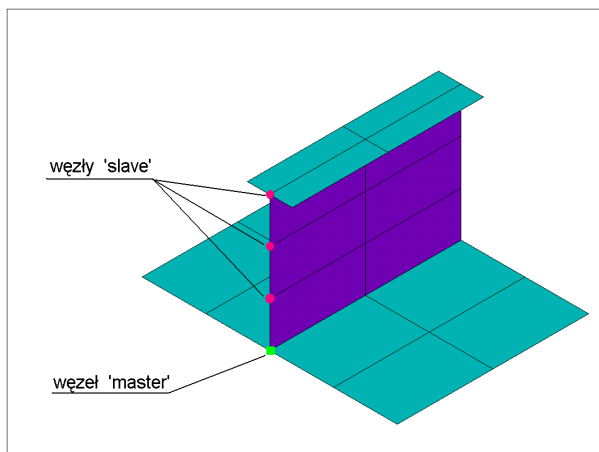
Porównanie wykresów $\sigma-\epsilon$ (Rys. 48) pokazuje jakościowo odmienną pracę modelu jednosegmentowego od modeli bardziej rozbudowanych. Wielkości nośności granicznej nie różnią się diametralnie, bo o ok. 22% pomiędzy modelami 1- i 5-segmentowymi, ale rozbieżności pomiędzy wykresami w zakresie dokrytycznym są bardzo duże. Za to pomiędzy modelami 3- i 5-segmentowymi rozbieżności są już tylko ilościowe: wykresy są niemal równoległe, a nośność graniczna różni się o ok. 3%.

Podsumowanie. Praca panelu z wiotkimi usztywnieniami (o sztywności mniejszej od krytycznej ze względu na stateczność ściskanego poszycia) wyraźnie zależy od sposobu zamodelowania warunków brzegowych dla usztywnień na krańcach modelu. Jednak jeśli tak usztywnione panele nie stanowią znacznej części przekroju kadłuba statku (a raczej tak nie będzie, bo oznaczałoby to, że konstrukcja jest wyraźnie źle zaprojektowana), to ich wpływ na nośność całego przekroju będzie stosunkowo niewielki. Wynika to stąd, że nośność graniczna takiego panelu jest ok. 3.5 raza mniejsza od analogicznego panelu ze standardowymi usztywnieniami „wysokimi”. A więc nawet zastosowanie modelu jednosegmentowego – ze świadomością, że zawyżamy nośność tego fragmentu konstrukcji o ok. 20% – wydaje się dopuszczalne.

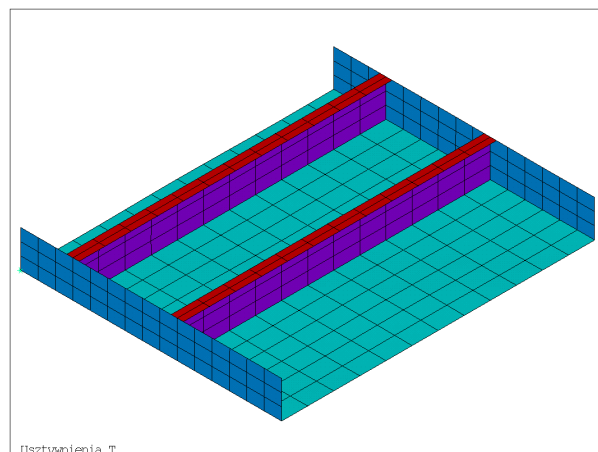
Inaczej sprawa by wyglądała, gdyby znaczna część przekroju jednak była tak „dziwnie” usztywniona. Wówczas należałoby zastosować model o co najmniej trzech segmentach.

2.2 Testowanie sposobu odwzorowania mocowania środników usztywnień wzdłużnych do wiązarów poprzecznych

Granicami segmentu kadłuba, który jest przedmiotem analizy nośności granicznej, są wiązary poprzeczne. Przyjęcie założenia, że są one sztywne w swojej płaszczyźnie i są połączone ze środnikami usztywnień wzdłużnych sprawia, że środniki tych usztywnień powinny, w miejscu zamocowania do wiązara, pozostawać prostoliniowe i nachylone pod stałym kątem do poszycia. Można to uzyskać



Rysunek 49: Warunki MPC



Rysunek 50: Poprzeczne płyty

w sposób „idealny” wprowadzając dodatkowe więzy wewnętrzne (*Multipoint Constraints*) lub stosując podejście bardziej pragmatyczne, ale nie spełniające powyższych wymagań „idealnie” – dodając poprzeczne elementy powłokowe łączące środki usztywnień ze sobą i z poszyciem.

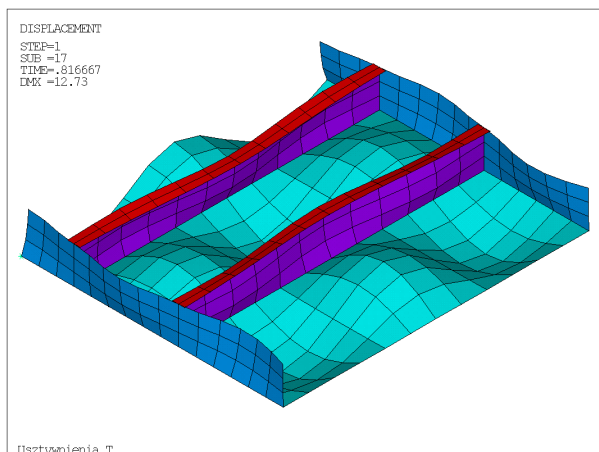
W pierwszym przypadku (Rys. 49) można skorzystać z polecenia CERIG programu Ansys:

```
*do, i_, 0, ac_
i1_=i_*19
lsel, s, line,, i1_+4
nsl1, s, 1
n_=NODE(i_*a_,y1_,0)
cerig, n_, all, Uy
lsel, s, line,, i1_+5
nsl1, s, 1
n_=NODE(i_*a_,y1_,0)
cerig, n_, all, Uy
*enddo
```

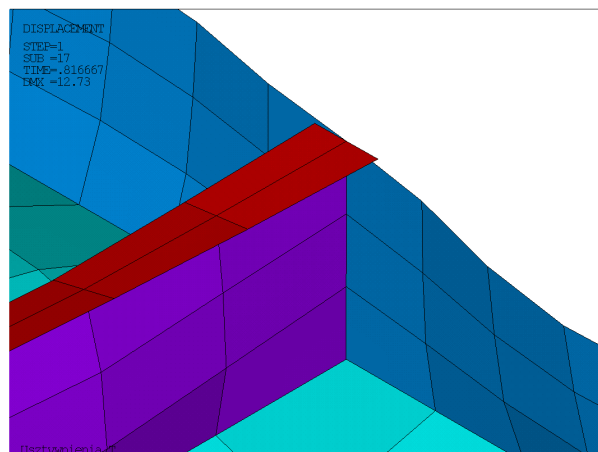
W sytuacji, gdy „linia poszycia” nie będzie równoległa do którejkowiek z osi globalnego układu współrzędnych, a tak np. będzie w przypadku pochyłych ścian zbiorników obłowych i szczytowych, trzeba będzie tworzyć dodatkowe układy współrzędnych, co jest mało wygodne. Dodatkowo, użycie więzów wewnętrznych zwiększa rozmiar zadania, bo tworzy dodatkowe powiązania pomiędzy oddległymi węzłami, co wydłuża czas obliczeń. Może się również zdarzyć, że dany program MES nie oferuje takiej funkcji.

Użycie „płyt poprzecznych” (Rys. 50) jest „naturalne” i nie wymaga dodatkowych własności funkcjonalnych od narzędzi obliczeniowych. Wadą jest to, że aby spełnić postulat „sztywności” zapewniający prostoliniowość „linii środka usztywnienia” oraz stałość jego kąta nachylenia do „linii poszycia”, trzeba nadać elementom płyt „wystarczająco duże” własności materiałowe i geometryczne, co wprowadzi dodatkowe „skrępowanie” na kierunku prostopadłym do kierunku obciążenia. Zaletą natomiast jest fakt, że użycie „płyt poprzecznych” zapewnia równocześnie spełnienie wymagania o prostoliniowości „linii poszycia” na brzegach segmentów, niezależnie od ich nachylenia do osi układu globalnego.

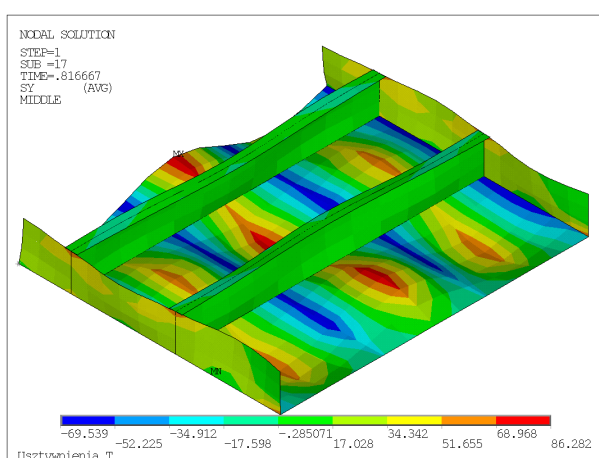
Obliczenia przeprowadzone w poprzednim rozdziale wykonywane były z wykorzystaniem komendy CERIG, natomiast teraz zostaną przedstawione wyniki obliczeń modelu zawierającego „płyty



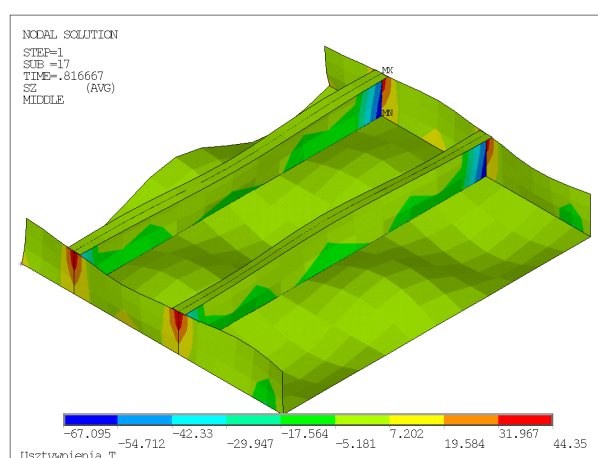
Rysunek 51: Widok ogólny



Rysunek 52: Szczegół mocnik- płyta



Rysunek 53:

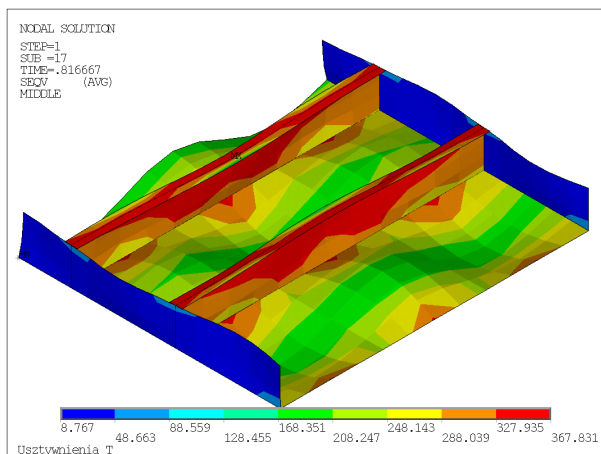


Rysunek 54:

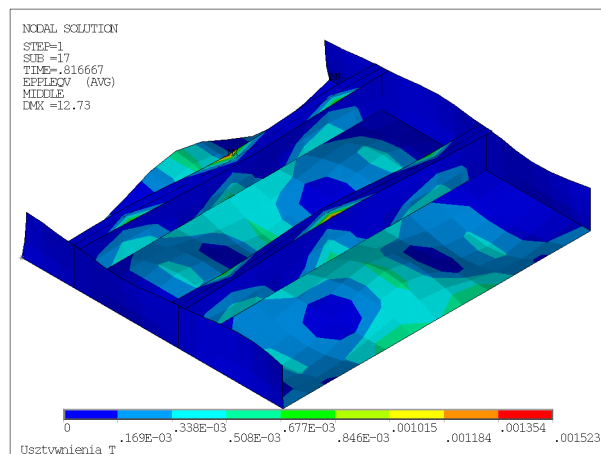
poprzeczne” o grubości $t_{pp} = 9$ mm i o własnościach materiałowych takich samych, jak reszta konstrukcji. Ograniczono się do analizy modelu jednosegmentowego z wysokimi usztywnieniami.

Połączenie płyt poprzecznych z usztywnieniami jest nietypowe: płyty poprzeczne powinny podparać środki usztywnień, natomiast mocniki powinny zachować możliwość nieskrępowanego skręcania i deplanacji. Można to uzyskać stosując taki sposób podziału na elementy, że węzły płyt poprzecznych i środków usztywnień są wspólne, natomiast pozostałe węzły mocnika są niezależne od węzłów płyt poprzecznych; można to zobaczyć na rysunku 50. Skuteczność takiego postępowania jest przedstawiona na rysunkach 51 (widok ogólny) i 52 (szczegół obrazujący brak współpracy mocnika usztywnienia z płytą poprzeczną), które pokazują formę utraty stateczności przez panel.

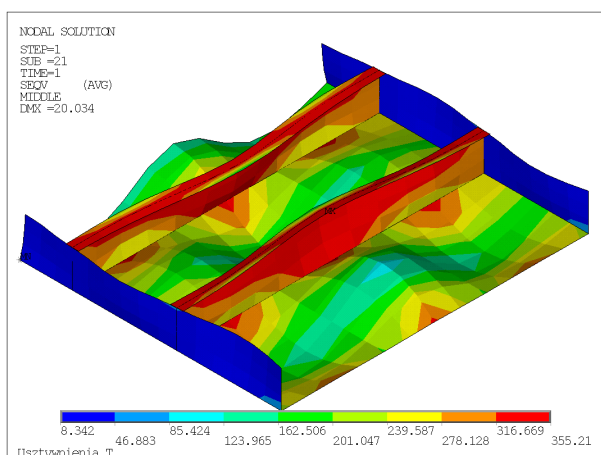
Analiza nośności granicznej pokazuje, że nośność graniczna modelu z płytami poprzecznymi jest większa o ok. 0.4% od przypadku „idealnej” realizacji podparcia środków usztywnień, co jest różnicą praktycznie nieistotną. Zwiększenie nośności jest powodowane włączeniem płyt poprzecznych do pracy: na rysunku 53 są przedstawione naprężenia „poprzeczne” σ_y , a na rysunku 54 – σ_z . W obydwóch przypadkach widać wpływ „płyt poprzecznych” na pracę poszycia (Rys. 53) i środków usztywnień (Rys. 54).



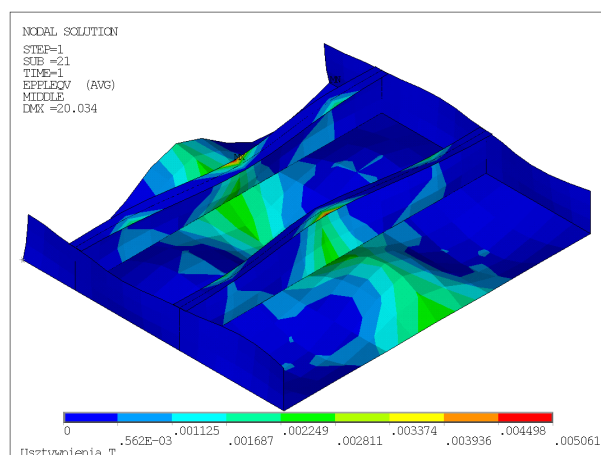
Rysunek 55:



Rysunek 56:



Rysunek 57:



Rysunek 58:

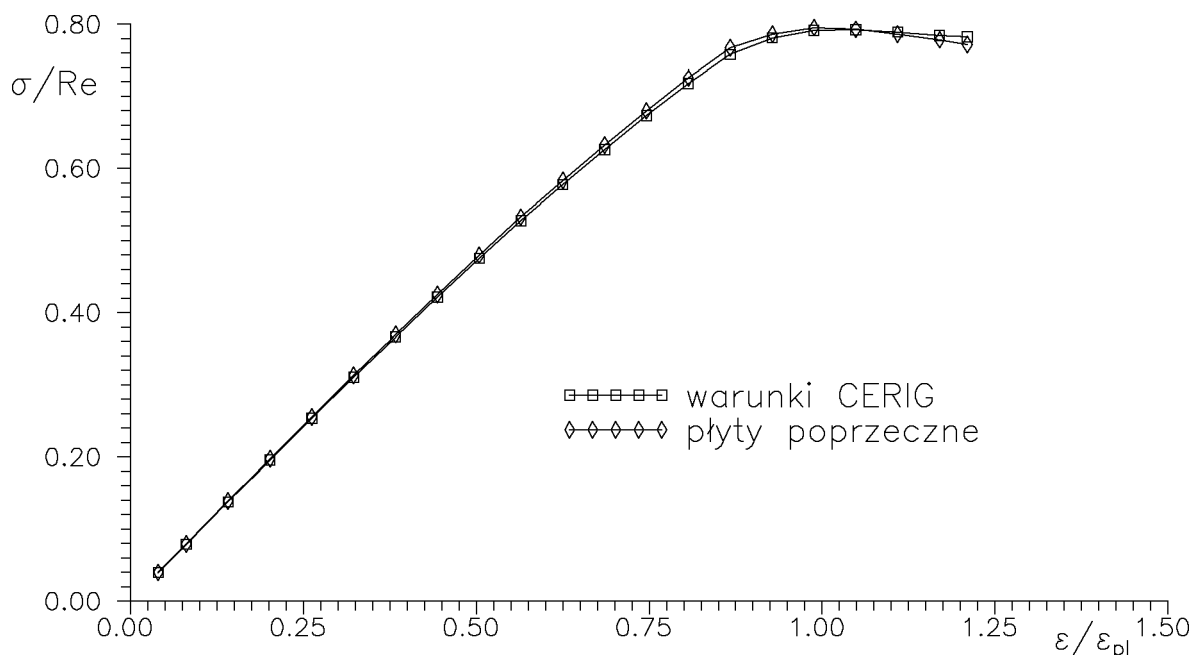
Na rysunkach 55–56 i 57–58 są przedstawione naprężenia zredukowane i odkształcenia plastyczne odpowiednio dla stanu krytycznego i pokrytycznego. Nie różnią się one jakościowo od wyników dla „idealnego” podparcia usztywnień (rysunki 10–15): maksymalne odkształcenia plastyczne powstają w mocnikach usztywnień, w rejonie środka rozpiętości.

Podsumowanie. Obydwa sposoby mocowania – poprzez warunki CERIG i wykorzystując płyty poprzeczne – prowadzą do praktycznie identycznej nośności granicznej panelu z wysokimi usztywnieniami. Potwierdzają to niemal pokrywające się wykresy σ – ε – rysunek 59.

Można więc stwierdzić, że obydwie przetestowane sposoby zapewnienia właściwych warunków brzegowych „nieprzewracania” środków usztywnień na krańcach segmentu są równoprawne, a wybór jednego z nich będzie zapewne zależał od preferencji budującego model.

3 Analiza wpływu otworów w środkach wiązarów wzdłużnych na ocenę nośności

W środkach wiązarów wzdłużnych są wycinane otwory:
– komunikacyjne,



Rysunek 59: Dwa sposoby mocowania środków usztywnień

- na przejście armatury: rurociągów, kabli, itp.,
- komunikacyjne.

Najczęściej są one typu „stadion”, ich wysokość nie powinna przekraczać ok. połowy wysokości wiązara, a prostoliniowe krawędzie otworów powinny być usztywnione. Jako usztywnienia zazwyczaj stosuje się jednostronnie przyspawane płaskowniki, na całej długości bądź wysokości pola środka wiązara. Usztywnienia te zabezpieczają przed utratą stateczności również te części środka, w których nie ma otworów. W szczególnych przypadkach, w silnie wytężonych rejonach konstrukcji, otwory obramowuje się.

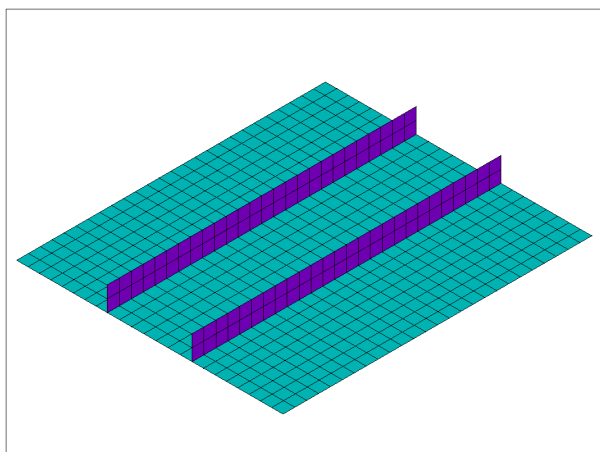
Otwory wycina się w środkowej części pola środka, tzn. w pewnym oddaleniu zarówno od wiązarów poprzecznych, jak i poszyc (mocników). Otwory mogą być zorientowane wzdłużnie i poprzecznie w stosunku do „osi” wiązara. Otwory wzdłużne są bardziej korzystne pod względem odporności płyt środka na utratę stateczności, natomiast np. we wzdłużnikach dennych otwory poprzeczne (pionowe) są bardziej funkcjonalne (łatwiej przez nie przechodzić).

Wpływ otworów można ocenić poprzez porównanie pracy wiązara z otworami z tak samo usztywnioną konstrukcją bez otworów. Analiza będzie więc obejmowała:

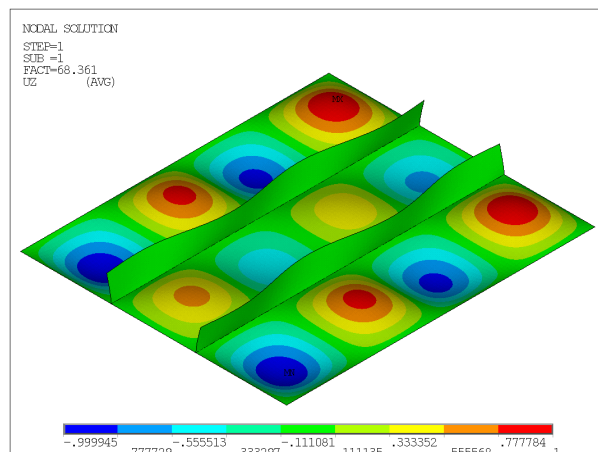
- ocenę wpływu wielkości elementów na pracę konstrukcji bez otworów;
- określenie nośności wiązara bez otworów;
- dobór wielkości elementów dla wiązara ze „średnim” otworem;
- określenie wpływu wielkości otworów na nośność i pracę wiązara.

3.1 Wiązary z otworami wzdłużnymi

Usztywnienia wzdłużne wiązarów, o ile nie są to wiązary szczelne obciążone ciśnieniem, są przerywane na końcach pola płytowego (zazwyczaj są ścięte). Oznacza to, że obciążenie ściskające jest przekazywane na brzegach segmentów tylko przez poszycie, a usztywnienia włączają się do pracy stopniowo. Usztywnienia są umieszczane zazwyczaj tylko po jednej stronie płyty wiązara, więc ściskanie doprowadzi do zgięcia płyty środka.



Rysunek 60: $d=100$



Rysunek 61: $d=25$

Obliczenia wykonywano na modelu panelu wzdłużnika o następujących parametrach:

- długość $l = 2550$ mm,
- szerokość $b = 2200$ mm,
- grubość środnika $t = 12$ mm,
- usztywnienia w postaci płaskowników 200×12 ,
- odstęp usztywnień $c = 700$ mm,
- materiał o granicy plastyczności $Re = 315$ MPa.

Środkowe pole, w którym będzie „wycinany” otwór, jest więc nieco węższe, niż pola skrajne.

Przy obliczaniu naprężeń ściskających, jako pole odniesienia wykorzystano pole przekroju środnika wiązara bez uwzględnienia usztywnień i otworu.

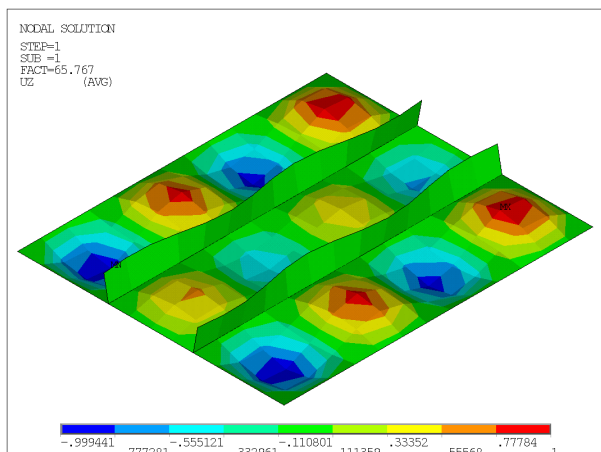
3.1.1 Wiązar bez otworów

Postać panelu i podział na elementy o wielkości $d = 100$ mm są przedstawione na rysunku 60. Obliczenia będą wykonywane dwuetapowo: najpierw stateczność początkowa (sprężysta) a potem nośność graniczna. Ze względu na stosowanie odmiennych typów elementów, naprężenia krytyczne stateczności początkowej zostaną wyznaczone dla obydwóch z nich. Przykładowa forma utraty stateczności dla elementów o wielkości $d = 25$ mm jest przedstawiona na rysunku 61.

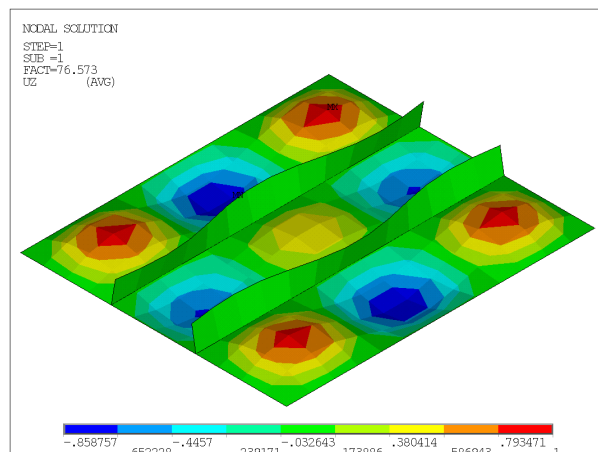
Stateczność początkowa była wyznaczana dla elementów Shell63 i Shell43, o różnych wielkościach. Wyniki są zebrane w tabeli:

Wielkość elementu d [mm]	Stateczność początkowa		Nośność graniczna σ_{gr} [MPa]
	Shell63 σ_E [MPa]	Shell43 σ_E [MPa]	
200	217.0	252.7	253.4
100	223.0	231.6	226.9
50	224.6	226.3	223.3
25	225.0		

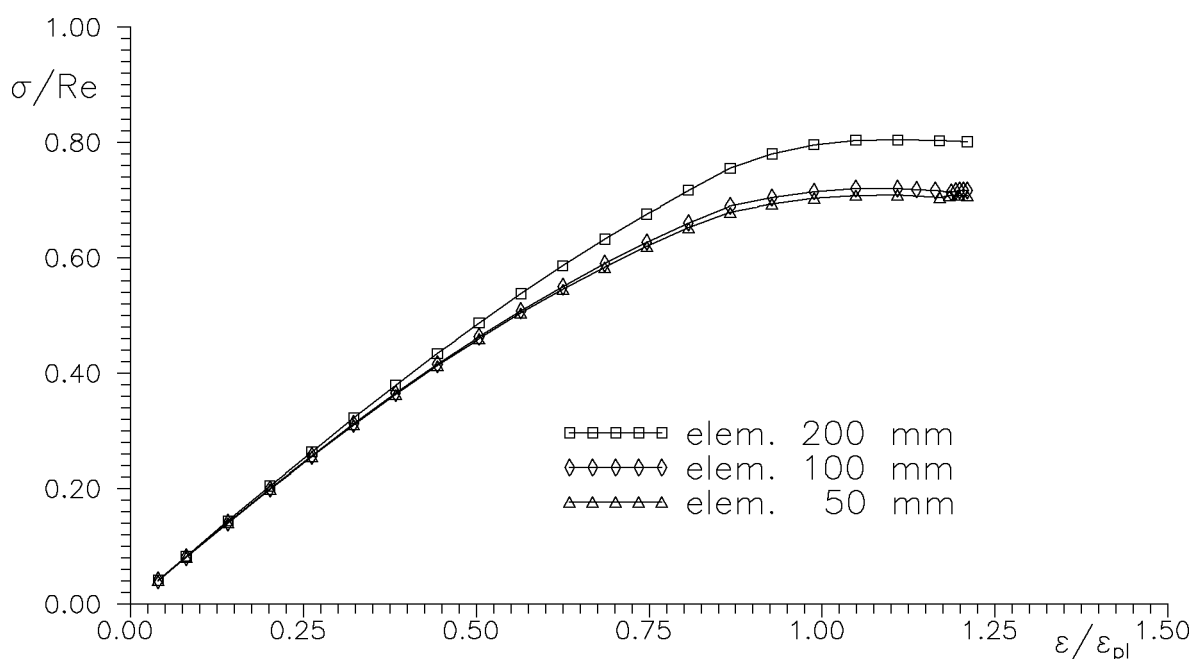
Jak widać, elementy Shell63 dają wyniki szacujące naprężenia krytyczne „od dołu”, natomiast Shell43 – od góry. Niepokojąca jest duża rozbieżność uzyskana dla elementów o wielkości $d = 200$ mm. Wyjaśniają to rysunki 62 i 63: dla tak zgrubnego podziału na elementy, uzyskano odmienne formy utraty stateczności i postać dla elementów Shell43 jest błędna.



Rysunek 62: d=200, Shell63



Rysunek 63: d=200, Shell43

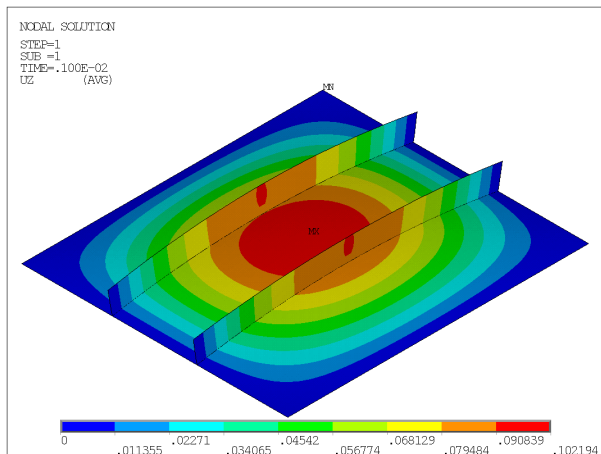


Rysunek 64: Wiązar usztywniony wzdłużnie, bez otworów

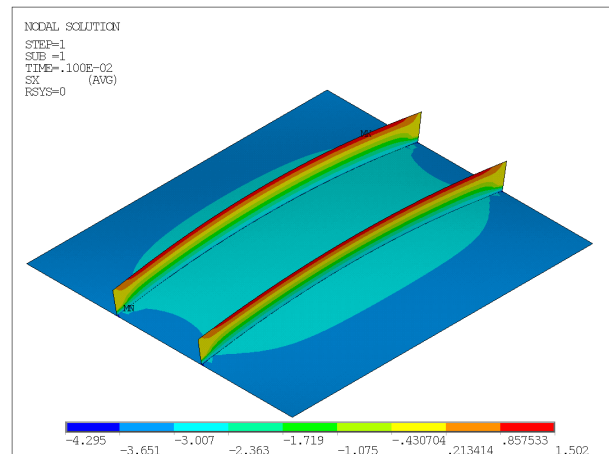
Nośność graniczna była wyznaczana dla elementów o wielkościach od 200 mm do 50 mm. Ostatnia kolumna w powyższej tabeli zawiera wartości maksymalnych naprężeń dla krzywych σ - ϵ . Jak widać, wynik dla $d = 200$ mm jest wyraźnie błędny, natomiast zastosowanie elementów 50 mm zamiast 100 mm zmienia wartość nośności granicznej tylko o 1.6%. Krzywe σ - ϵ przedstawione na rysunku 64 potwierdzają tę obserwację, gdyż krzywe dla elementów o wielkości 50 mm i 100 mm są prawie identyczne i wyraźnie różne od krzywej $d = 200$ mm.

Przyłożenie obciążeń ściskających tylko do poszycia prowadzi do zgięcia mimośrodowego płyty środkowej wiązara i forma zgięcia (Rys. 65) jest wyraźnie niezgodna z postacią utraty stateczności (Rys. 61). Zgięcie generowane ściskaniem mimośrodowym prowadzi do powstania naprężeń „zginających” w usztywnieniach (Rys. 66).

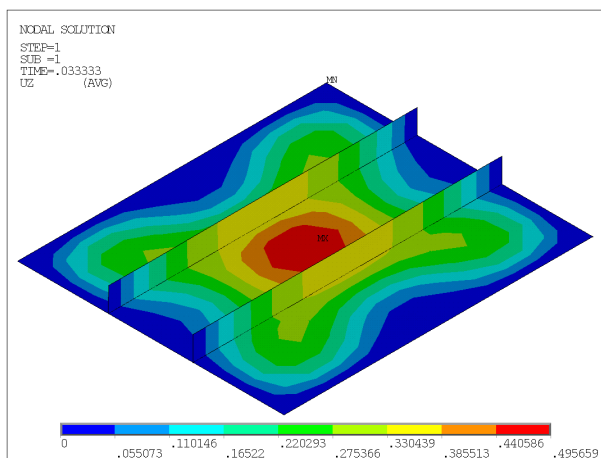
Wyniki w postaci barwnych map są przedstawione na rysunkach:



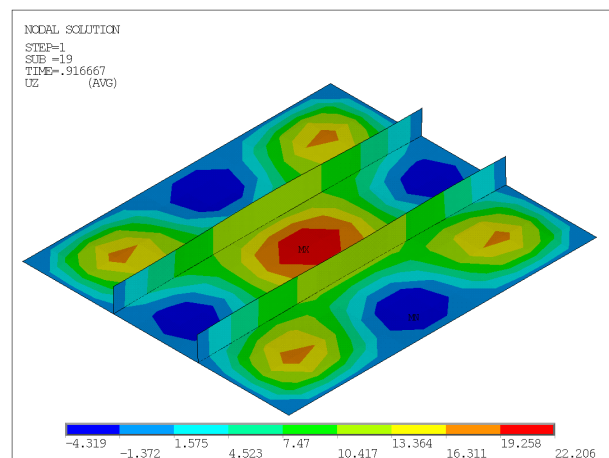
Rysunek 65: d=50



Rysunek 66: d=50



Rysunek 67: d=200

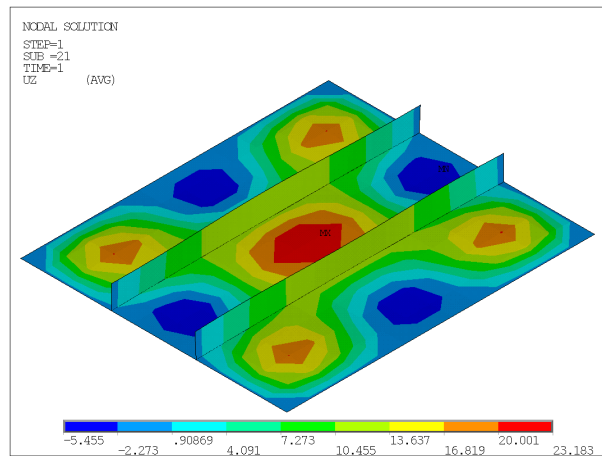


Rysunek 68: d=200

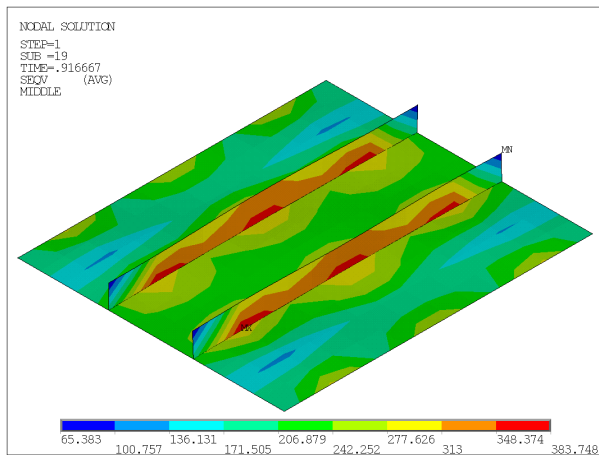
	d=200	d=100	d=50
deformacje, krok pierwszy, [mm]	67	72	77
deformacje, maksymalna nośność, [mm]	68	73	78
deformacje, zakres pokrywczy, [mm]	69	74	79
naprężenia zredukowane, tarczowe, [MPa]	70	75	80
odkształcenia plastyczne, tarczowe	71	76	81

Jak widać na mapach ugięć, praca konstrukcji rozpoczyna się od formy zgodnej w znacznym stopniu z postacią wynikającą ze zgięcia mimośrodowego i ze wzrostem obciążenia przechodzi do postaci zgodnej z formą utraty stateczności przez płyty środknika.

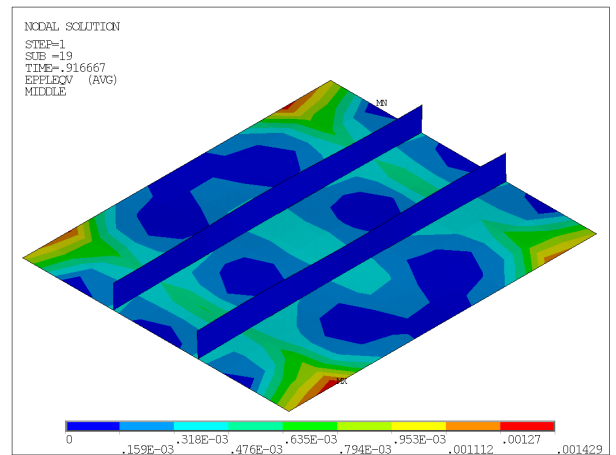
Maksymalne zredukowane naprężenia tarczowe występują praktycznie na wszystkich „dłuższych bokach” pól płytowych, natomiast maksymalne odkształcenia plastyczne grupują się na brzegu segmentu, na styku usztywnienia ze środknikiem wiązara. Wynika to z faktu nieciągłości usztywnień leżących na kierunku obciążenia.



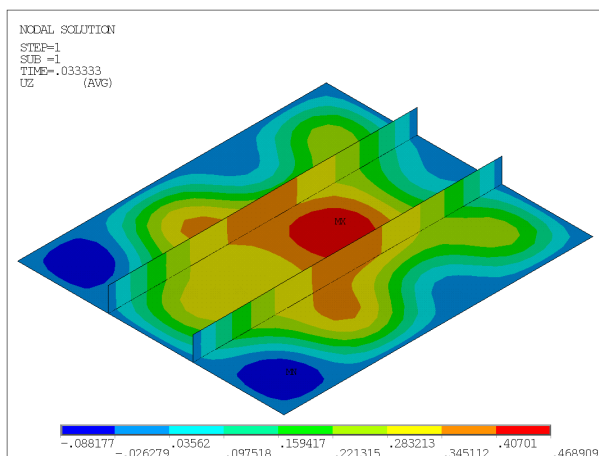
Rysunek 69: d=200



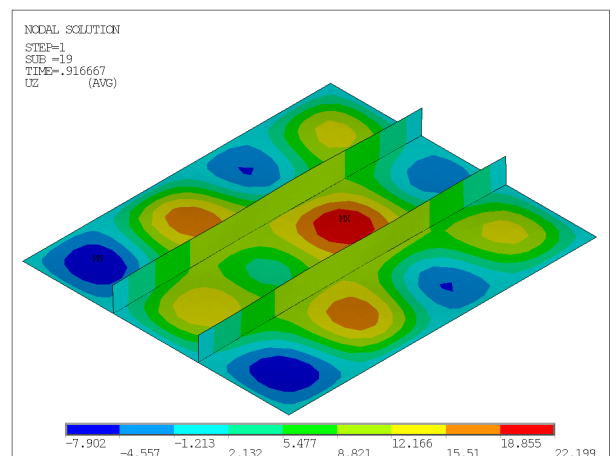
Rysunek 70: d=200



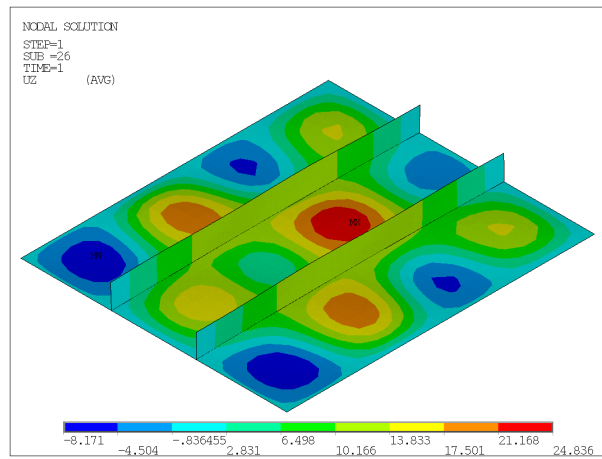
Rysunek 71: d=200



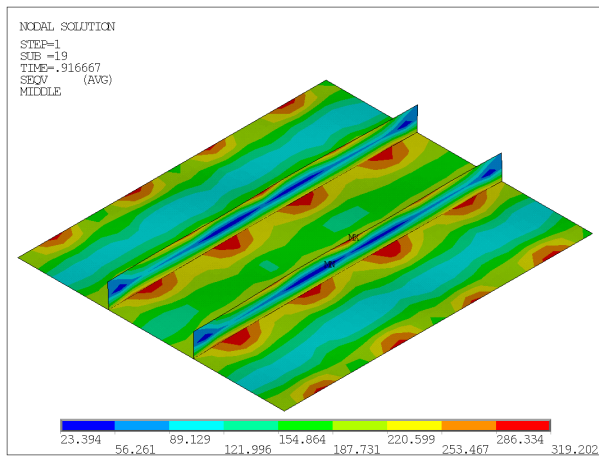
Rysunek 72: d=100



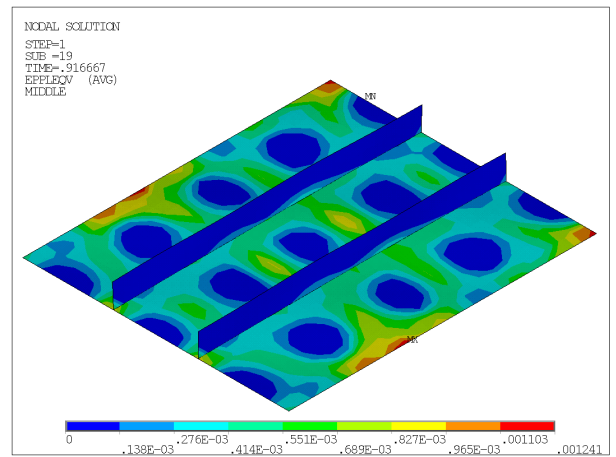
Rysunek 73: d=100



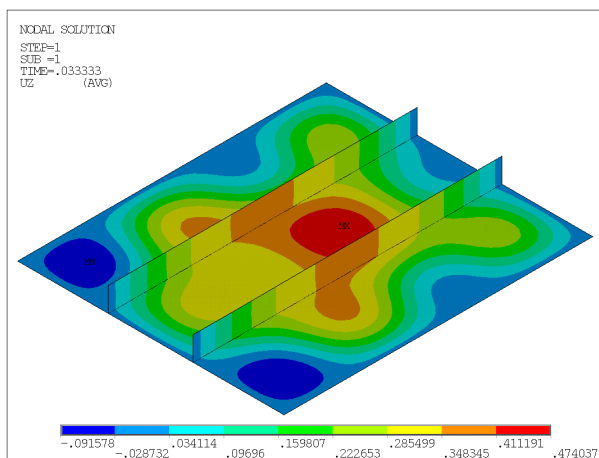
Rysunek 74: $d=100$



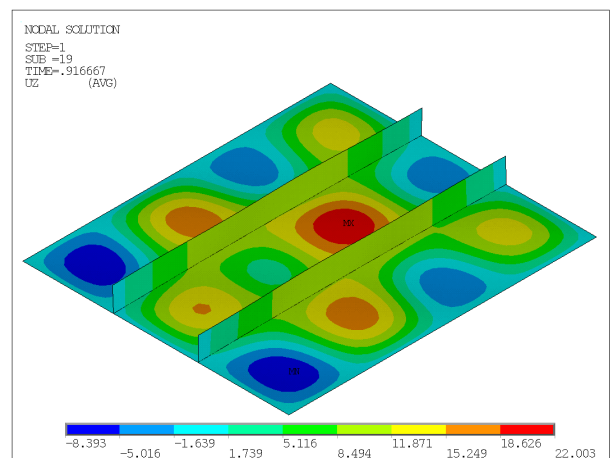
Rysunek 75: $d=100$



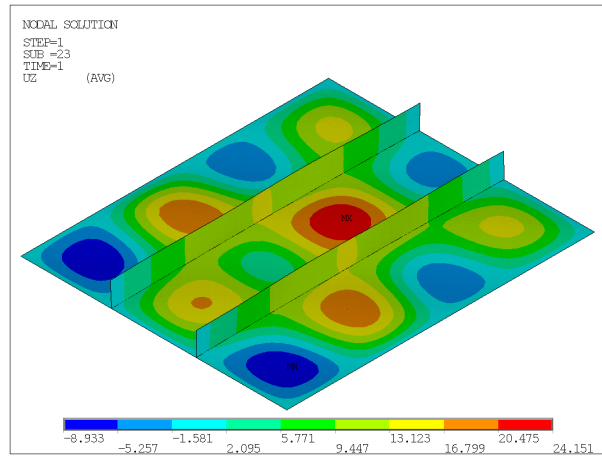
Rysunek 76: $d=100$



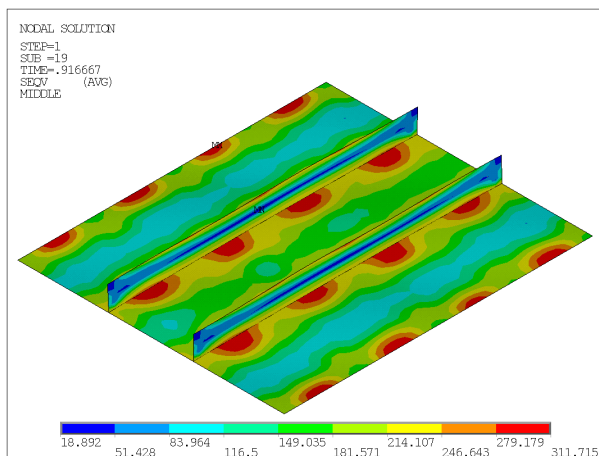
Rysunek 77: $d=50$



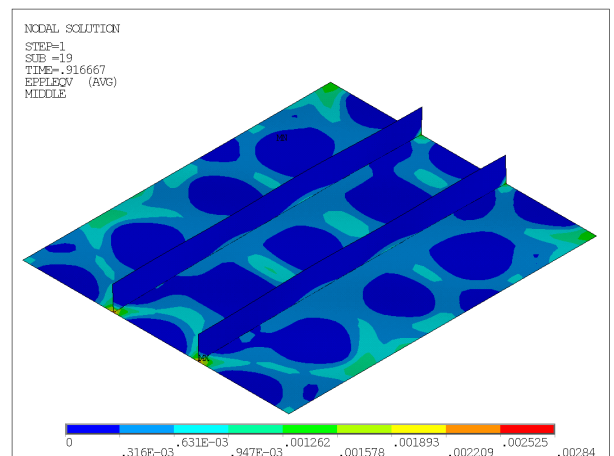
Rysunek 78: $d=50$



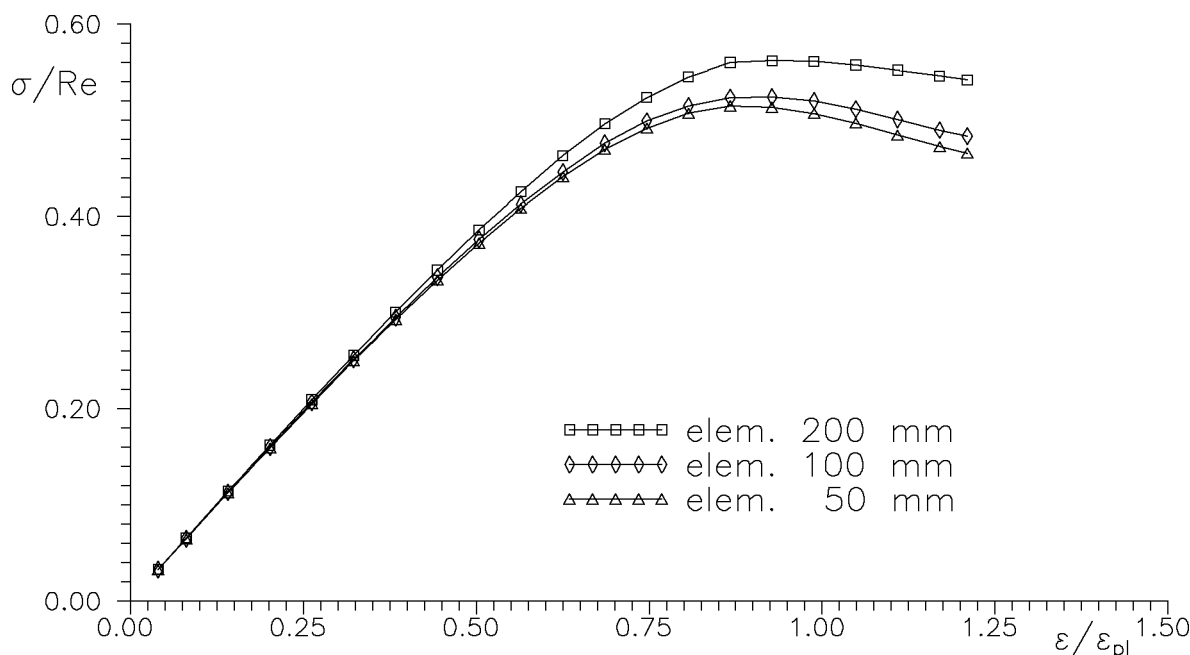
Rysunek 79: $d=50$



Rysunek 80: $d=50$



Rysunek 81: $d=50$



Rysunek 82: Wiązgar usztywniony wzdłużnie, otwór 1200x660

3.1.2 Poszukiwanie minimalnego, wystarczającego podziału pól płytowych z otworami na elementy

Obliczenia nośności granicznej przy podziale na elementy o różnej wielkości były wykonywane dla otworu o rozmiarach 1200x660 mm. Podział był generowany automatycznie przez program ANSYS przy domyślnych wartościach sterujących podziałem.

Wyniki w postaci barwnych map są przedstawione na rysunkach:

	d=200	d=100	d=50
podział na elementy	83	89	95
deformacje, krok pierwszy, [mm]	84	90	96
deformacje, maksymalna nośność, [mm]	85	91	97
deformacje, zakres pokrywczy, [mm]	86	92	98
naprężenia zredukowane, tarczowe, [MPa]	87	93	99
odkształcenia plastyczne, tarczowe	88	94	100

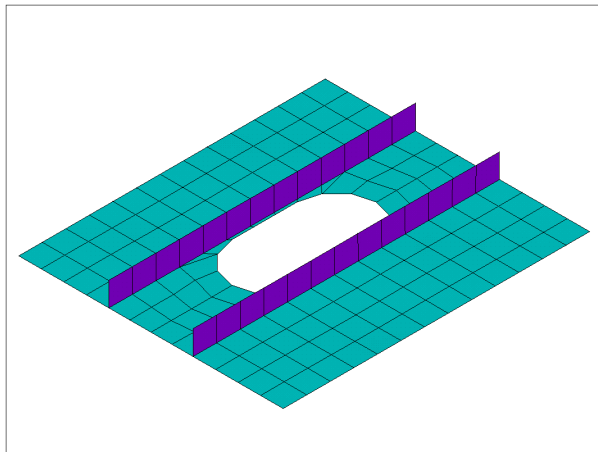
Podobnie jak dla wiązara bez otworu, praca konstrukcji rozpoczyna się od deformacji zbliżonej do jednej półfali na obydwóch kierunkach, aby ze wzrostem obciążenia zmierzać do stanu zbliżonego do formy utraty stateczności. Pracują pola płytowe bez otworu, rejon usztywnień i środka na długości prostoliniowych boków otworu oraz krawędź usztywnienia w rejonie środka jego rozpiętości. Pozostała część pola z otworem nie wykazuje ani znaczących deformacji ani nie jest mocno wyciężona. Maksymalne odkształcenia plastyczne powstają w rejonie prostoliniowej krawędzi otworu.

Nośność graniczna była następująca:

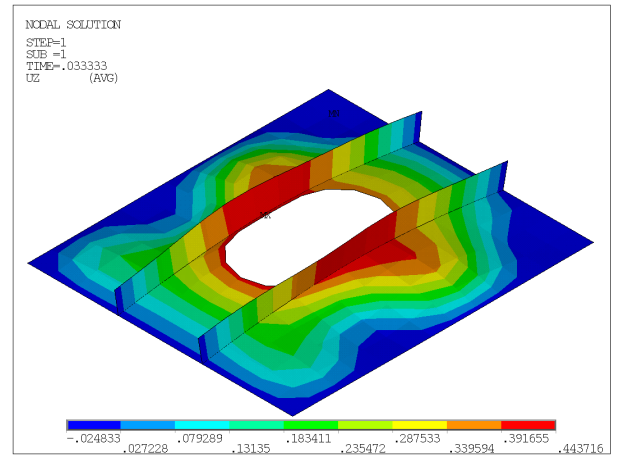
d [mm]	200	100	50
σ_{gr} [MPa]	177.0	165.1	162.2

i różnica pomiędzy $d=100$ i $d=50$ wynosi ok. 1.8%. Również z przebiegu krzywych $\sigma-\varepsilon$ przedstawionych na rysunku 82 wynika, że elementy o wielkości 50 mm i 100 mm prowadzą do zbliżonych rezultatów, natomiast krzywa $d = 200$ mm daje wyraźnie wyższe wartości.

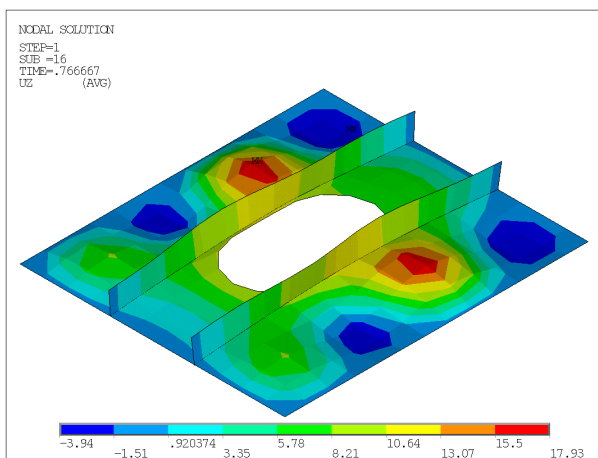
Podsumowując, wobec niewielkich różnic w wynikach nośności granicznej uzyskiwanych dla podziału na elementy o wielkościach 50 mm i 100 mm, zalecane jest – ze względu na skrócenie



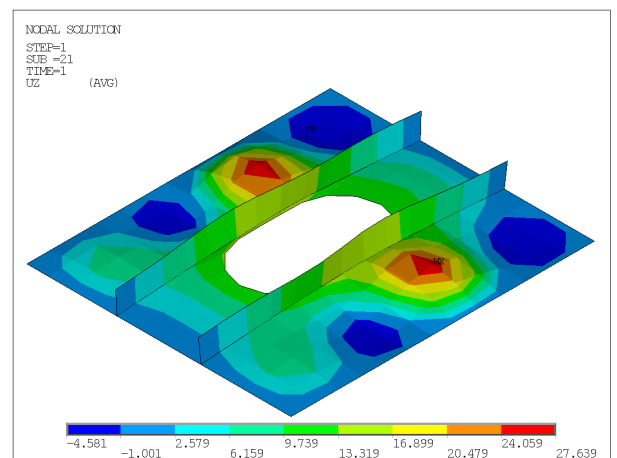
Rysunek 83: $d=200$



Rysunek 84: $d=200$

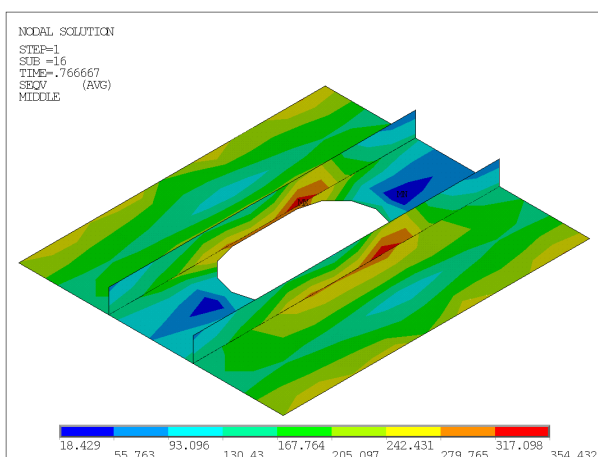


Rysunek 85: $d=200$

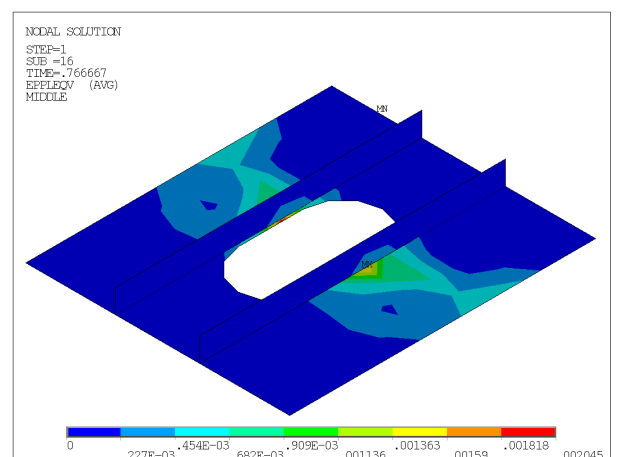


Rysunek 86: $d=200$

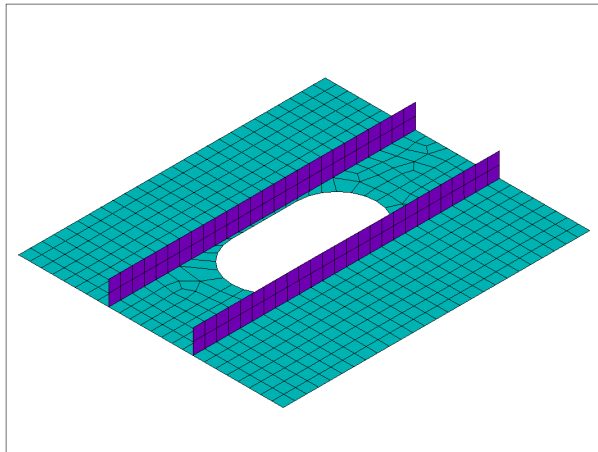
czasu obliczeń – stosowanie podziału na elementy o wielkości $d = 100$ mm.



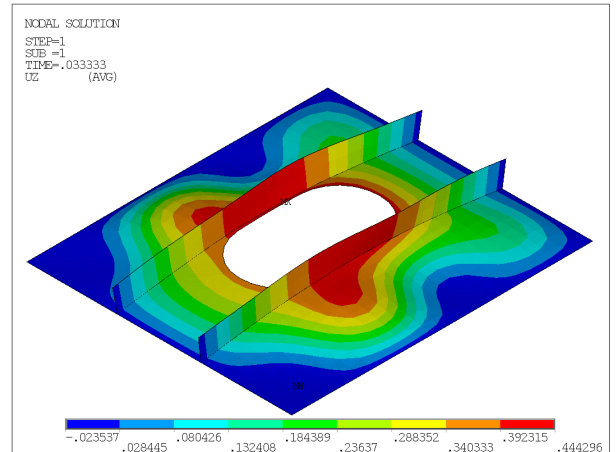
Rysunek 87: $d=200$



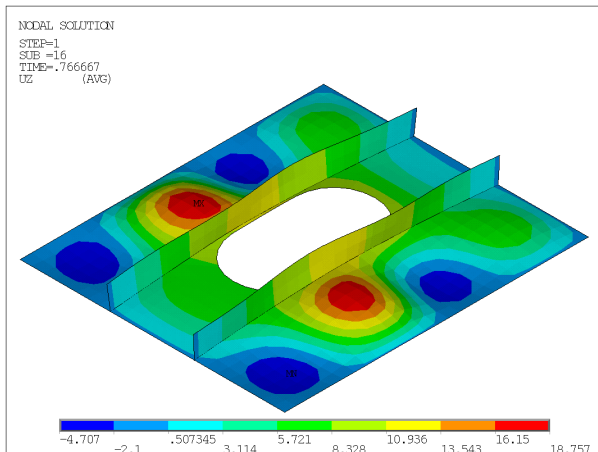
Rysunek 88: $d=200$



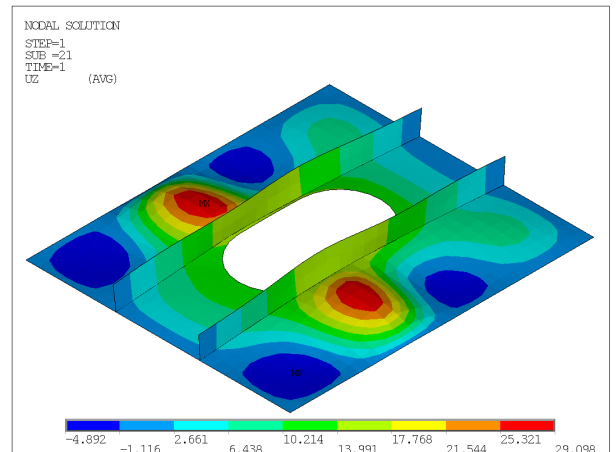
Rysunek 89: $d=100$



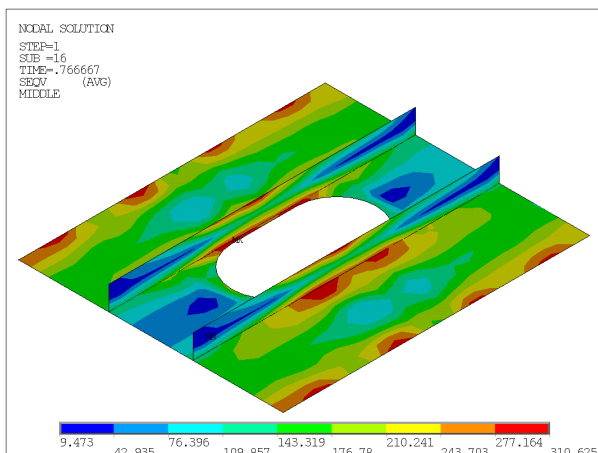
Rysunek 90: $d=100$



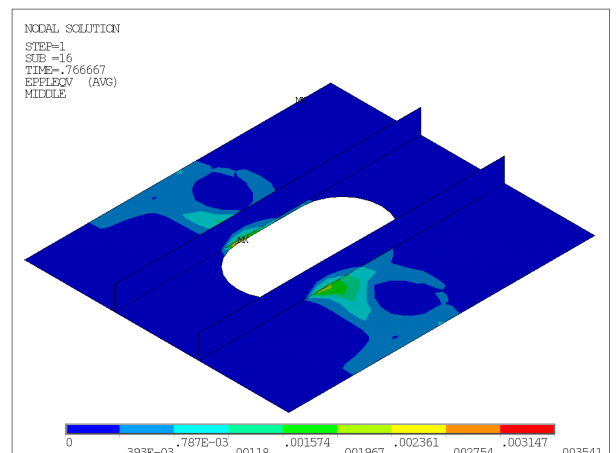
Rysunek 91: $d=100$



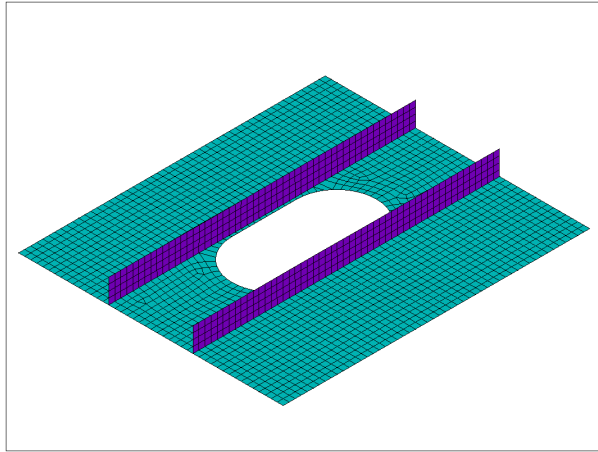
Rysunek 92: $d=100$



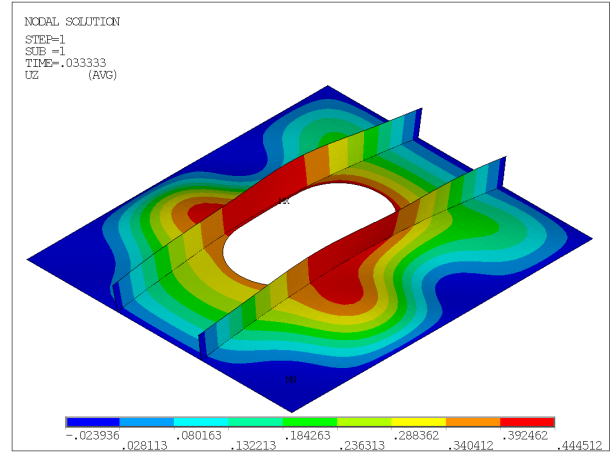
Rysunek 93: $d=100$



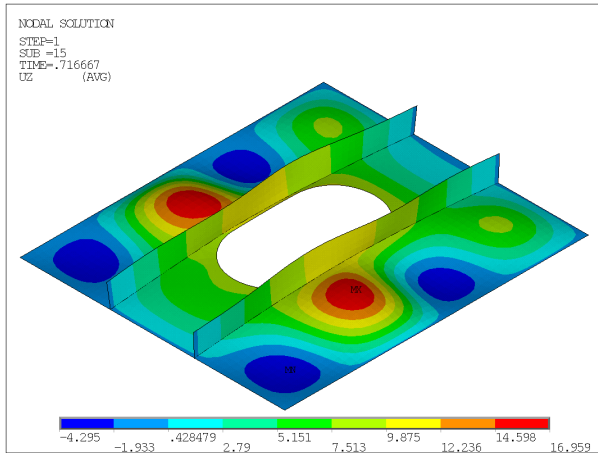
Rysunek 94: $d=100$



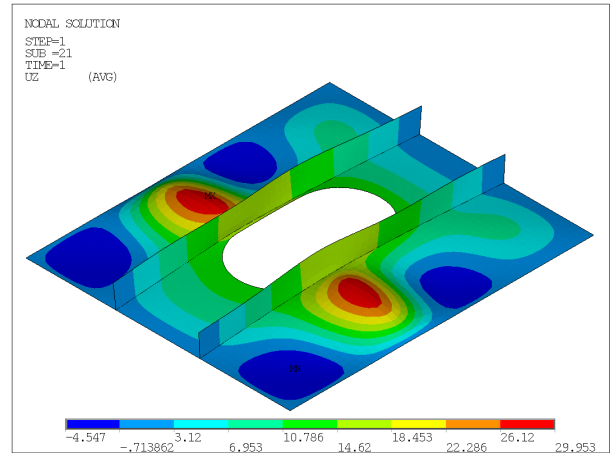
Rysunek 95: $d=50$



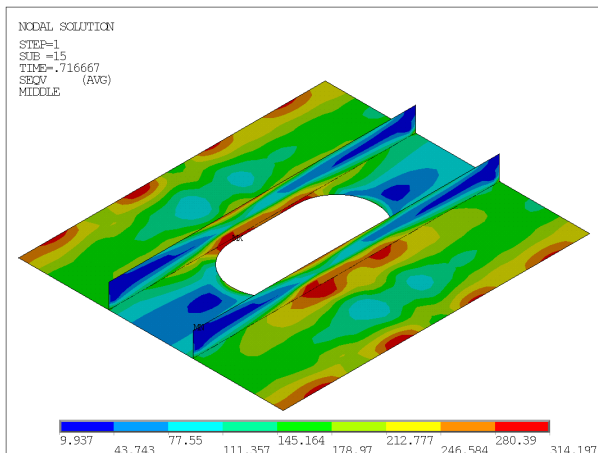
Rysunek 96: $d=50$



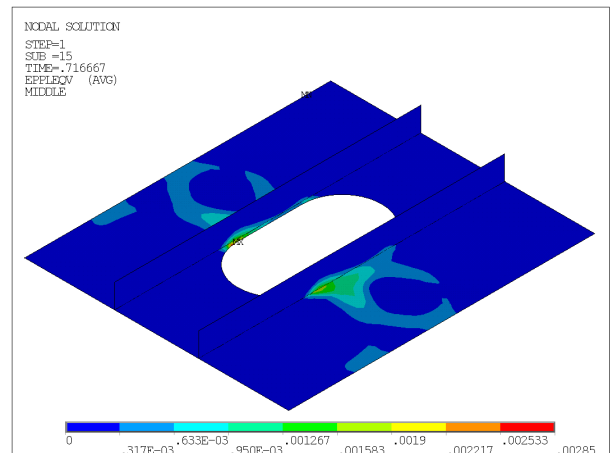
Rysunek 97: $d=50$



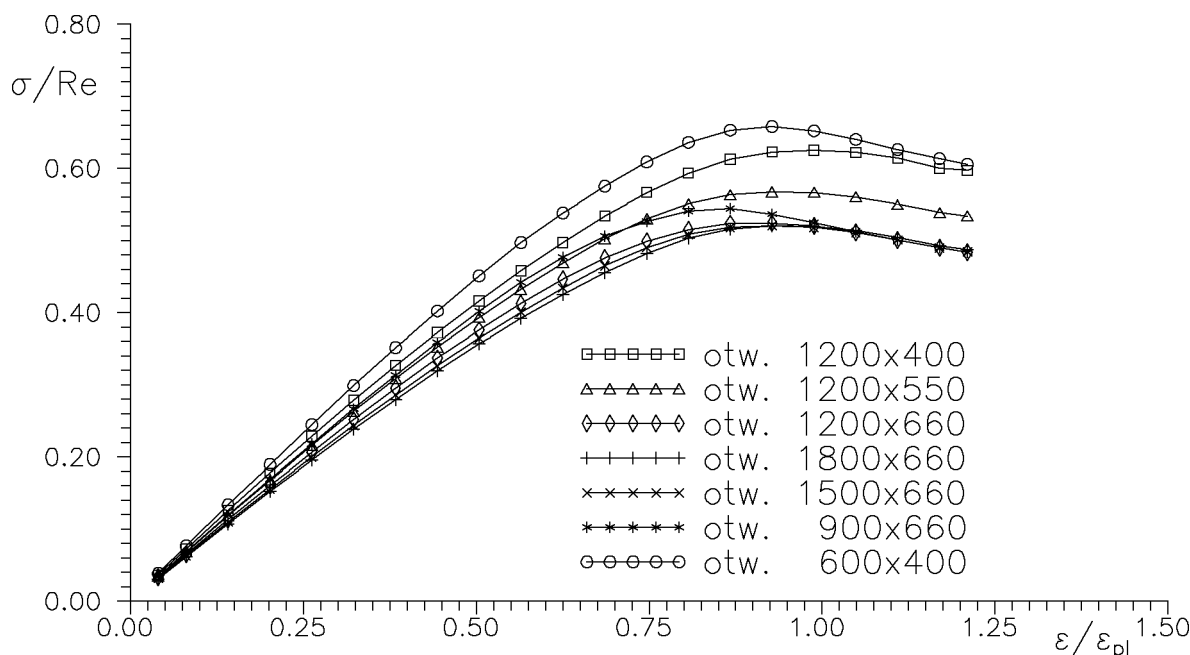
Rysunek 98: $d=50$



Rysunek 99: $d=50$



Rysunek 100: $d=50$



Rysunek 101: Wiązara usztywniony wzdłużnie, $d=100$

3.1.3 Badanie wpływu wielkości i orientacji otworów na nośność wiązara

Obliczenia wykonano przy podziale na elementy o wielkości $d = 100$ mm, uzyskując następujące wartości nośności granicznej w [MPa]:

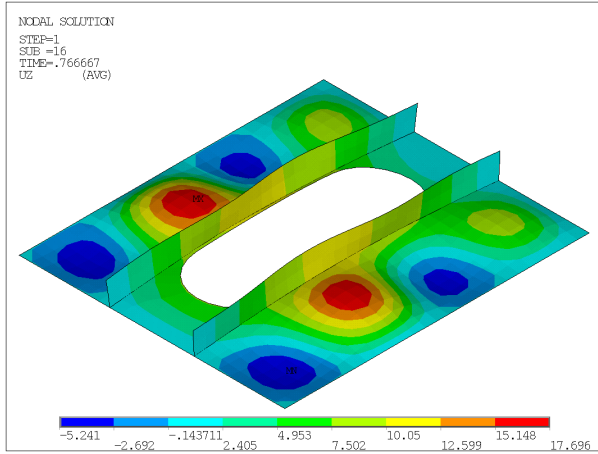
b_o	a_o				
	600	900	1200	1500	1800
400	199.8		196.9		
550			178.8		
660		171.4	165.1	164.0	163.9

a_o – długość otworu, [mm]
 b_o – szerokość otworu, [mm]

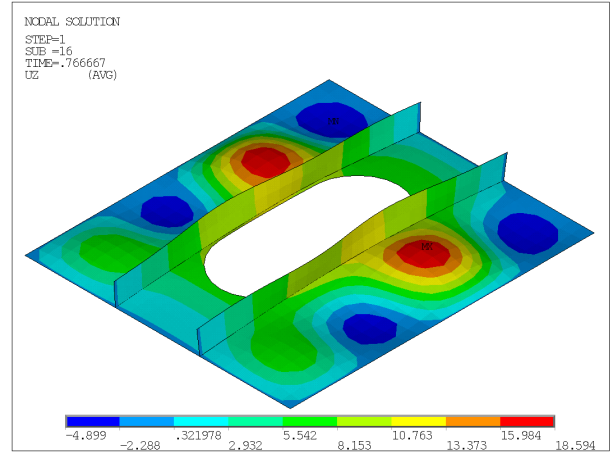
Widać w niej, że: (1) ze wzrostem wielkości otworu nośność graniczna maleje – przy zwiększeniu pola otworu o czynnik 5, nośność maleje o czynnik 1.22; (2) największy wpływ na nośność ma szerokość otworu – w gronie otworów o stałej długości, przy zwiększeniu szerokości otworu o czynnik 1.65, nośność zmalała o czynnik 1.2.

Na wykresach σ – ε (Rys. 101) widać, że największą nośność uzyskuje się dla otworów wąskich ($b_o = 400, 550$ mm), natomiast w grupie otworów szerokich otwór krótki ($a_o = 900$ mm) prowadzi do nośności zdecydowanie wyższej, natomiast wiązary z otworami długimi ($a_o = 1200 \div 1800$ mm) wykazują nośność prawie identyczną.

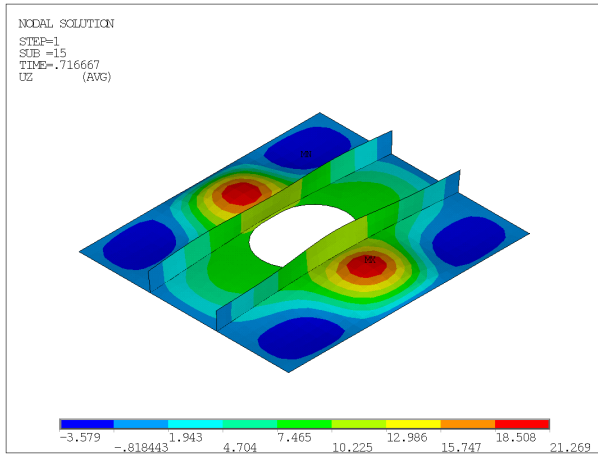
Formy deformacji uzyskane dla stanu nośności granicznej są przedstawione na rysunkach 102–107. Widać na nich, że dla otworów dłuższych od 900 mm w polach bez otworów powstają cztery półfale utraty stateczności, natomiast dla otworów krótkich zniszczenie następuje przy trzech półfalach; wynika z tego, że wielkość otworu może wpłynąć na postać deformacji.



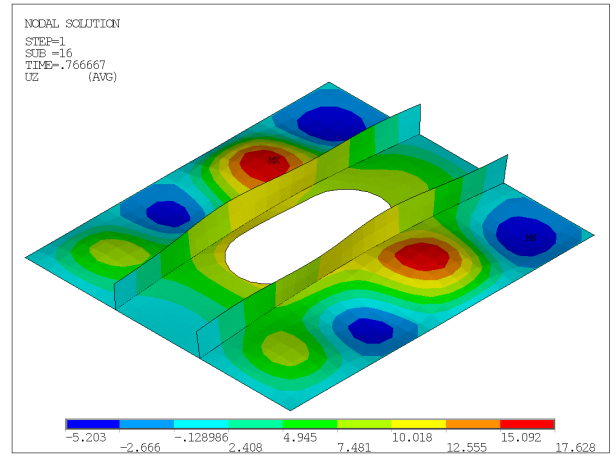
Rysunek 102: otwór 1800x660



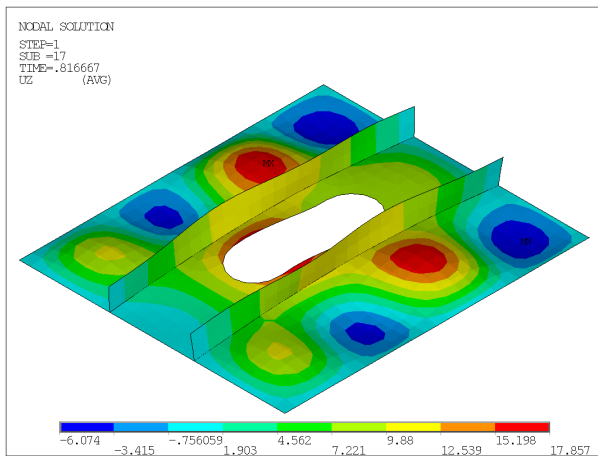
Rysunek 103: otwór 1500x660



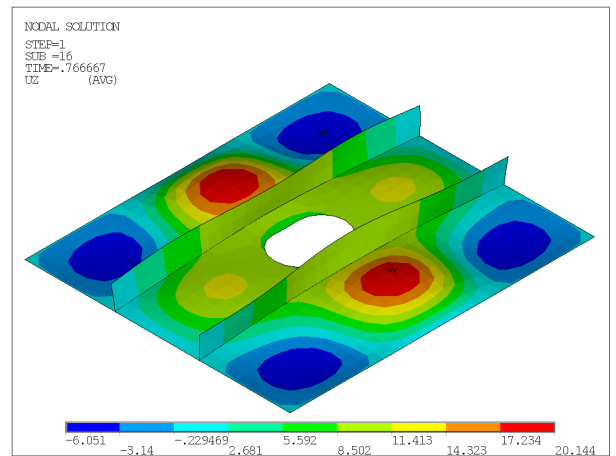
Rysunek 104: otwór 900x660



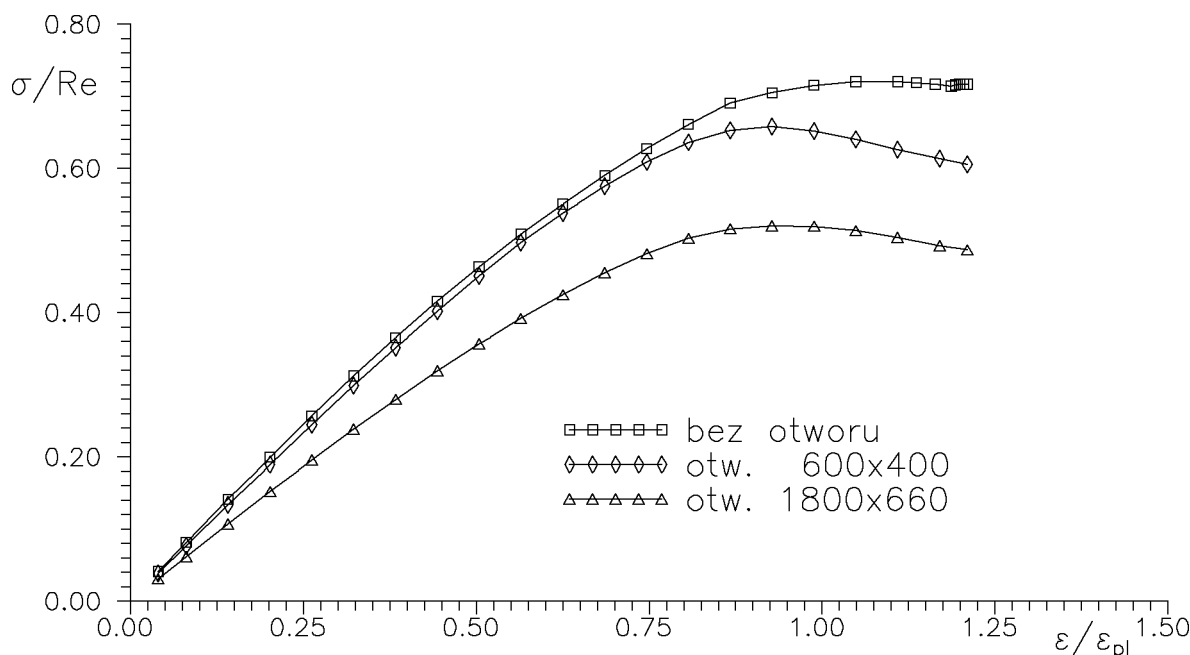
Rysunek 105: otwór 1200x550



Rysunek 106: otwór 1200x400



Rysunek 107: otwór 600x400



Rysunek 108: Wiązar usztywniony wzdłużnie, $d=100$

3.1.4 Podsumowanie

Modelując wiązary wzdłużne ze wzdłużnymi otworami w środnikach, wystarczający jest podział na elementy o boku $d = 100$ mm, co zadowalająco odwzorowuje kształt otworów typu „stadion” oraz jest wystarczającym podziałem ze względu na „falową” postać deformacji o długości półfali rzędu 400–600 mm (odstęp usztywnień).

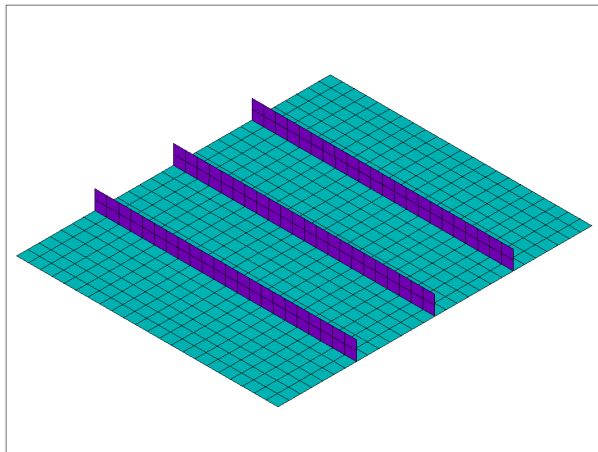
Zestawienie wyników nośności granicznej wiązara bez otworów oraz z otworami małym i dużym (Rys. 108) pokazuje, że mały otwór zmniejsza nośność o 12%, natomiast duży o 28%. Zmienia się również chwila osiągnięcia stanu maksymalnej nośności: dla wiązara bez otworu jest to $1.1\epsilon_{pl}$, natomiast z otworem – $0.9\epsilon_{pl}$.

3.2 Wiązary z otworami poprzecznymi

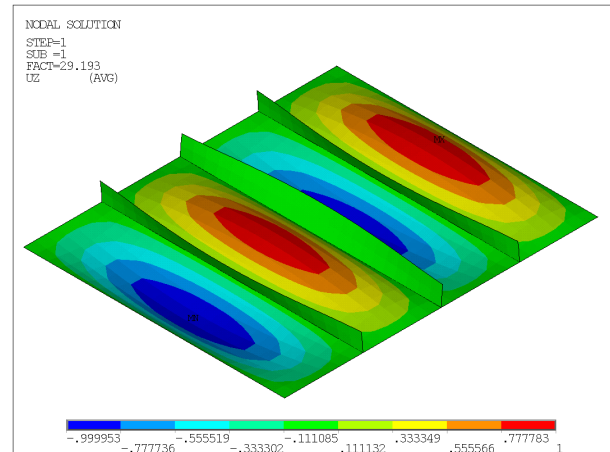
Usztywnienia poprzeczne wiązarów są zazwyczaj ścięte na końcach, gdyż nie łączą się z poszyciem, a tylko czasem są połączone z mocnikami wiązarów płytów jednoposzyciowych. Jako że usztywnienia są prostopadłe do kierunku obciążenia, to obciążenie jest przekazywane na brzegach segmentów tylko przez poszycie. Usztywnienia wpływają na stan naprężenia tylko poprzez „efekt Poissona” – zmianę wymiarów poprzecznych wywołaną wydłużeniem/skróceniem elementu. Usztywnienia są umieszczane zazwyczaj tylko po jednej stronie płyty wiązara, więc doprowadzają one do zgięcia płyty środnika.

Obliczenia wykonywano na modelu panelu wzdłużnika o czterech „polach płytowych” rozdzielonych jednostronnymi usztywnieniami. Parametry panelu były następujące:

- długość $l = 4 \cdot s = 2640$ mm,
- szerokość $b = 2200$ mm,
- grubość środnika $t = 12$ mm,
- usztywnienia w postaci płaskowników 160×11,
- odstęp usztywnień $s = 660$ mm,
- materiał o granicy plastyczności $Re = 315$ MPa.



Rysunek 109: d=100



Rysunek 110:

Otwory były „wycinane” w dwóch środkowych polach.

Przy obliczaniu naprężeń ściskających, jako pole odniesienia wykorzystano pole przekroju średnika wiązara bez uwzględnienia otworu.

3.2.1 Wiązar bez otworów

Konstrukcja panelu i podział na elementy o wielkości $d = 100$ mm są pokazane na rysunku 109. Podstawowymi obliczeniami była nośność graniczna, a obliczenia stateczności początkowej służyły tylko do zadania formy imperfekcji. Przykładowa forma utraty stateczności dla elementów o wielkości $d = 100$ mm jest przedstawiona na rysunku 110.

Obliczenia nośności granicznej były wykonywane dla elementów Shell43, o wielkościach od 200 mm do 50 mm. W poniższej tabeli przedstawione są naprężenia „Eulerowskie” stateczności początkowej oraz „graniczne” – wartości maksymalnych naprężeń dla krzywych $\sigma-\varepsilon$.

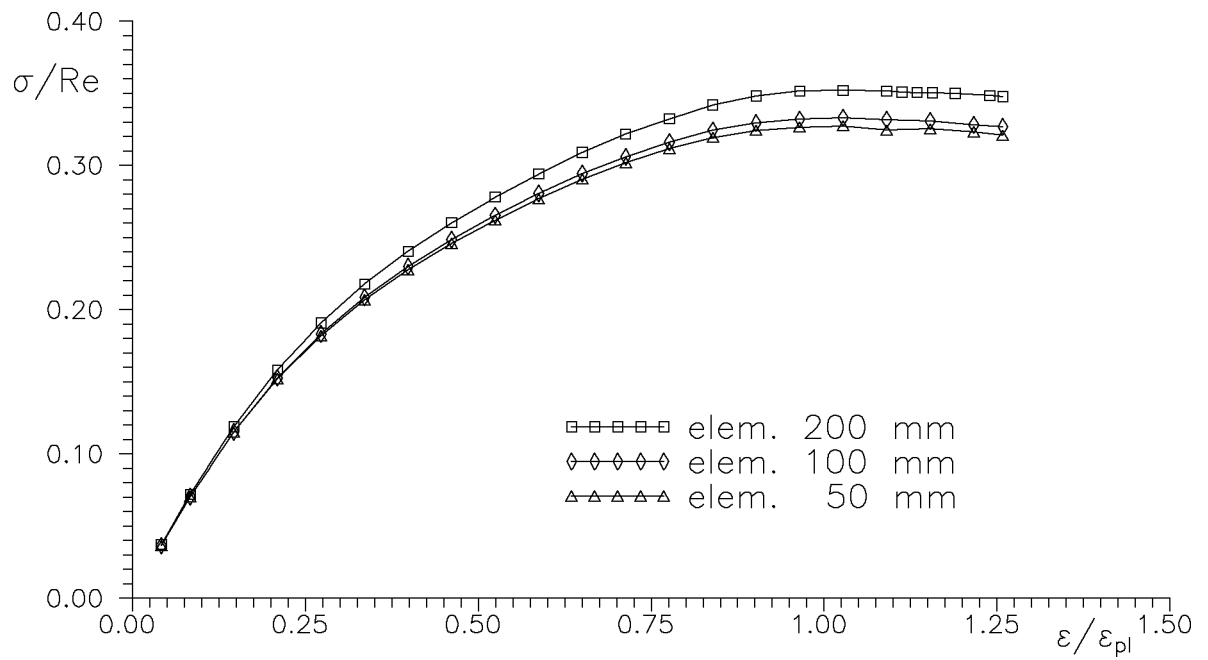
d [mm]	σ_E [MPa]	σ_{gr} [MPa]
200	82.0	110.8
100	76.9	104.8
50	75.2	103.1

Znamiennym jest, że obliczenia nośności granicznej, a więc uwzględniające efekty uplastycznienia, wykazują większą „odporność” ściskanej konstrukcji, niż obliczenia liniowo-sprężyste stateczności początkowej, i różnica nie jest mała: sięga 30%.

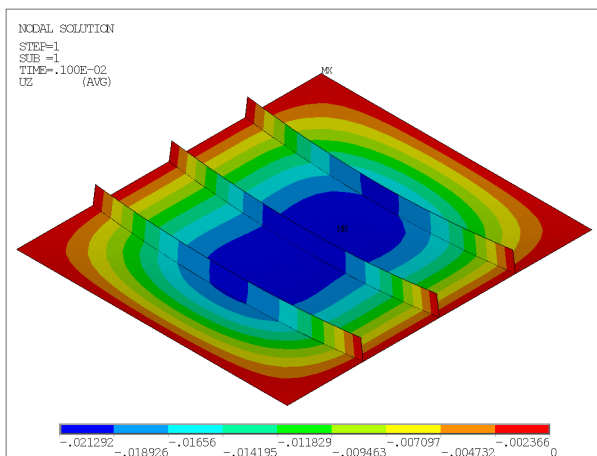
Dla elementów o wielkościach 100 mm i 50 mm rozbieżność w wielkości nośności wynosi tylko 1.6%. Wykresy $\sigma-\varepsilon$ (Rys. 111) również wskazują, że podział na elementy o wielkości 200 mm wraźnie zawyża nośność konstrukcji.

Przyłożenie na kierunku „wzdłużnym” obciążeń ściskających do poszycia prowadzi do rozciągania „wspólnej krawędzi” poszycia i usztywnień poprzecznych, co prowadzi do zgięcia usztywnień i średnika wiązara, a forma zgięcia (Rys. 112) jest niezgodna z postacią utraty stateczności (Rys. 110). To zgięcie prowadzi do powstania naprężeń „zginających” w usztywnieniach (Rys. 113), takich, że swobodne krawędzie usztywnień są ściskane.

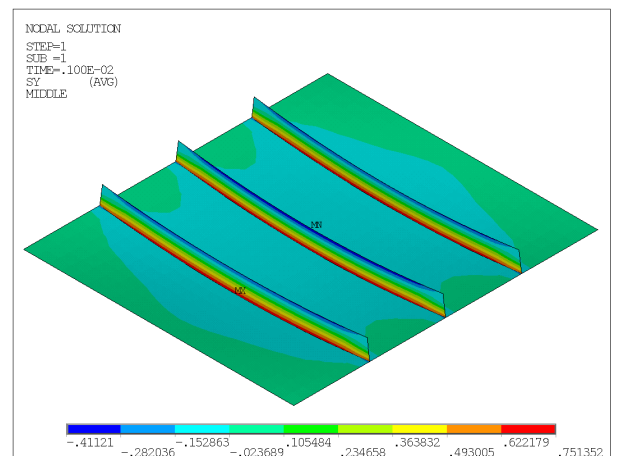
Wybrane rezultaty obliczeń nośności granicznej są w postaci barwnych map przedstawione na rysunkach:



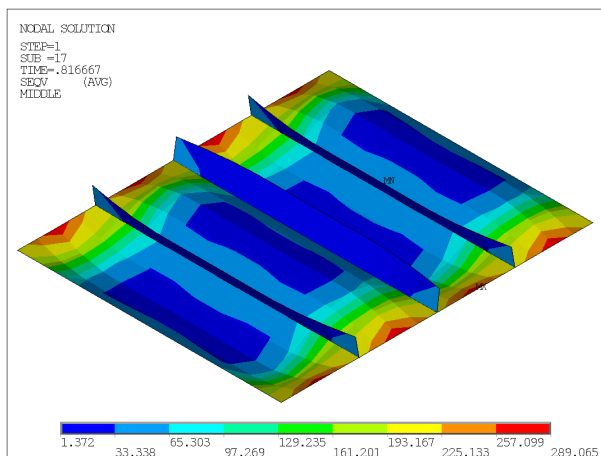
Rysunek 111: Wiązár usztywniony poprzecznie, bez otworów



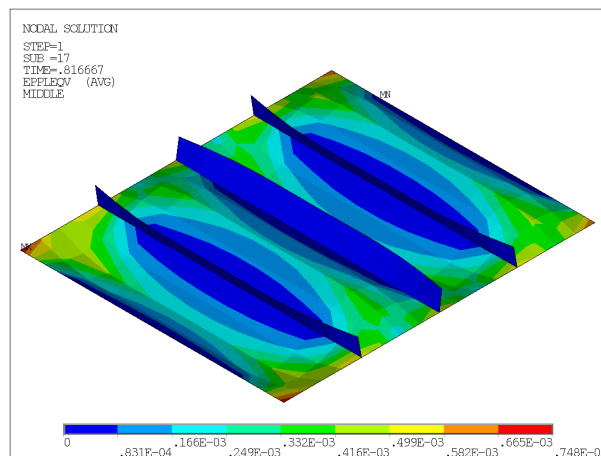
Rysunek 112: d=100



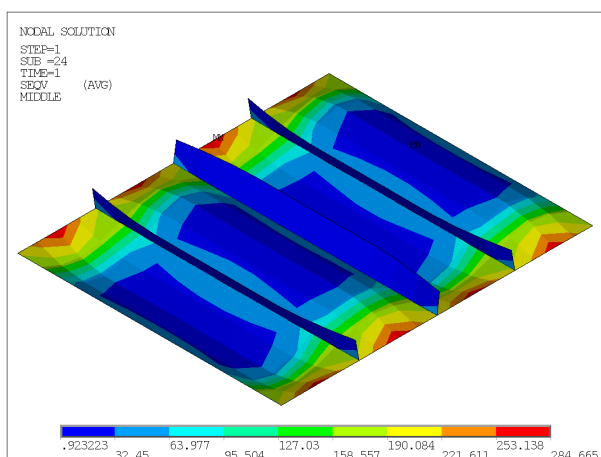
Rysunek 113: d=100



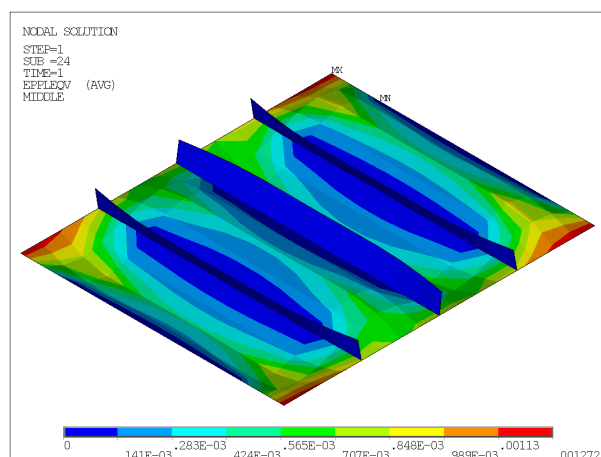
Rysunek 114: d=200



Rysunek 115: d=200



Rysunek 116: d=200



Rysunek 117: d=200

	d=200	d=100	d=50
naprężenia zredukowane, stan krytyczny [MPa]	114	118	122
odkształcenia plastyczne, stan krytyczny	115	119	123
naprężenia zredukowane, stan pokrytyczny [MPa]	116	120	124
odkształcenia plastyczne, stan pokrytyczny	117	121	125

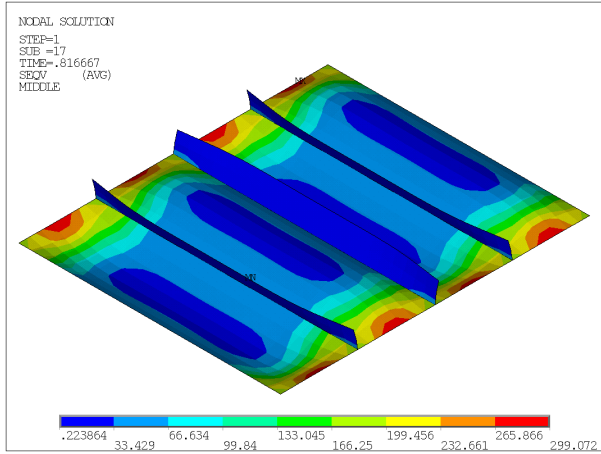
(Wyniki opisują stan tarczowy)

Jak widać, deformacja konstrukcji w zakresie krytycznym i pokrytycznym jest zgodna z formą utraty stateczności przez płyty środkika. Maksymalne zredukowane naprężenia tarczowe występują na „krótszych bokach” pól płytowych, a więc w pasach „równoległych” do kierunku obciążenia. Tam też występują maksymalne odkształcenia plastyczne, które koncentrują się w rejonach końców usztywnień.

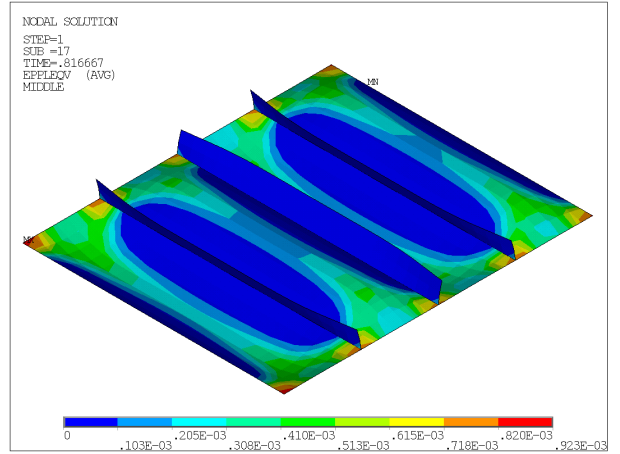
3.2.2 Poszukiwanie minimalnego, wystarczającego podziału pól płytowych z otworami na elementy

Obliczenia nośności granicznej przy podziale na elementy o różnej wielkości były wykonywane dla otworów o rozmiarach 1000×450 mm. Podział był generowany automatycznie przez program ANSYS przy domyślnych wartościach sterujących podziałem.

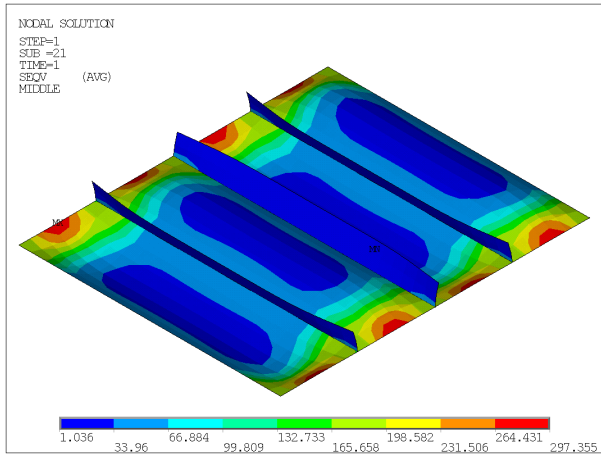
Wyniki w postaci barwnych map są przedstawione na rysunkach:



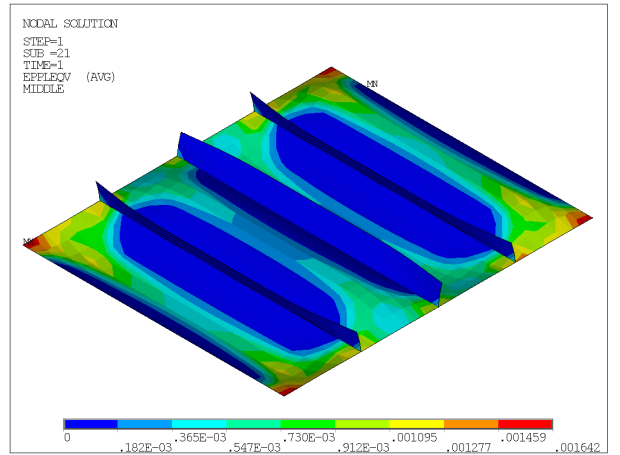
Rysunek 118: $d=100$



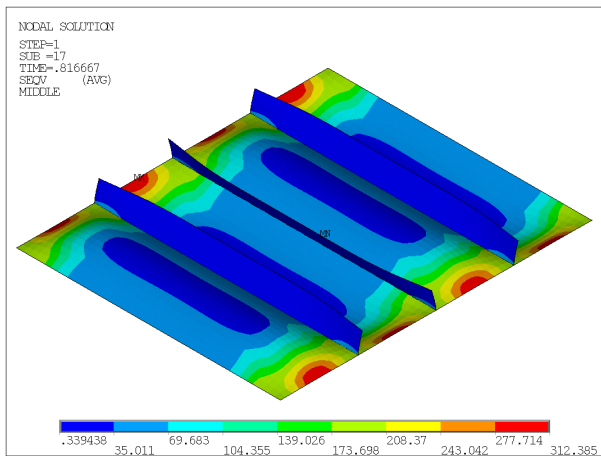
Rysunek 119: $d=100$



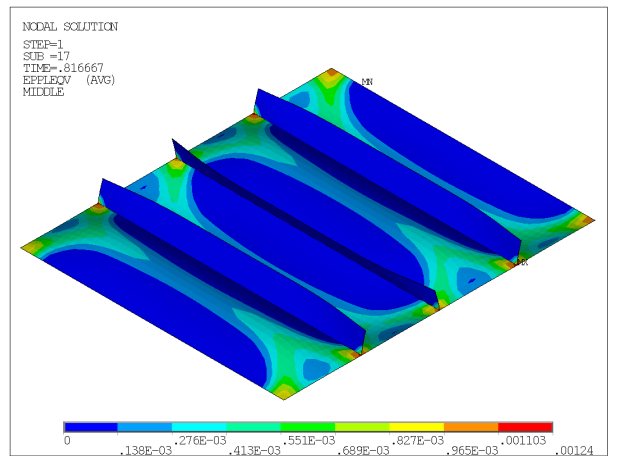
Rysunek 120: $d=100$



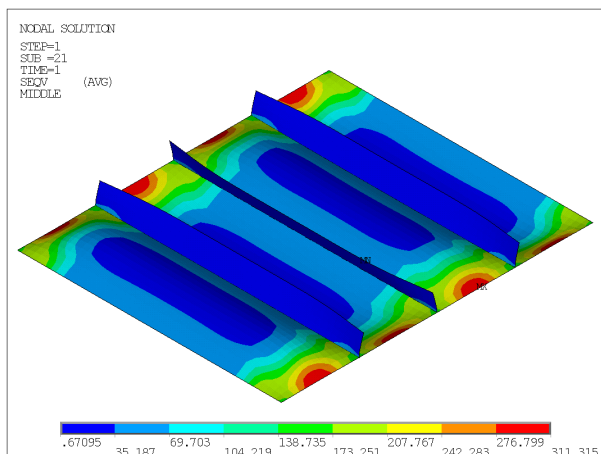
Rysunek 121: $d=100$



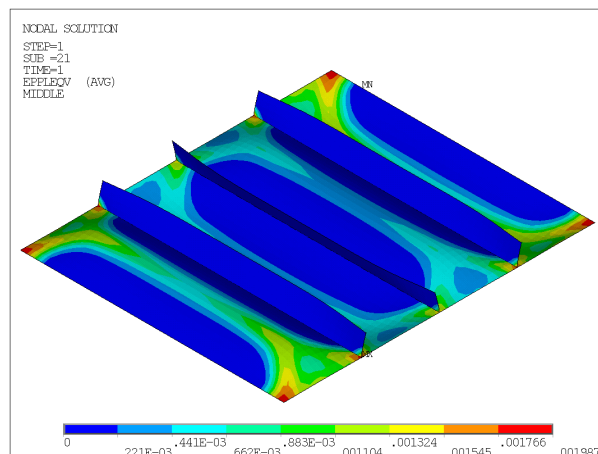
Rysunek 122: $d=50$



Rysunek 123: $d=50$



Rysunek 124: d=50



Rysunek 125: d=50

	d=200	d=100	d=50
podział na elementy	127	134	141
deformacje, maksymalna nośność, [mm]	128	135	142
deformacje, zakres pokrywczy, [mm]	129	136	143
naprężenia zredukowane, maksymalna nośność, [MPa]	130	137	144
naprężenia zredukowane, zakres pokrywczy, [MPa]	131	138	145
odkształcenia plastyczne, maksymalna nośność	132	139	146
odkształcenia plastyczne, zakres pokrywczy	133	140	147

(Naprężenia zredukowane i odkształcenia plastyczne opisują stan tarczowy.)

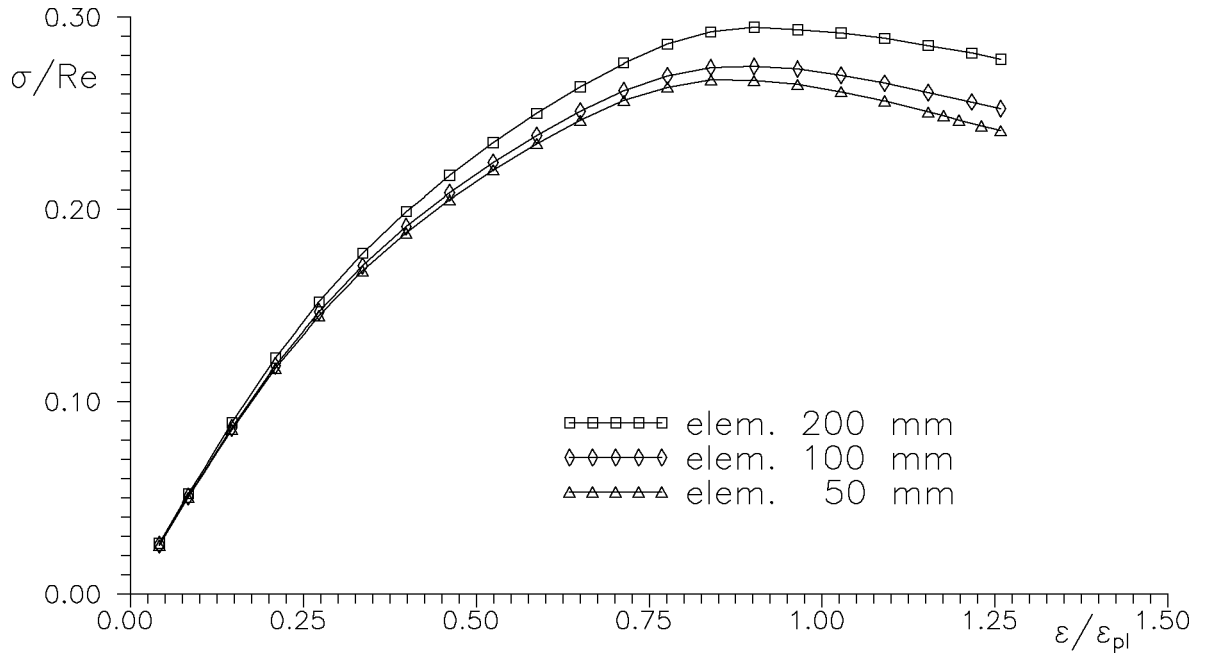
Największe deformacje występują w polach z otworami; największe naprężenia zredukowane są w polach z otworami, wzdłuż krótszych krawędzi pól; największe odkształcenia plastyczne w stanie krytycznym pojawiają się na zaokrąglonych brzegach otworów, a w stanie pokrytecznym migrują ku krótszym krawędziom tych pól.

Nośność graniczna była następująca:

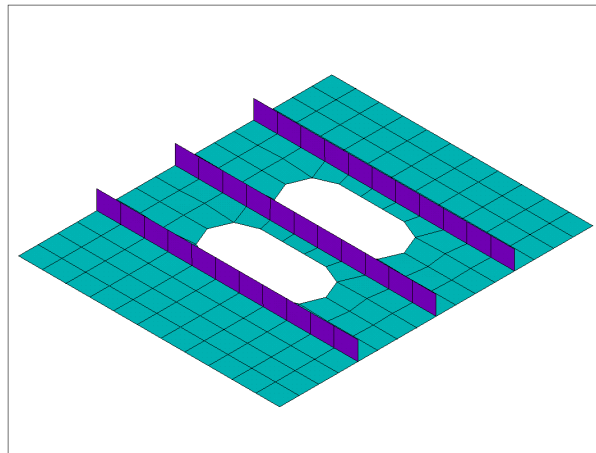
d [mm]	200	100	50
σ_{gr} [MPa]	92.8	86.6	84.2

i różnica pomiędzy d=100 i d=50 wynosi ok. 2.9%. Przebieg krzywych σ - ϵ przedstawionych na rysunku 126 też wskazuje, że elementy o wielkości 50 mm i 100 mm prowadzą do zbliżonych rezultatów, natomiast krzywa $d = 200$ mm daje wyraźnie wyższe wartości.

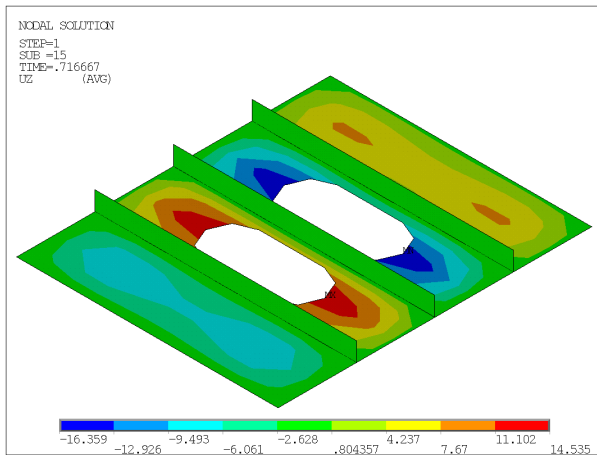
Podsumowując, można stwierdzić, że różnice w wynikach nośności granicznej uzyskiwanych dla podziału na elementy o wielkościach 50 mm i 100 mm są na tyle nieduże, że dla uzyskania krótkich czasów obliczeń można stosować podział na elementy o wielkości $d = 100$ mm. Trzeba pamiętać, że wielkość elementów jest powiązana z odstępem usztywnień: na tej długości powinny być minimum 4 elementy, a zalecane jest min. 6.



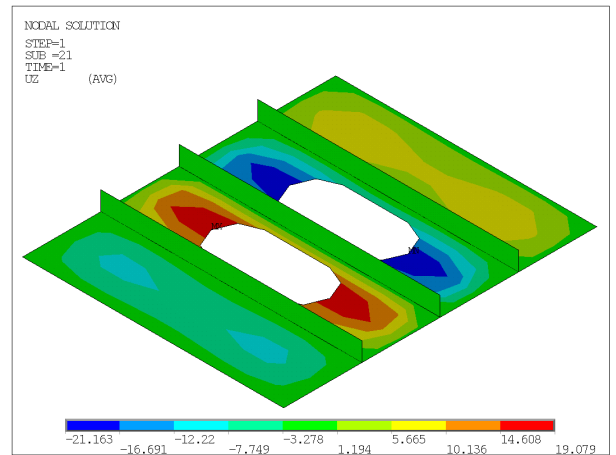
Rysunek 126: Wiązar usztywniony poprzecznie, otwór 1000x450



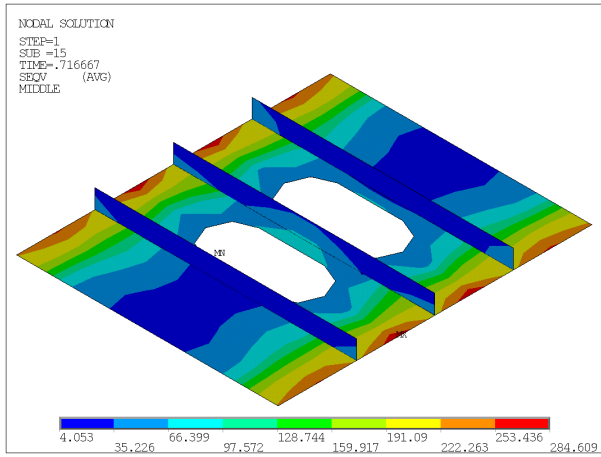
Rysunek 127: d=200



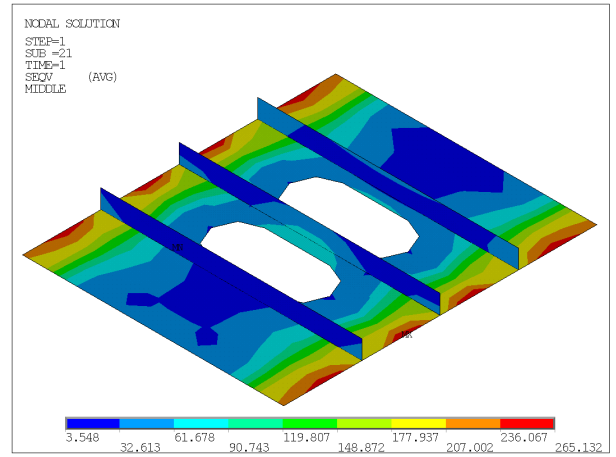
Rysunek 128: d=200



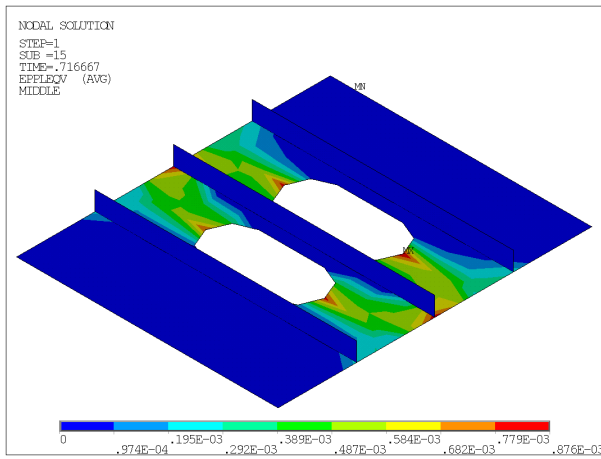
Rysunek 129: d=200



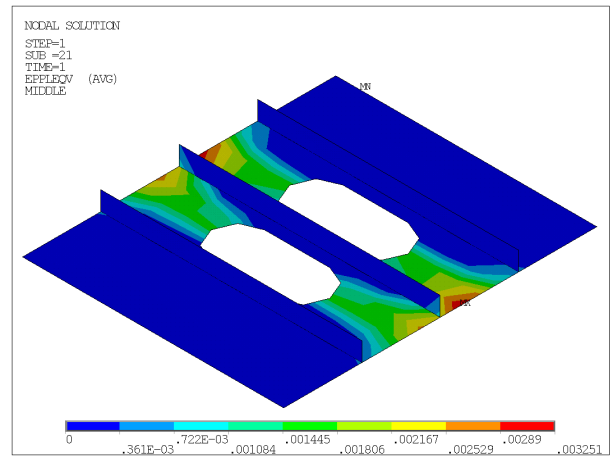
Rysunek 130: d=200



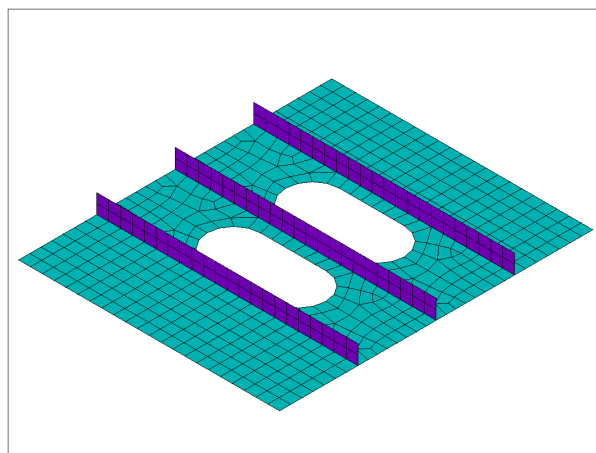
Rysunek 131: d=200



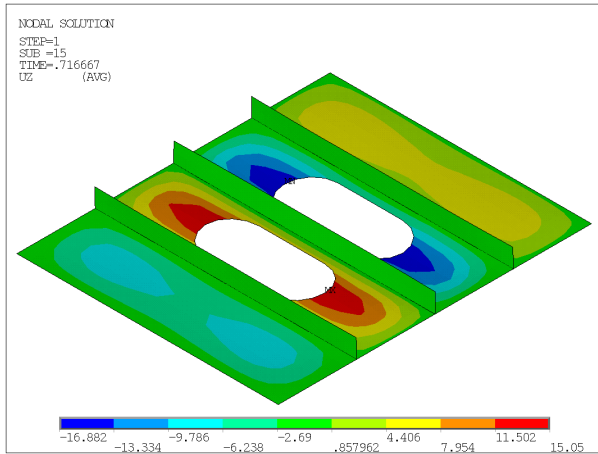
Rysunek 132: d=200



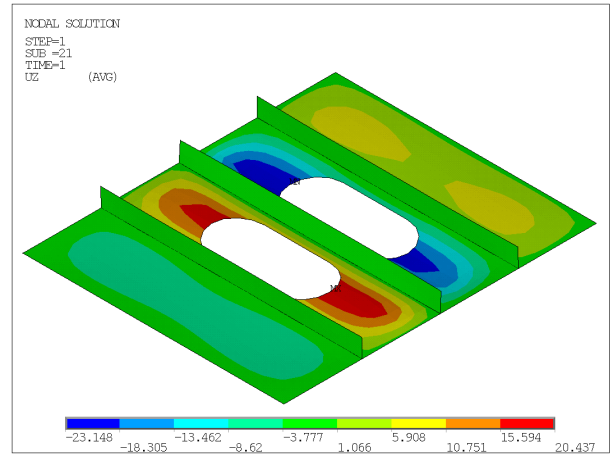
Rysunek 133: d=200



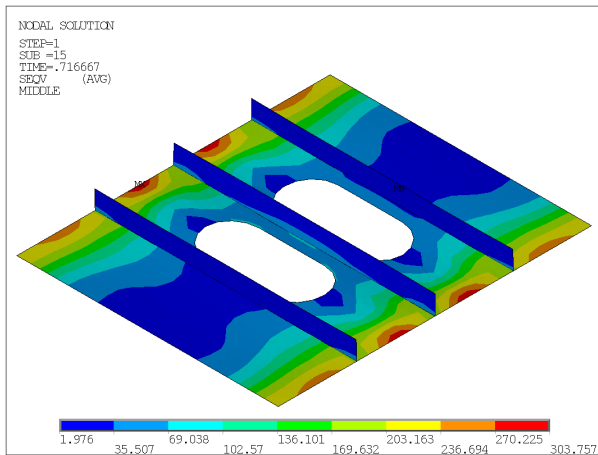
Rysunek 134: d=100



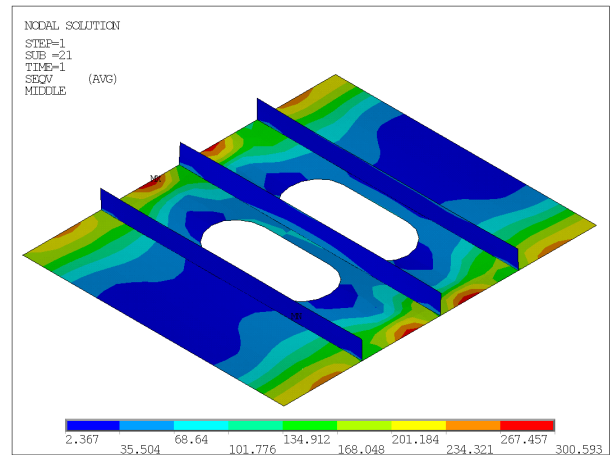
Rysunek 135: d=100



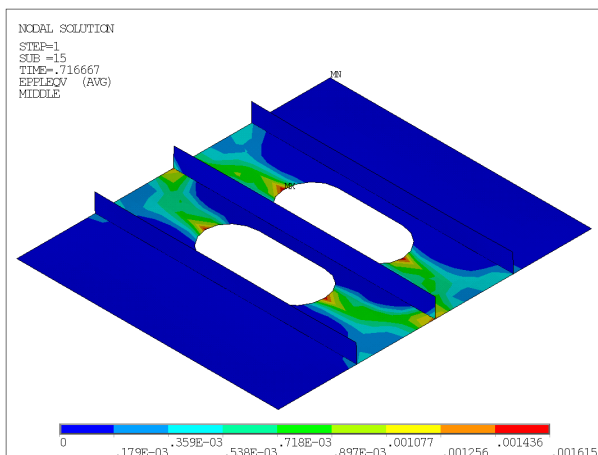
Rysunek 136: d=100



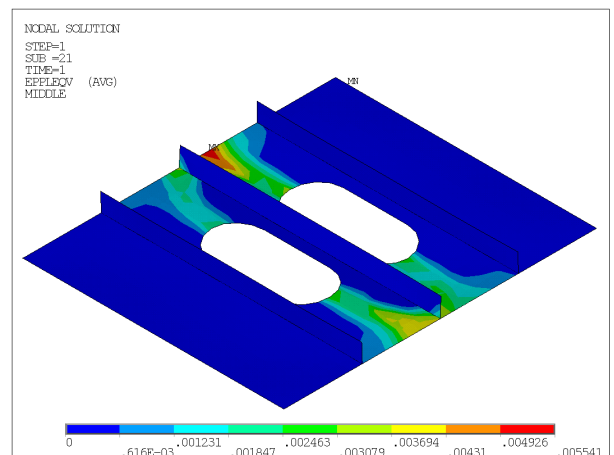
Rysunek 137: d=100



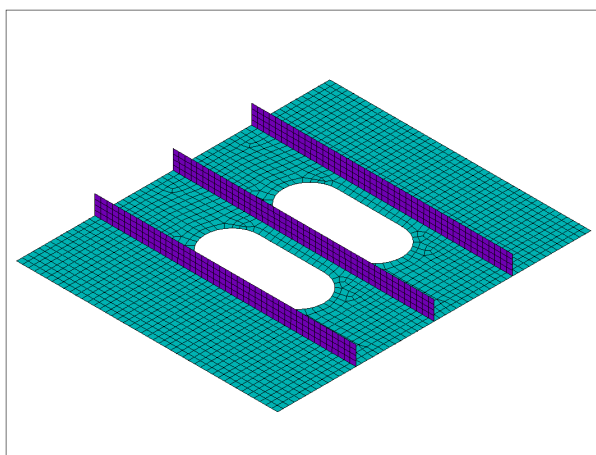
Rysunek 138: d=100



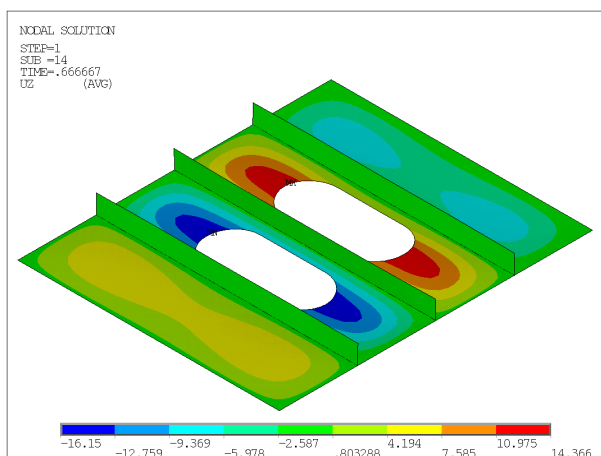
Rysunek 139: d=100



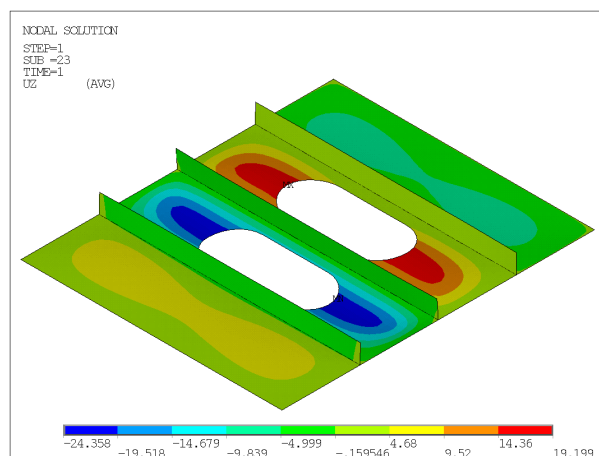
Rysunek 140: d=100



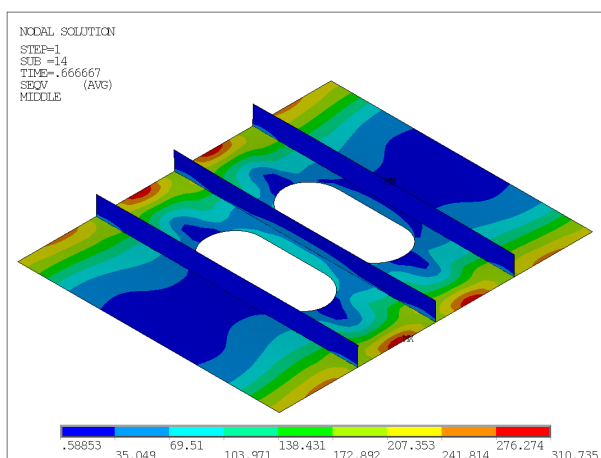
Rysunek 141: $d=50$



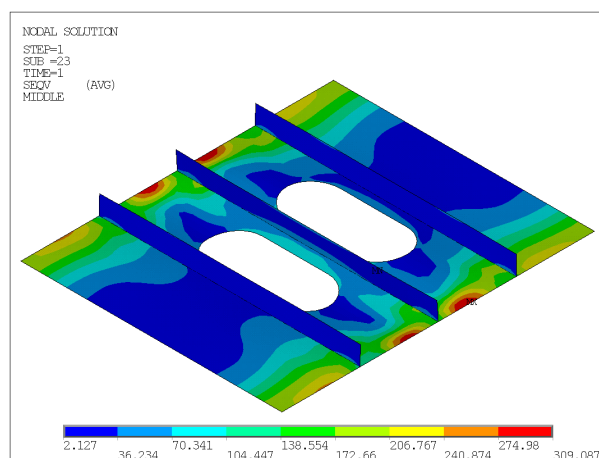
Rysunek 142: $d=50$



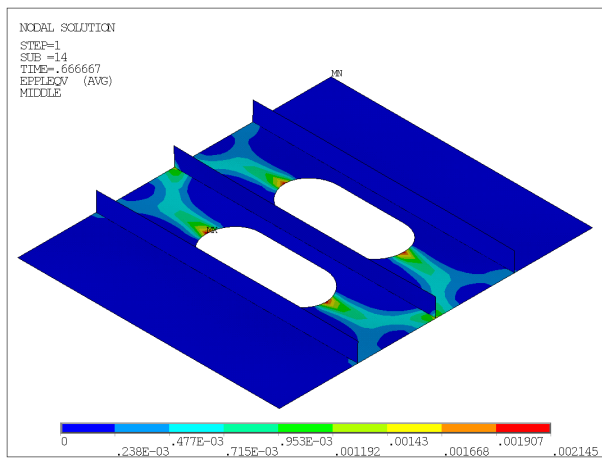
Rysunek 143: $d=50$



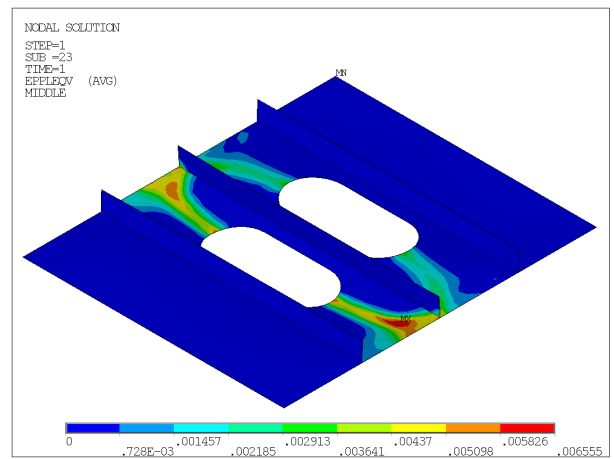
Rysunek 144: $d=50$



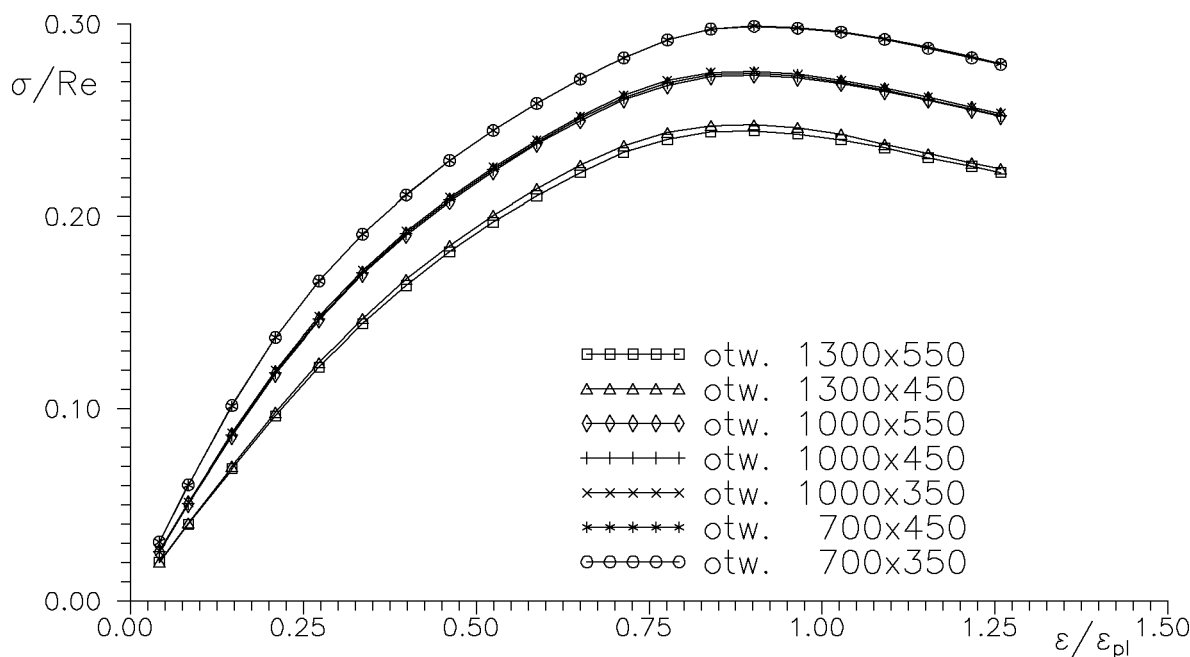
Rysunek 145: $d=50$



Rysunek 146: d=50



Rysunek 147: d=50



Rysunek 148: Wiązara usztywniony poprzecznie, $d=100$

3.2.3 Badanie wpływu wielkości i orientacji otworów na nośność wiązara

Obliczenia wykonano przy podziale na elementy o wielkości $d = 100$ mm, uzyskując następujące wartości nośności granicznej w [MPa]:

b_o	a_o		
	700	1000	1300
350	94.2	86.7	
450	94.2	86.4	78.0
550		86.2	77.0

a_o – długość otworu, [mm]
 b_o – szerokość otworu, [mm]

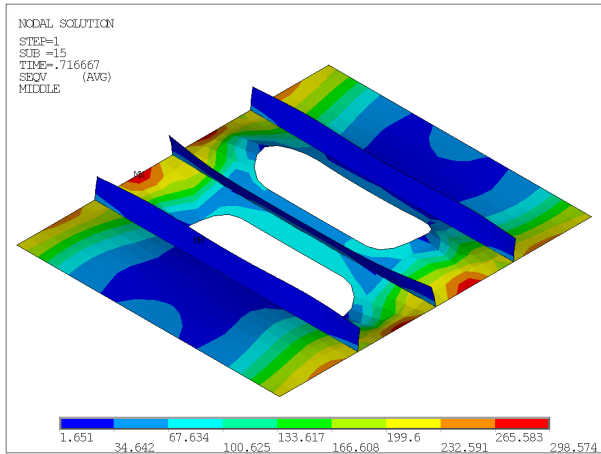
Widać w niej, że: (a) ze wzrostem wielkości otworu nośność graniczna maleje – przy zwiększeniu pola otworu o czynnik 3, nośność maleje o czynnik 1.22; (b) największy wpływ na nośność ma długość otworu – dla otworów o stałej szerokości, przy zwiększeniu długości otworu o czynnik 1.86, nośność zmalała o czynnik 1.2, natomiast szerokość otworu wydaje się nie mieć wpływu na nośność graniczną.

Powyższe obserwacje znajdują potwierdzenie na wykresach σ – ε (Rys. 148), gdzie wykresy dla otworów o stałej szerokości praktycznie nakładają się na siebie.

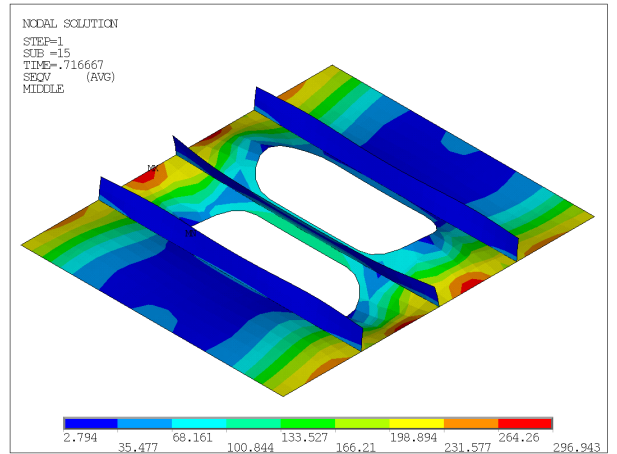
Tarczowe naprężenia zredukowane uzyskane dla stanu nośności granicznej są przedstawione na rysunkach 151–154. Widać na nich, że wyniki są jakościowo bardzo podobne, a różnią się tylko maksymalnymi wartościami.

3.2.4 Podsumowanie

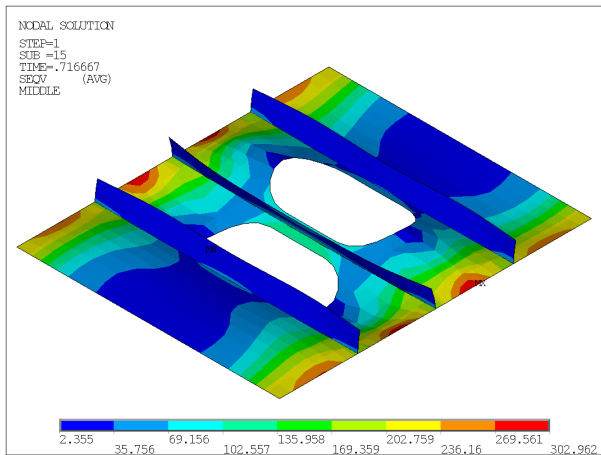
Modelując wiązary wzdlużne z poprzecznymi otworami w środkach, wystarczający jest podział na elementy o boku $d = 100$ mm, bo pozwala zadowalająco dokładnie odwzorować kształt otwo-



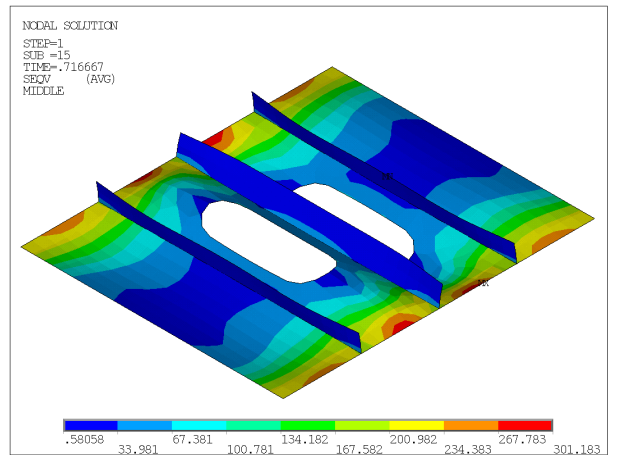
Rysunek 149: otwór 1300x550



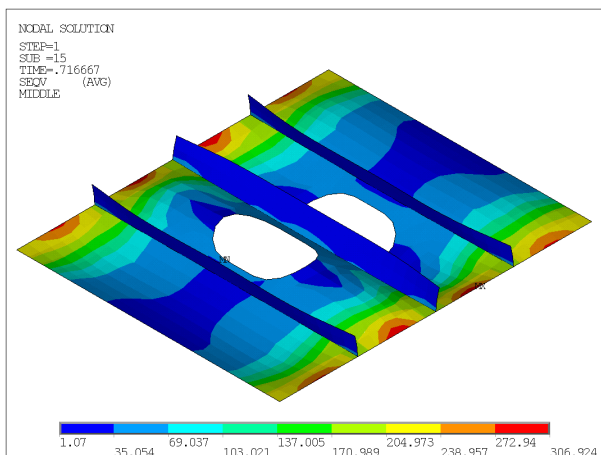
Rysunek 150: otwór 1300x450



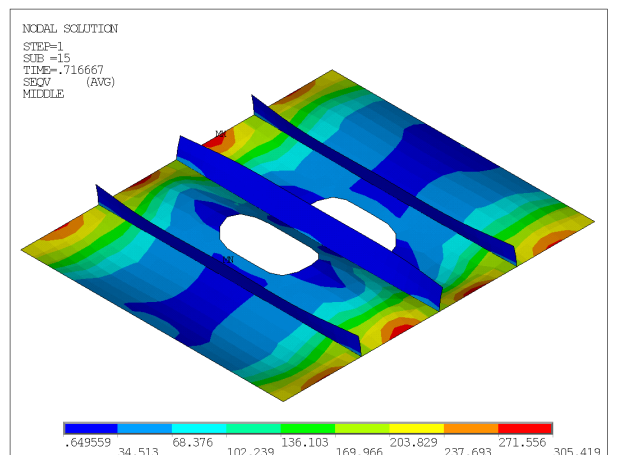
Rysunek 151: otwór 1000x550



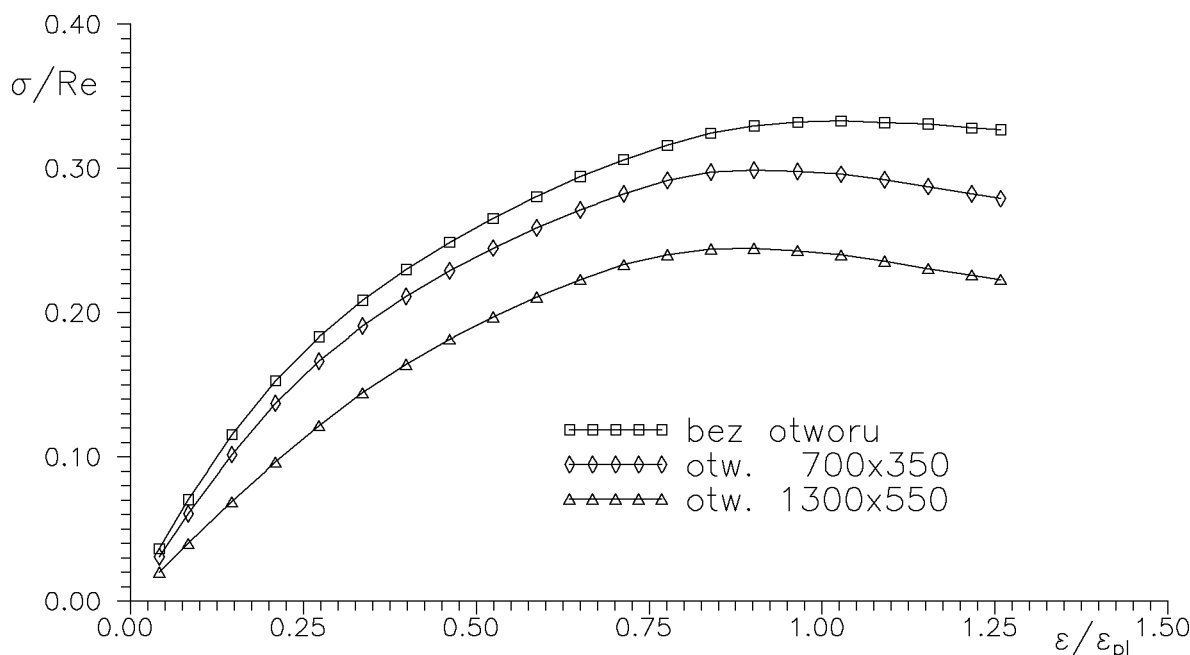
Rysunek 152: otwór 1000x350



Rysunek 153: otwór 700x450



Rysunek 154: otwór 700x350



Rysunek 155: Wiązar usztywniony poprzecznie, $d=100$

rów typu „stadion” oraz jest wystarczającym podziałem ze względu na „falową” postać deformacji o długości półfali rzędu 400–600 mm (odstęp usztywnień).

Zestawienie wyników nośności granicznej wiązara bez otworów oraz z otworami małym i dużym (Rys. 155) pokazuje, że mały otwór zmniejsza nośność o 10%, natomiast duży o 27%. Chwila osiągnięcia stanu maksymalnej nośności jest zbliżona: dla wiązara bez otworu jest to $1.0\epsilon_{pl}$, natomiast z otworem – $0.9\epsilon_{pl}$.

4 Analiza wrażliwości oceny nośności na niesymetrię usztywnień wzdłużnych

Usztywnienia „blach” konstrukcji kadłuba statku pełnią dwie zasadnicze role:

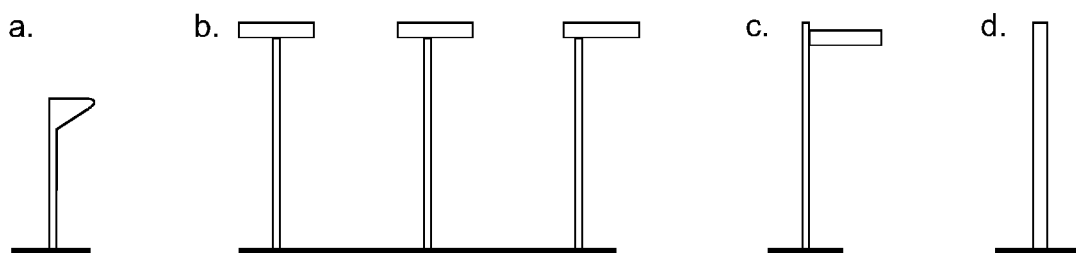
- pomagają w przeniesieniu obciążenia poprzecznego,
- zwiększają odporność na utratę stateczności wywołowaną naprężeniami tarczowymi.

Zasadniczym przeznaczeniem ciągłych, wzdłużnych usztywnień płatów poszycia i środków wiązarów wzdłużnych jest przenoszenie obciążeń poprzecznych; oczywiście, poprawiają również stateczność usztywnianych blach, ale niejako „dodatkowo”.

Ciągłe usztywnienia wzdłużne przenoszą obciążenia poprzeczne (ciśnienia przekazywane z blach, skutki wzajemnego przemieszczenia wiązarów prostopadłych) oraz siły podłużne generowane zgięciem i skręcaniem ogólnym kadłuba statku oraz zginaniem wiązarów równoległych. Wymiary usztywnień dobierane są z wykorzystaniem formuł przepisowych, np. [7], według następujących kryteriów:

a. wytrzymałościowych:

- wskaźnik wytrzymałości na zginanie (obciążenia poprzeczne),
- pole przekroju środka (obciążenia poprzeczne),
- pole przekroju całkowitego (siły podłużne);



Rysunek 156: Typy usztywnień

b. statecznościowych:

- moment bezwładności zginania (stateczność usztywnienia, stateczność poszycia – siły podłużne),
- moment bezwładności skręcania, wycinkowy moment bezwładności (stateczność usztywnienia – obciążenia poprzeczne, siły podłużne).

W konstrukcji kałubów statków morskich stosowane są zasadniczo cztery typy konstrukcyjne usztywnień:

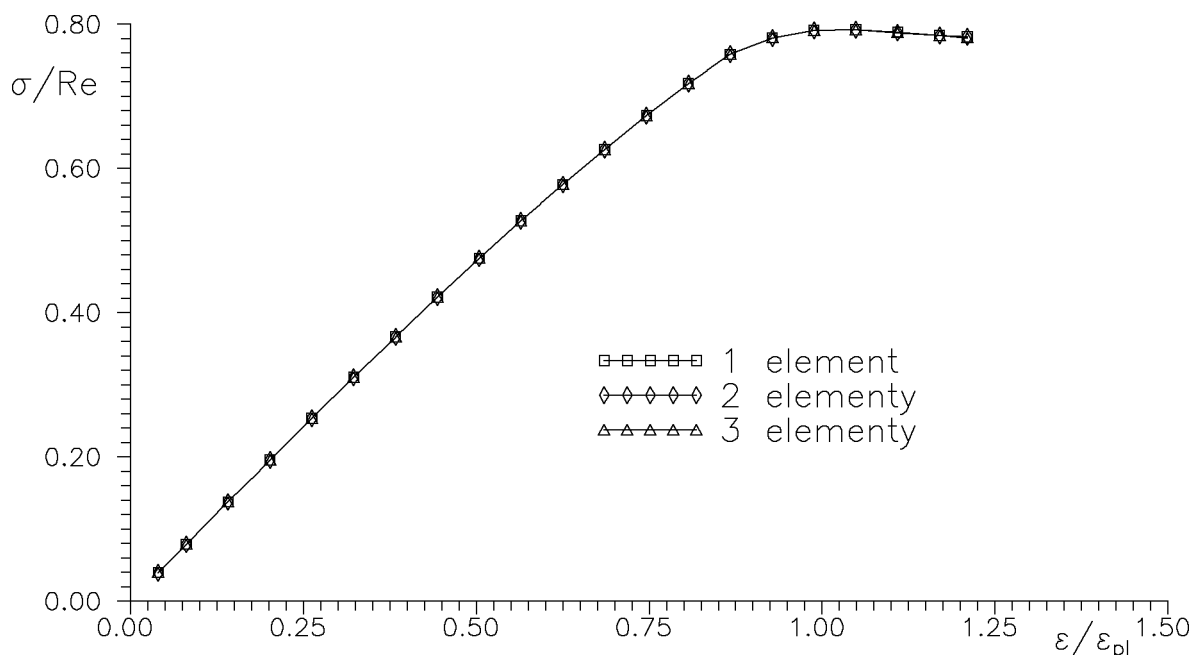
- płaskowniki łebkowe (Rys. 156a), stosowane najczęściej, a zasadniczo zawsze, gdy jest dostępny właściwy asortyment hutniczy;
- teowniki prefabrykowane (Rys. 156b), stosowane wtedy, gdy płaskownik łebkowe są „za małe”; w tych usztywnieniach środek jest „dostawiony” do mocnika, a mocnik może być różnie położony względem środka: symetrycznie, „lecko” niesymetrycznie i „mocno” niesymetrycznie („prawie kątownik”) w zależności od wymagań eksploatacyjnych i utrudnień sprawianych przy montażu;
- kątowniki prefabrykowane (Rys. 156c), o mocniku „dostawionym” do środka możliwie blisko jego krawędzi;
- płaskowniki (Rys. 156d), występujące wtedy, gdy wymagania wynikające z zapewnienia odpowiednio dużych charakterystyk zginania kadłuba statku sprawiają, że użyte w tym celu „grube i wysokie” płaskowniki spełniają również lokalne kryteria wytrzymałościowe i statecznościowe.

Podstawowe przepisy (np. [7]) w zakresie obliczeń wytrzymałościowych nie rozróżniają symetrycznych i niesymetrycznych form przekroju poprzecznego usztywnień, a wszystkie obliczenia wykonywane są tak, jakby oś obojętna zginania była równoległa do poszycia.

Rozróżnienie pojawia się dopiero na etapie sprawdzania trwałości zmęczeniowej (np. [5]), gdy przy liczeniu naprężeń wywołanych działaniem obciążeń poprzecznych należy zastosować „poprawki” związane z niesymetrycznymi mocnikami. Kształtowniki walcowane (np. płaskowniki łebkowe) są wówczas zamieniane na równoważne teowniki niesymetryczne.

Wykonując analizę nośności granicznej według metodyki CSR [4], symetryczne i niesymetryczne usztywnienia są traktowane jednakowo: są zamieniane na symetryczne dwuteowniki, tak przy ocenie giętych jak i skrętnych postaci utraty stateczności i towarzyszących im form zniszczenia.

Wrażliwość oceny nośności granicznej na niesymetrię przekroju poprzecznego ciągłych usztywnień wzdłużnych będzie oceniana przez porównanie z wynikami uzyskanymi w rozdziale 2, dla usztywnień wysokich.



Rysunek 157: Teownik symetryczny, wpływ podziału mocnika

Najpierw zostanie sprawdzone, czy na wyniki ma wpływ gęstość podziału mocnika na elementy skończone. Zostanie to zrobione dla teownika symetrycznego i „skrajnie niesymetrycznego”; w tym drugim przypadku należy również, przynajmniej „punktowo”, przetestować wpływ liczby segmentów.

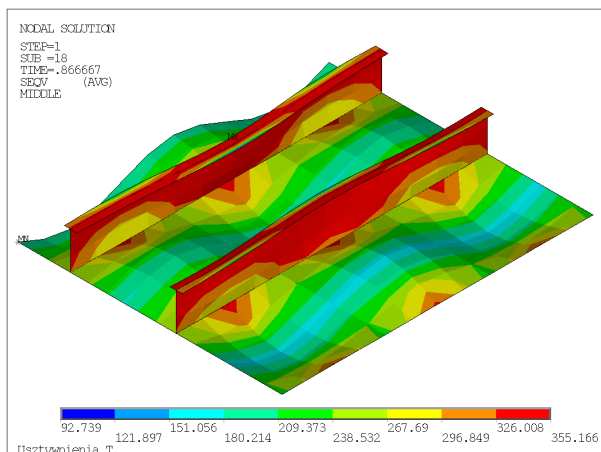
Następnie, przy wybranych sposobach podziału na elementy skończone, będzie bardziej systematycznie sprawdzony wpływ niesymetrii położenia mocnika na parametry oceny nośności granicznej. Ze względu na to, że będzie wykorzystywany „symetryczny” model panelu, zostaną rozpatrzone dwa warianty skierowania szerszych części mocnika: w stronę płaszczyzny symetrii i w kierunku przeciwnym.

4.1 Testowanie wpływu gęstości podziału mocnika usztywnienia na elementy skończone wzdłuż jego szerokości na ocenę nośności

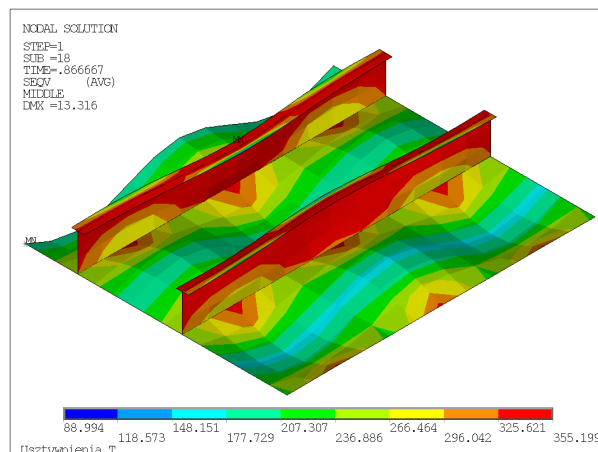
Spodziewano się, że niesymetryczne położenie mocnika względem środka, przy równoczesnym ścisaniu wzdłużnym i zginaniu tarczowym wywoływany zginaniem poprzecznym środka, zintensyfikuje zgięcie tarczowe mocnika. Wobec tego, aby dokładniej odwzorować tarczową pracę mocnika i zwiększyć precyzję wyznaczania zmienności naprężeń w mocniku na kierunku poprzecznym, sprawdzono, czy zwiększenie gęstości podziału na elementy skończone na tym kierunku, wpłynie na pracę konstrukcji oraz wizualizację wyników.

Obliczenia wykonane dla teownika symetrycznego przy podziale na dwa i trzy elementy na połowie szerokości mocnika usztywnienia, nie wykazują żadnych różnic w stosunku do podziału minimalnego – w każdym przypadku nośność wynosi 282.2 MPa. Przebieg krzywych σ - ε (Rys. 157) również jest identyczny.

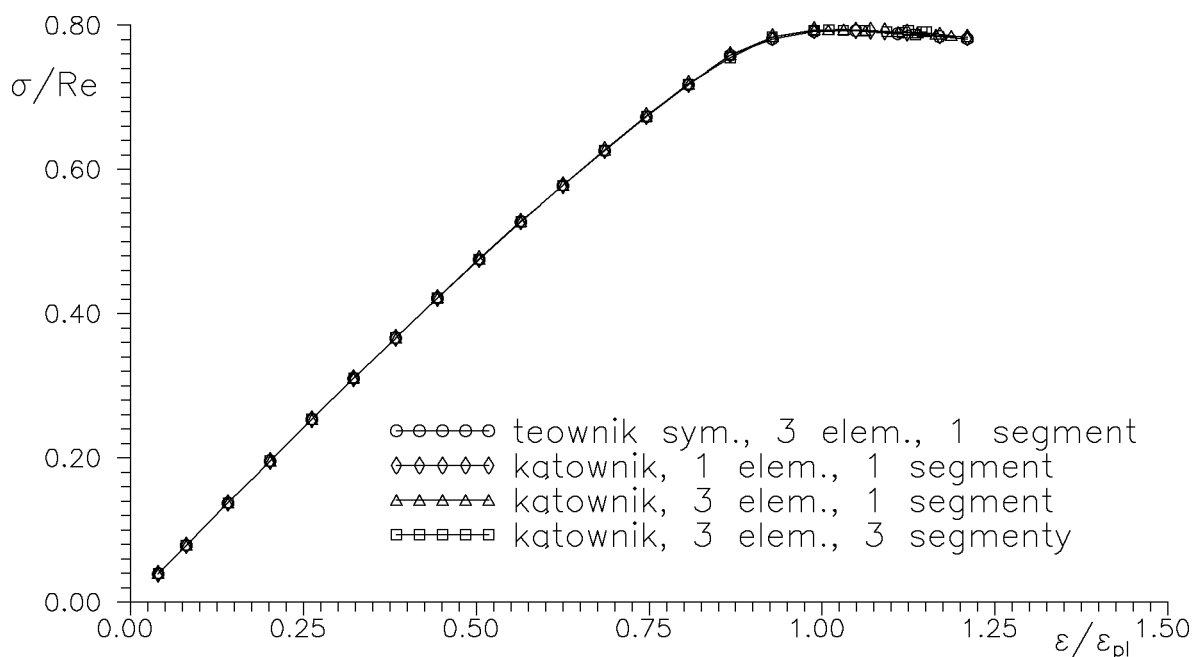
Mapy naprężeń zredukowanych, zamieszczone na rysunkach 158 i 159 nie wykazują zauważalnych różnic wizualnych, a zakres wartości liczbowych jest prawie identyczny. Porównanie ich z mapą naprężeń zredukowanych uzyskanych dla podziału minimalnego (Rys. 10) wykazuje różnice zarówno



Rysunek 158: teownik, 2 elem.



Rysunek 159: teownik, 3 elem.

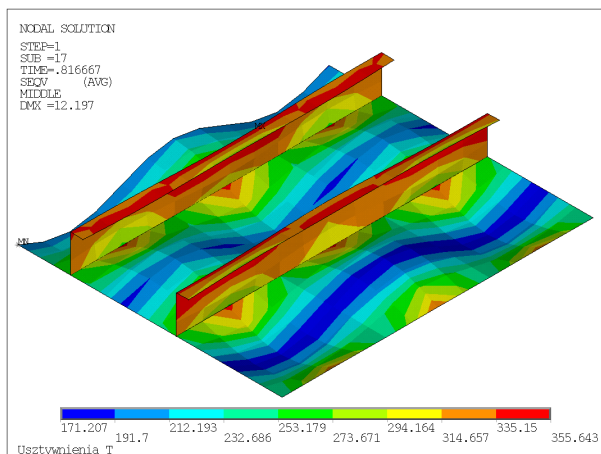


Rysunek 160: Kątownik, wpływ podziału mocnika

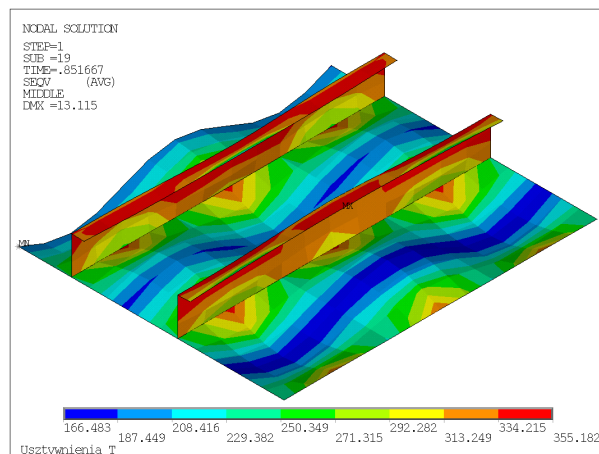
w położeniu rejonu o maksymalnym wyężeniu (pole środkowe – pole skrajne) jak i wielkości maksymalnych naprężzeń (355.2 MPa – 365.3 MPa). Jest to spowodowane tym, że maksymalne wartości zredukowanych naprężzeń tarczowych występują w mocnikach usztywnień, na ich brzegu, więc jeden element skończony na połowie szerokości mocnika (czyli „wysokości belki zginanej”) to zbyt mało, przy postaci funkcji kształtu elementu Shell43, aby precyzyjnie określić wyężenie. Dwa elementy i więcej prowadzą już do identycznych wyników.

Wyniki uzyskane dla kątownika będącego „najbardziej niesymetrycznym teownikiem”, nie wykazują zauważalnych różnic w przebiegu krzywych σ – ε (Rys. 160) zarówno między sobą, jak i w zestawieniu z symetrycznym teownikiem, a wartości nośności granicznej wzrosły maksymalnie o 0.2%. Obliczenia wykonano dla jednego segmentu, przy podziale mocnika na jeden i trzy rzędy elementów po szerokości, oraz dla trzech segmentów i podziału na 3 rzędy elementów.

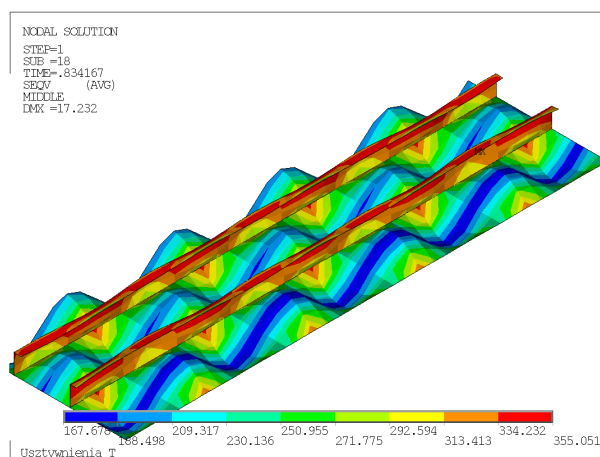
Mapy naprężzeń zredukowanych wykonane dla modelu jednosegmentowego (rysunki 161 i 162 wy-



Rysunek 161: kątownik, 1 elem.



Rysunek 162: kątownik, 3 elem.

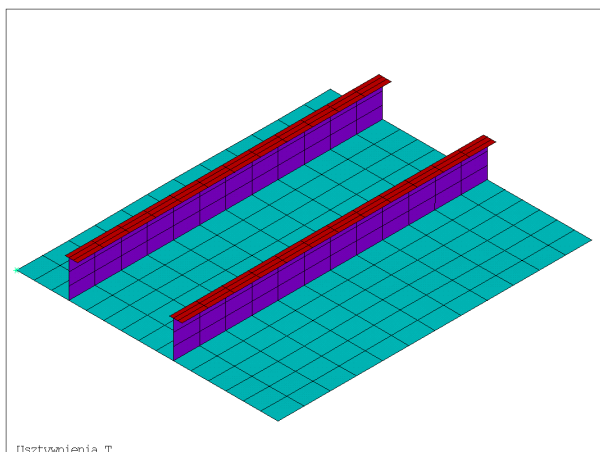


Rysunek 163: kątownik, 3 elem., 3 segmenty

kazują pewne różnice co do miejsca położenia rejonu maksymalnie wyężonego (połączenie środka z mocnikiem usztywnienia dalszego od linii wiązara – krawędź mocnika usztywnienia bliższego), ale wartości liczbowe są prawie identyczne. Jest to spowodowane dużym gradientem naprężeń na szerokości mocnika usztywnienia „dalszego”, więc jego odwzorowanie nie tylko funkcjami kształtu, jak jest to w przypadku pojedynczego elementu, pozwoliło na lepszy opis pracy konstrukcji. Maksymalne deformacje różnią się o ok. 1 mm, co zapewne zostało spowodowane lepszym odzorowaniem zginania tarczowego mocnika przy jego podziale na trzy rzędy elementów po szerokości.

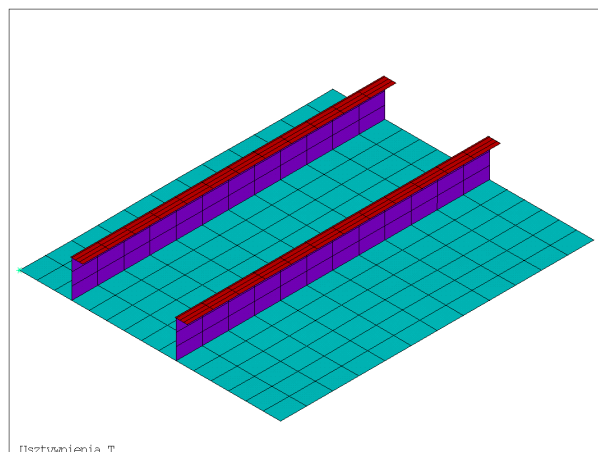
Model trzysegmentowy (Rys. 163) nie wykazuje widocznych różnic w naprężeniach zredukowanych w stosunku do odpowiedniego modelu jednosegmentowego, natomiast deformacje maksymalne wzrosły zdecydowanie, bo o ok. 4 mm, czyli 25%. Mogło to być spowodowane lepszym odwzorowaniem giętych form deformacji mocnika na granicach między segmentem środkowym a segmentami skrajnymi (przypomnijmy, że na brzegach modelu mocniki są utwierdzone na zginanie tarczowe).

Podsumowując można stwierdzić, że podział mocnika usztywnienia po szerokości na dwa rzędy elementów, dokładnie odwzorowuje globalne i lokalne własności wytrzymałościowe panelu. Podział minimalny, czyli tylko jeden rząd elementów, jest wystarczający do dokładnego odwzorowania nośności granicznej ściskanego panelu. Jest to niezależne od symetrycznej bądź niesymetrycznej postaci usztywnienia, a również liczba segmentów (jeden bądź trzy) nie wpływa na wartość nośności.



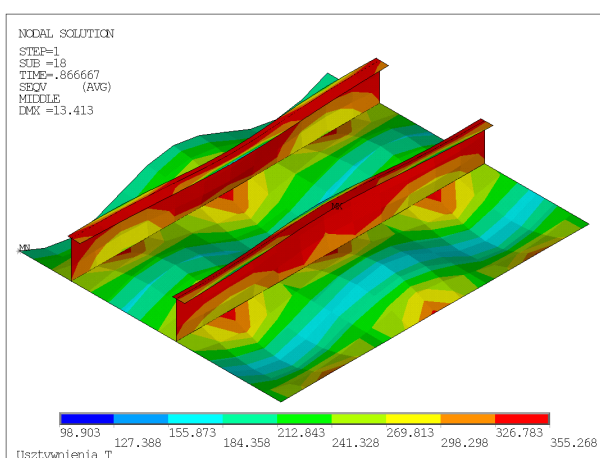
Usztywnienia T

Rysunek 164: mocnik 30+70



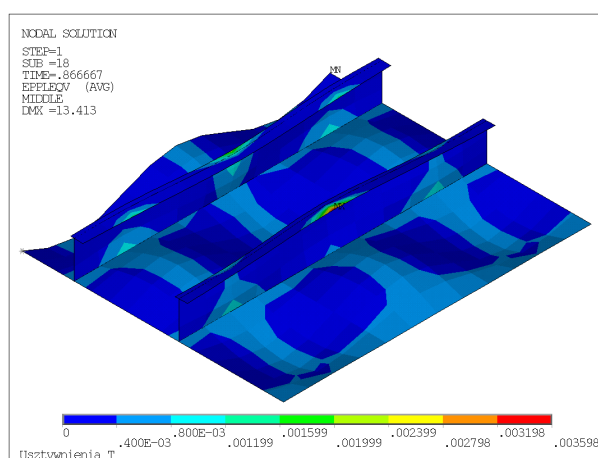
Usztywnienia T

Rysunek 165: mocnik 10+90



Usztywnienia T

Rysunek 166: mocnik 30+70, „prawy”



Usztywnienia T

Rysunek 167: mocnik 30+70, „prawy”

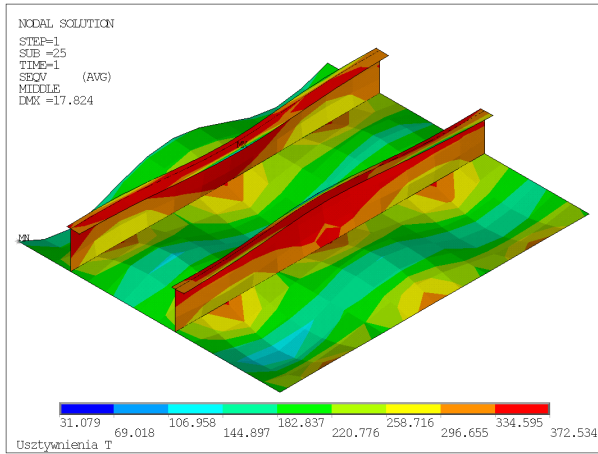
4.2 Badanie wpływu wielkości niesymetrii (od symetrycznego teownika do kątownika) na nośność usztywnionego panelu

Obliczenia dla symetrycznego dwuteownika zostały już wykonane w rozdziale 2, więc obecnie skupimy się na niesymetrycznych formach teownika T 300×9+100×13:

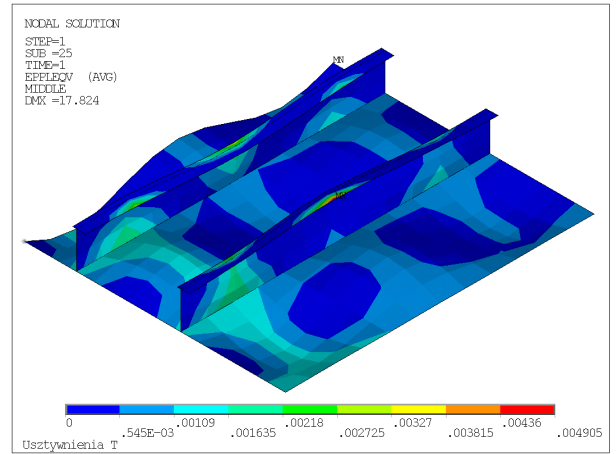
- „umiarkowanej niesymetrycznej”, gdy średnik dzieli mocnik na części 30+70 mm (zostanie zastosowany podział na 1+2 rzędy elementów na szerokości mocnika) – rysunek 164;
- „skrajnie niesymetrycznej”, gdy średnik dzieli mocnik na części 10+90 mm (zostanie zastosowany podział na 1+3 rzędy elementów na szerokości mocnika) – rysunek 165.

Rozpatrywany będzie wyłącznie model jednosegmentowy, z warunkami mocowania środków usztywnień realizowanymi poleceniem CERIG.

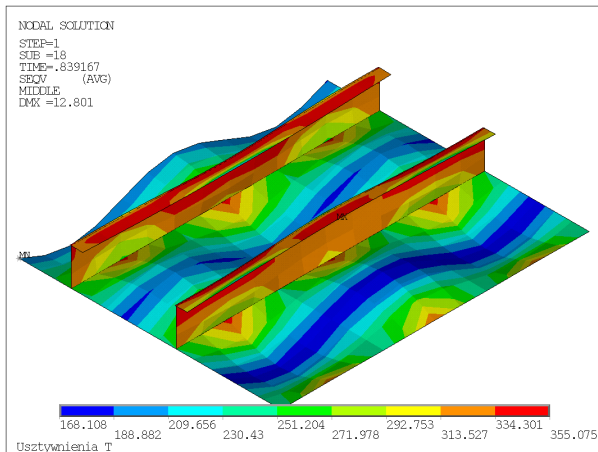
Wariant „do wiązarów” (prawy) oznacza model, gdy szersza część mocnika jest skierowana ku linii wiązara. Na rysunkach 166 i 167 oraz 168 i 169 zostały przedstawione mapy naprężeń zredukowanych i odkształceń plastycznych dla, odpowiednio, stanu o maksymalnej nośności i stanu pokrytycznego, uzyskane dla mocnika 30+70 mm. Analogiczne wyniki, dla mocnika 10+90 mm są przedstawione na rysunkach 170 i 171 oraz 172 i 173.



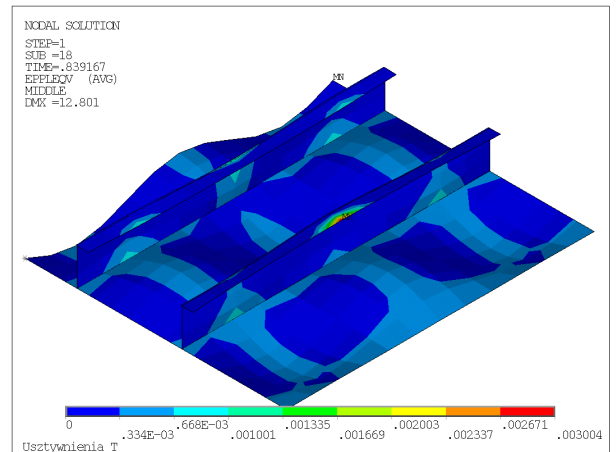
Rysunek 168: mocnik 30+70, „prawy”



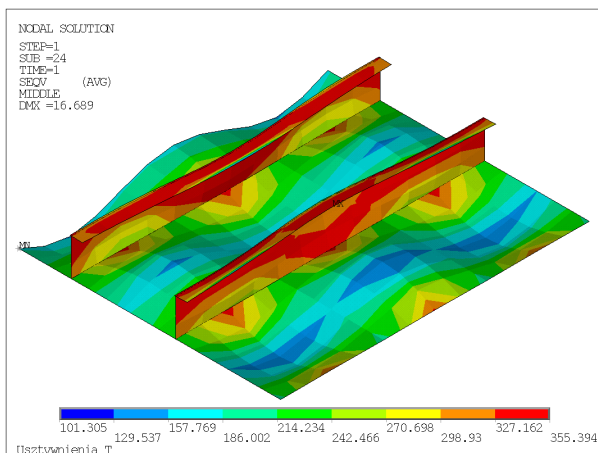
Rysunek 169: mocnik 30+70, „prawy”



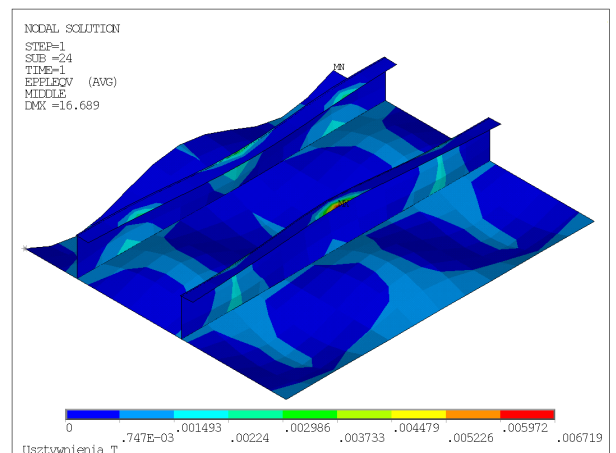
Rysunek 170: mocnik 10+90, „prawy”



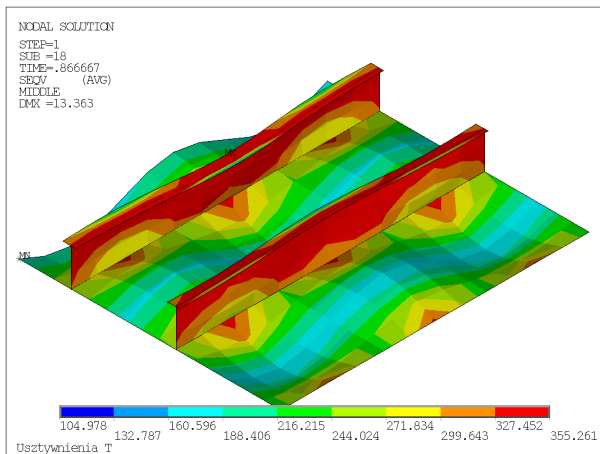
Rysunek 171: mocnik 10+90, „prawy”



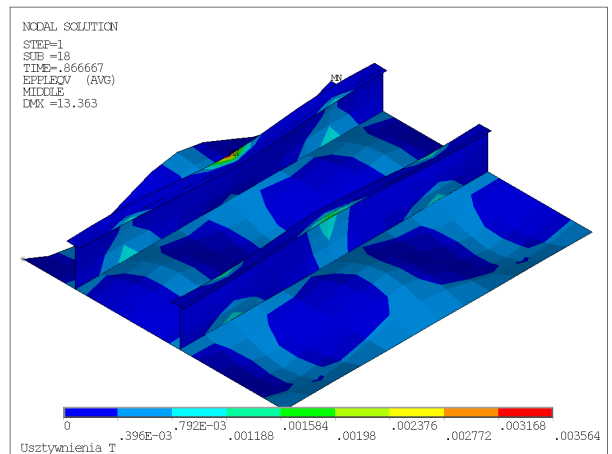
Rysunek 172: mocnik 10+90, „prawy”



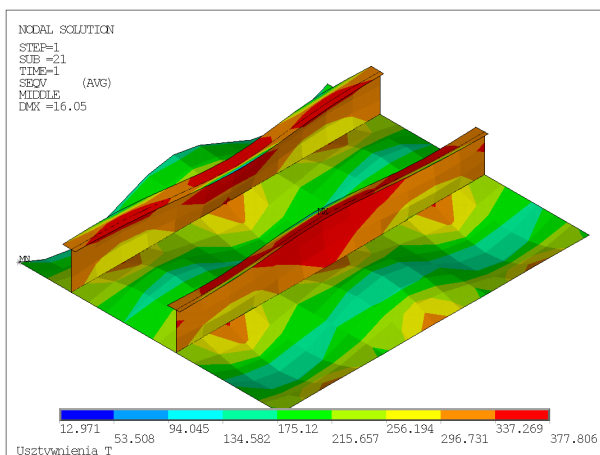
Rysunek 173: mocnik 10+90, „prawy”



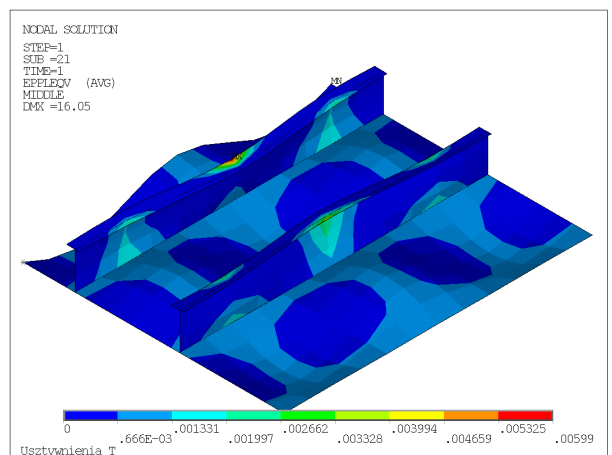
Rysunek 174: mocnik 30+70, „lewy”



Rysunek 175: mocnik 30+70, „lewy”

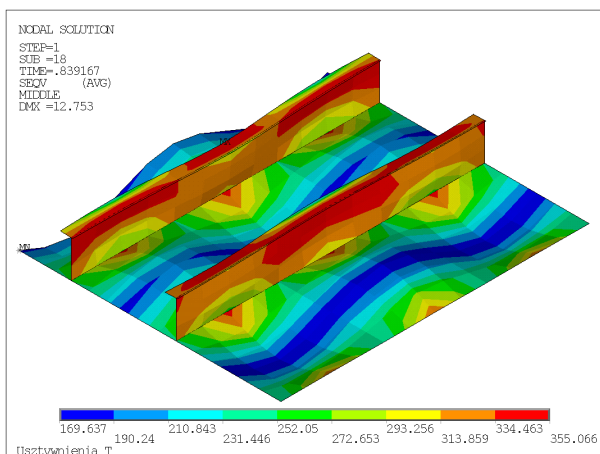


Rysunek 176: mocnik 30+70, „lewy”

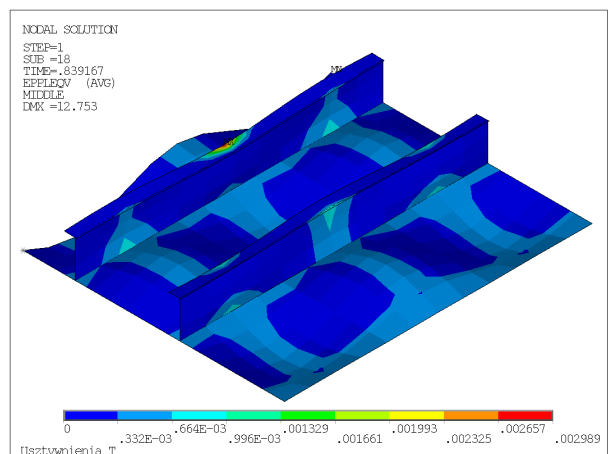


Rysunek 177: mocnik 30+70, „lewy”

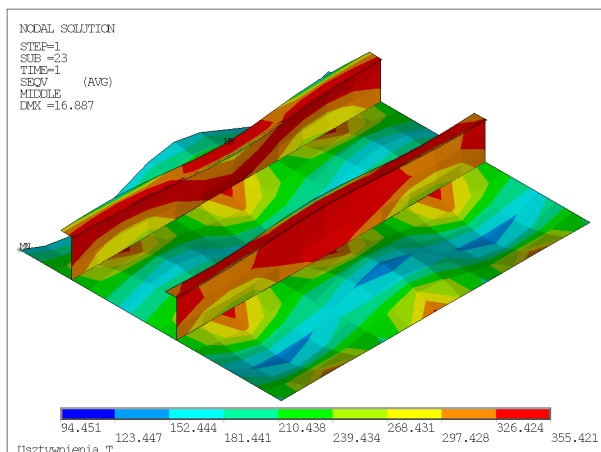
Różnice jakościowe są jedynie drobne (np. położenie rejonu najbardziej wyężonego), natomiast wartości maksymalnych odkształceń plastycznych różnią się o ok. 20–25%. Wartości nośności granicznej dla obydwóch wariantów mocnika są prawie identyczne i równe uzyskanym dla teownika symetrycznego.



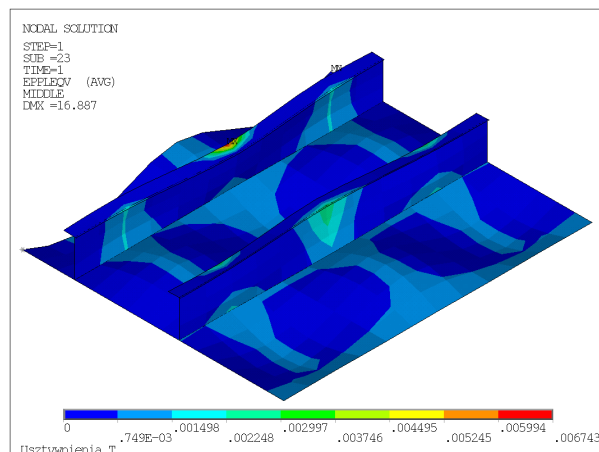
Rysunek 178: mocnik 10+90, „lewy”



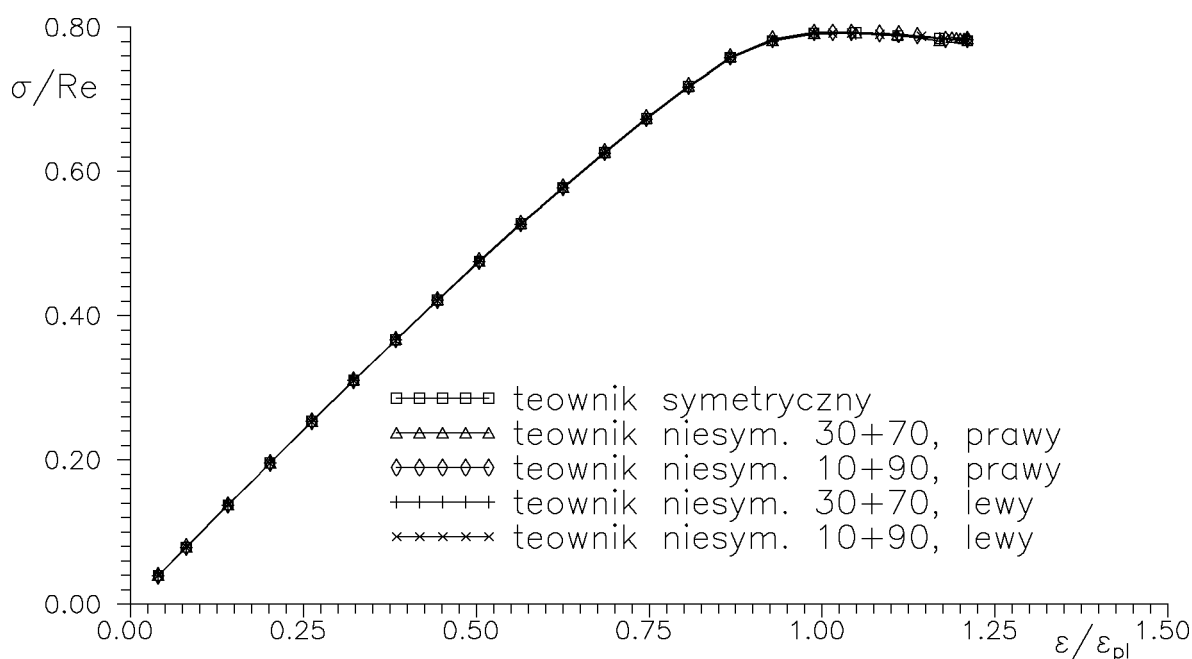
Rysunek 179: mocnik 10+90, „lewy”



Rysunek 180: mocnik 10+90, „lewy”



Rysunek 181: mocnik 10+90, „lewy”



Rysunek 182: Niesymetryczne teowniki

Wariant „od wiązarów” (lewy) opisuje model, gdy szersza część mocnika jest skierowana od linii wiązara. Mapy naprężeń zredukowanych i odkształceń plastycznych dla, odpowiednio, stanu o maksymalnej nośności i stanu pokrytycznego, wyznaczone dla mocnika 30+70 mm, zostały przedstawione na rysunkach 174–175 oraz 176–177. Dla mocnika 10+90 mm wyniki te są przedstawione na rysunkach 178–179 i 180–181.

Obrazy naprężeń zredukowanych i odkształceń plastycznych nie różnią się od wariantu poprzedniego, a wartości nośności granicznej dla obydwóch konfiguracji mocnika są identyczne i równe uzyskanym dla teownika symetrycznego (i minimalnie niższe, niż dla wariantu „do wiązarów”).

Podsumowując należy stwierdzić, że niesymetria ciągłych usztywnień wzdłużnych nie ma wpływu na nośność graniczną ściskanego panelu z typowymi, wysokimi usztywnieniami o szerokości równej 1/3 wysokości środników i polu przekroju równym połowie pola przekroju środników.

Widoczne są różnice w szczegółach pracy konstrukcji, przejawiające się między innymi w odmiennych polach naprężeń zredukowanych i odkształceń plastycznych, ale krzywe σ – ϵ (Rys. 182) są

prawie identyczne.

5 Podsumowanie

Niepełne odwzorowanie warunków brzegowych oraz postaci konstrukcji, jak również zgrubny podział na elementy skończone, mogą prowadzić do zawyżonej oceny nośności granicznej zginanego kadłuba statku. Mimo tego, do stosowania takich uproszczeń skłania długi czas obliczeń MES wykonywanych dla konstrukcji, której fragmenty ulegają uplastycznieniu i utracie stateczności.

Po przeprowadzeniu wybranych analiz, w zakresie sformułowanym w temacie pracy, dla wydzielonych fragmentów konstrukcji typowego masowca 150000 DWT, można sformułować następujące wnioski:

1. Wpływ niezapewnienia możliwości swobodnych przemieszczeń węzłów środnika ciągłych usztywnień w płaszczyźnie zginania tarczowego, na nośność graniczną panelu, zależy od „proporcji” między wielkością usztywnień i parametrami podpieranego poszycia:
 - (a) jeśli sztywność usztywnień jest większa od krytycznej, tzn. poszycie traci stateczność między usztywnieniami, to wpływ ten jest pomijalny;
 - (b) jeśli sztywność usztywnień jest mniejsza od krytycznej, tzn. poszycie traci stateczność wraz z usztywnieniami w formie giętej, to zastosowanie modelu jednosegmentowego prowadzi do przeszacowania nośności o ok. 20% w stosunku do modelu pięciosegmentowego, natomiast różnica pomiędzy modelami 3- i 5-segmentowymi wynosi tylko 3%.

Wobec tego, jeśli paneli „słabo usztywnionych” jest niewiele w stosunku do całości konstrukcji, to racjonalnym wydaje się stosowanie modeli jednosegmentowych.
2. Spełnienie warunku zgodności przesunięć poszycia i środników ciągłych usztywnień wzdłużnych na granicach segmentów może być zrealizowane zarówno za pomocą więzów wewnętrznych (*Multipoint Constraints*) jak i wykorzystując dodatkowe „płyty poprzeczne”.
3. Jeśli mniejszy z wymiarów otworów w środnikach wiązarów nie jest mniejszy od 360 mm, to wystarczający dla osiągnięcia wiarygodnej oceny nośności granicznej jest podział na elementy powłokowe o boku 100 mm.
4. Otwory typu „stadion” w środnikach wiązarów wzdłużnych prowadzą do obniżenia nośności granicznej usztywnionego panelu środnika wiązara:
 - (a) przy wzdłużnym usztywnieniu i wzdłużnym otworze o szerokości 1/3 wysokości wiązara – o ok. 25–30%;
 - (b) przy poprzecznym usztywnieniu i poprzecznych otworach o wysokości rzędu 1/2 wysokości wiązara – o ok. 20%;
 - (c) w przypadku otworów małych, nieprzekraczających 1/5 wysokości wiązara – o ok. 10%.
5. Wpływ niesymetrii ciągłych usztywnień wzdłużnych o sztywności większej od krytycznej, na nośność graniczną paneli, jest pomijalnie mały.

Literatura

- [1] M. Taczała: Metody obliczeniowe stateczności i nośności granicznej konstrukcji kadłuba okrętowego. Wydawnictwo Uczelniane Politechniki Szczecińskiej, 2008.
- [2] J. K. Paik, A. K. Thayamballi: Ultimate Limit State Design of Steel–Plated Structures. Wiley, 2003.
- [3] W. Puch: Analiza nośności granicznej uźebrowanych paneli poszycia przy zgięciu wzdłużnym kadłuba. Praca Badawcza nr 01/08/DS, Wydział Oceanotechniki i Okrętownictwa, Politechnika Gdańska, 2008.
- [4] Common Structural Rules for Bulk Carriers. International Association of Classification Societies, 2006.
- [5] Common Structural Rules for Double Hull Oil Tankers. International Association of Classification Societies, 2006.
- [6] M. Bogdaniuk, T. Dobrosielski, W. Puch: Nośność graniczna kadłuba masowca/kontenerowca przy eksploatacyjnym, awaryjnym obciążeniu dna. Opracowanie nr 87/97, Wydział Oceanotechniki i Okrętownictwa, Politechnika Gdańska, 1997.
- [7] Przepisy Klasyfikacji i Budowy Statków Morskich, część II – Kadłub. Polski Rejestr Statków, Gdańsk, 1996.

A Pliki danych dla analizy nośności granicznej w programie ANSYS

A.1 Obliczanie nośności granicznej

Jest to moduł wspólny dla wszystkich poniższych plików danych.

```
!!/eof

!! statecznosc
/solu
antype, static
pstres, on
nlgeom, off
time, 1e-3
d, n_, Ux, -1e-2*Ux_pl
solve
finish

!!/eof

/post1
rsys, 0
shell, mid
/vup,, z
/triad, off
*get, Rx_, node, n_, Rf, Fx
*vwrite, Rx_
('Rx_buckle= ', e12.4)
nsel, all
finish

/solu
antype, buckle
bucopt, subsp, 1
solve
finish

/solu
expass, on
mxpand, 1
solve
finish

/post1
set, first
*get, mltp_, ACTIVE, 0, SET, FREQ
*cfopen, stf_stat, dat
```

```

*vwrite, -Rx_, mltp_, -Rx_*mltp_
(' Rx= ', e12.4, ' mltp= ', e12.4, ' Rx_cr= ', e12.4)
*cfclos
finish

!!/eof

*if, is_ng, eq, 1, then
/post1
ux_=0
set, first
*get, nc_, node,, num, max
*do, i_, 1, nc_
*if, nsel(i_), eq, 1, then
*get, u_, node, i_, U, SUM
u_=ABS(u_)
*if, u_, GT, ux_, then
    ux_=u_
*endif
*endif
*enddo
*vwrite, ux_
('u_x= ', e12.4)
finish

/solu
antype, static
nlgeom, on
time, 1

upcoord, f_/ux_

d, n_, Ux, -1.2*Ux_pl

outres, all, all

autots, on
nsubst, 30, 200, 20
solve

finish

/post1
shell, mid
*get, ns_, active, 0, set, nset
set, first
*cfopen, Qgr, txt
*do, i_, 1, ns_

```

```

*get, Ux_, node, n_, U, x
*get, Rx_, node, n_, Rf, Fx
*vwrite, i_, -Ux_, -Rx_
(f6.0,2x,e12.4,2x,e12.4)
set, next
*enddo
*cfclos
finish
*endif

```

A.2 Panel z ciągłymi usztywnieniami wzdłużnymi

Model opisany poniższymi danymi był wykorzystywany w analizach opisanych w rozdziałach 2 i 4.

```

!! usztywnienia T, definiowana liczba przesel
!! [mm], [N]

/filnam, m02
/title, Usztywnienia T

/prep7

is_ng=1 !! 1=nosnosc graniczna, 0=tylko statecznosc
moc_u=2 !! 1=CERIG, 2=plyty poprzeczne

ac_=1 !! liczba przesel
a_=2550 !! odl. dennikow
b_=850 !! odstep usztywnien
hu_=300 !! wys. usztywnienia
!hu_=50 !! wys. usztywnienia
bu1_=50 !! szer. mocnika z jednej strony
!bu1_=10 !! szer. mocnika z jednej strony
!bu1_=20 !! szer. mocnika z jednej strony
bu2_=50 !!                drugiej strony
!bu2_=90 !!                drugiej strony
!bu2_=20 !!                drugiej strony
tp_=16.5 !! grubosc poszycia
ts_=9 !! grubosc srodnika
!ts_=6 !! grubosc srodnika
tm_=13 !! grubosc mocnika
!tm_=8 !! grubosc mocnika
tpp_=9 !! grubosc plyt poprzecznych
f_=tp_/4 !! wstepne ugiecie
E_=2.06e5
Re_=355.0

y1_=0.5*b_
y2_=1.5*b_

```

```

y3_=2.5*b_

*do, i_, 0, ac_
x_=a_*i_
k,, x_, 0, 0
k,, x_, y1_, 0
k,, x_, y1_, hu_
k,, x_, y1_-bu1_, hu_
k,, x_, y1_+bu2_, hu_
k,, x_, y2_, 0
k,, x_, y2_, hu_
k,, x_, y2_-bu1_, hu_
k,, x_, y2_+bu2_, hu_
k,, x_, y3_, 0
*enddo

!! linie dla danego X
!! arg1=numer przekroju (od 0)
*create, lnx_
ar10=10*arg1
1, ar10+1, ar10+2
1, ar10+2, ar10+6
1, ar10+6, ar10+10
1, ar10+2, ar10+3
1, ar10+6, ar10+7
1, ar10+4, ar10+3
1, ar10+3, ar10+5
1, ar10+8, ar10+7
1, ar10+7, ar10+9
*end

*use, lnx_, 0
*do, i_, 1, ac_
i1_=10*(i_-1)
i2_=10*i_
1, i1_+1, i2_+1
1, i1_+2, i2_+2
1, i1_+6, i2_+6
1, i1_+10, i2_+10
1, i1_+4, i2_+4
1, i1_+3, i2_+3
1, i1_+5, i2_+5
1, i1_+8, i2_+8
1, i1_+7, i2_+7
1, i1_+9, i2_+9
*use, lnx_, i_
*enddo

```

```

*do, i_, 1, ac_
i1_=19*(i_-1) !! linie z lewej
i2_=19*(i_-1)+19 !! linie z prawej
i3_=19*(i_-1)+9 !! linie na kier. x
al, i3_+1, i2_+1, i3_+2, i1_+1 !! poszycie
al, i3_+2, i2_+2, i3_+3, i1_+2
al, i3_+3, i2_+3, i3_+4, i1_+3
al, i3_+2, i2_+4, i3_+6, i1_+4 !! srodniki
al, i3_+3, i2_+5, i3_+9, i1_+5
al, i3_+5, i2_+6, i3_+6, i1_+6 !! mocniki
al, i3_+6, i2_+7, i3_+7, i1_+7
al, i3_+8, i2_+8, i3_+9, i1_+8
al, i3_+9, i2_+9, i3_+10, i1_+9
*enddo

```

```

*if, moc_u, eq, 2, then
k_c=10*(ac_+1)
l_c=19*ac_+9
a_c=9*ac_
*do, i_, 0, ac_
x_=a_*i_
k,, x_, 0, hu_
k,, x_, y3_, hu_
i1_=10*i_ !! punkty stare
i2_=k_c+2*i_ !! punkty dodane
l, i2_+1, i1_+3
l, i1_+3, i1_+7
l, i1_+7, i2_+2
l, i1_+1, i2_+1
l, i1_+10, i2_+2
i1_=19*i_ !! linie stare
i2_=l_c+5*i_
al, i1_+1, i1_+4, i2_+1, i2_+4
al, i1_+2, i1_+5, i2_+2, i1_+4
al, i1_+3, i2_+5, i2_+3, i1_+5
*enddo
l_c1=l_c+(ac_+1)*5
a_c1=a_c+(ac_+1)*3
*endif

```

```

*do, i_, 0, ac_
i1_=i_*19
lssel, s, line,, i1_+1 !! poszycie
lesize, all,,, 3
lssel, s, line,, i1_+2, i1_+3
lesize, all,,, 6
lssel, s, line,, i1_+4, i1_+5 !! srodniki
lesize, all,,, 3

```

```

lssel, s, line,, i1_+6, i1_+9 !! mocniki, podzial identyczny
lesize, all,,, 1
!lssel, s, line,, i1_+6, i1_+8, 2 !! mocnik z prawej
!lesize, all,,, 1
!lssel, s, line,, i1_+7, i1_+9, 2 !! mocnik z lewej
!lesize, all,,, 3
*enddo
*if, moc_u, eq, 2, then
*do, i_, 0, ac_
i1_=l_c+5*i_
lssel, s, line,, i1_+1 !! rownolegle do do poszycia
lesize, all,,, 3
lssel, s, line,, i1_+2, i1_+3
lesize, all,,, 6
lssel, s, line,, i1_+4, i1_+5 !! rownolegle do srodnikow
lesize, all,,, 3
*enddo
*endif
lssel, none
*do, i_, 1, ac_
i1_=19*(i_-1)
lssel, a, line,, i1_+10, i1_+19
*enddo
lesize, all,,, 12 !! na kierunku Y
lssel, all

*if, is_ng, eq, 1, then
mptemp, 1, 0.0
mp, Ex, 1, E_
mp, NUxy, 1, 0.3
tb, BKIN, 1, 1
tbtemp, 0.0
tbdata, 1, Re_, 1e2 !! Yield stress (Re), Tangent modulus
et, 1, shell43
*else
mptemp, 1, 0.0
mp, Ex, 1, E_
mp, NUxy, 1, 0.3
et, 1, shell63
*endif
r, 1, tp_
r, 2, ts_
r, 3, tm_
r, 4, tpp_

*do, i_, 1, ac_
i1_=9*(i_-1)
asel, s, area,, i1_+1, i1_+3

```

```

aatt, 1, 1, 1 !! mat, real, et
asel, s, area,, i1_+4, i1_+5
aatt, 1, 2, 1
asel, s, area,, i1_+6, i1_+9
aatt, 1, 3, 1
*enddo
*if, moc_u, eq, 2, then
asel, s, area,, a_c+1, a_c1
aatt, 1, 4, 1
*endif
asel, all

eshape, 2
amesh, all
nummrg, node

*if, is_ng, eq, 1, then
!! tylko srodkowy segment plastyczny
!et, 2, shell63
!i1_=ac_/2 $ i2_=NINT(i1_-0.1)
!asel, u, area,, 9*i2_+1, 9*i2_+9
!esla, s
!emodif, all, TYPE, 2
!asel, all
!esel, all
*endif

dcum, add
*do, i_, 0, ac_
i1_=i_*19
lsel, s, line,, i1_+1, i1_+3
nsl1, s, 1
d, all, Uz,,,,, ROTx
*enddo
nsel, s, loc, y, 0
d, all, Uy,,,,, ROTx, ROTz
nsel, s, loc, y, y3_
d, all, Uz

!! srodniki usztywnien jako CERIG
*if, moc_u, eq, 1, then
*do, i_, 0, ac_
i1_=i_*19
lsel, s, line,, i1_+4
nsl1, s, 1
n_=NODE(i_*a_,y1_,0)
cerig, n_, all, Uy
lsel, s, line,, i1_+5

```



```

nsl1, s, 1
n_ = NODE(i_*a_, y1_, 0)
cerig, n_, all, Uy
*enddo
*endif

!nsl, s, loc, x, 0
lsl, s, line,, 1, 9 !! tylko wezly poszycia i usztywnien
*if, moc_u, eq, 2, then
lsl, a, line,, l_c+5 !! linia wiazara wzdluznego
*endif
nsl1, s, 1
!!nsl, s, loc, x, 0.5*a_ !! srodek lewego segmentu
d, all, Ux
!!d, all, ROTy !! utwierdzenie lewego konca
nsl, all
*get, n_, NODE,, NUM, MAX $ n_ = n_ + 1
xn_ = ac_*a_
!!xn_ = (ac_-0.5)*a_ !! srodek prawego segmentu
et, 11, mass21,,, 2
r, 11, 0
n, n_, xn_, 0, 0
type, 11
real, 11
e, n_
!!nsl, s, loc, x, xn_
i1_ = 19*ac_
lsl, s, line,, i1_+1, i1_+9 !! tylko wezly poszycia i usztywnien
*if, moc_u, eq, 2, then
lsl, a, line,, l_c1 !! linia wiazara wzdluznego
*endif
nsl1, s, 1
!!d, all, ROTy !! utwierdzenie prawego konca
nsl, a, node,, n_
cerig, n_, all, Ux
d, n_, ROTz,,,,, ROTy, Uy, Uz, ROTx

lsl, all
nsl, all

Ux_pl = Re_/E_*ac_*a_

save
finish

```

A.3 Wzdłużnik usztywniony wzdłużnie

Modele poniższe były wykorzystywane do przeprowadzenia obliczeń opisanych w rozdziale 3.

A.3.1 Bez otworów

```
!! usztywnienia poziome
!! [mm], [N], [MPa]

/filnam, bia

/prep7

is_ng=1 !! 1=nosnosc graniczna

a_=2550 !! dlugosc segmentu
b_=2200 !! wysokosc wiazara
bu_=200 !! szerokosc usztywnienia
du_=700 !! odstep usztywnien
tp_=12 !! grubosc wiazara
tu_=12 !! grubosc usztywnienia
f_=tp_/4 !! wstepne ugiecie
Re_=315.0
E_=2.06e5

x1_=a_/2
y1_=du_/2
y2_=b_/2
z1_=bu_

x_=-x1_
k, 1, x_, -y2_, 0
k,, x_, -y1_, 0
k,, x_, y1_, 0
k,, x_, y2_, 0
k,, x_, -y1_, -z1_
k,, x_, -y1_, z1_
k,, x_, y1_, -z1_
k,, x_, y1_, z1_
x_=x1_
k,, x_, -y2_, 0
k,, x_, -y1_, 0
k,, x_, y1_, 0
k,, x_, y2_, 0
k,, x_, -y1_, -z1_
k,, x_, -y1_, z1_
k,, x_, y1_, -z1_
k,, x_, y1_, z1_

1, 1, 9
1, 2, 10
1, 3, 11
```

```
1, 4, 12
1, 5, 13
1, 6, 14
1, 7, 15
1, 8, 16
```

```
1, 1, 2
1, 9, 10
1, 2, 3
1, 10, 11
1, 3, 4
1, 11, 12
```

```
1, 5, 2
1, 13, 10
1, 2, 6
1, 10, 14
1, 7, 3
1, 15, 11
1, 3, 8
1, 11, 16
```

```
al, 1, 10, 2, 9
al, 2, 12, 3, 11
al, 3, 14, 4, 13
```

```
!al, 5, 16, 2, 15
!al, 7, 20, 3, 19
al, 2, 18, 6, 17
al, 3, 22, 8, 21
```

```
*if, is_ng, eq, 1, then
mp, temp, 1, 0.0
mp, Ex, 1, E_
mp, NUxy, 1, 0.3
tb, BKIN, 1, 1
tbtemp, 0.0
tbdata, 1, Re_, 1e2 !! Yield stress (Re), Tangent modulus
et, 1, shell43
*else
mp, Ex, 1, E_
mp, NUxy, 1, 0.3
et, 1, shell63
*endif
r, 1, tp_
r, 2, tu_

asel, s, area,, 1, 3
```

```

aatt, 1, 1, 1
asel, invert
aatt, 1, 2, 1
asel, all

!lsel, s, line,, 15, 22 !! usztywnienia
!lesize, all,, 1

esize, 100

amesh, all
nummrg, node

dcum, add
n_=Node(-x1_,-y2_,0)
d, n_, Uy
nsel, s, loc, x, -x1_
nsel, r, loc, z, 0
d, all, Uz,,,,, Ux
nsel, s, loc, y, -y2_
nsel, a, loc, y, y2_
d, all, Uz

nsel, s, loc, x, x1_
nsel, r, loc, z, 0
d, all, Uz
n_=NODE(x1_,y2_,0)
cerig, n_, all, Ux
d, n_, ROTz

nsel, all

Ux_pl=Re_/E_*a_

save
finish

```

A.3.2 Z otworem w środkowym polu

```

!! otwor poziomy
!! [mm], [N], [MPa]

/filnam, b1

/prep7

is_ng=1 !! 1=nosnosc graniczna

```

```

a_=2550 !! dlugosc segmentu
b_=2200 !! wysokosc wiazara
ao_=600 !! dlugosc otworu
bo_=400 !! szerokosc otworu
bu_=200 !! szerokosc usztywnienia
!!du_=bo_+40 !! odstep usztywnien
du_=700 !! odstep usztywnien
tp_=12 !! grubosc wiazara
tu_=12 !! grubosc usztywnienia
f_=tp_/4 !! wstepne ugiecie
Re_=315.0
E_=2.06e5

```

```

ro_=bo_/2
x3_=a_/2
x2_=ao_/2
x1_=x2_-ro_
y1_=ro_
y2_=du_/2
y3_=b_/2
z1_=bu_

```

```

x_=-x3_
k, 1, x_, -y3_, 0
k,, x_, -y2_, 0
k,, x_, 0, 0
k,, x_, y2_, 0
k,, x_, y3_, 0
k,, x_, -y2_, -z1_
k,, x_, -y2_, z1_
k,, x_, y2_, -z1_
k,, x_, y2_, z1_

```

```

x_=x3_
k,, x_, -y3_, 0
k,, x_, -y2_, 0
k,, x_, 0, 0
k,, x_, y2_, 0
k,, x_, y3_, 0
k,, x_, -y2_, -z1_
k,, x_, -y2_, z1_
k,, x_, y2_, -z1_
k,, x_, y2_, z1_

```

```

k,, -x2_, 0, 0
k,, -x1_, -y1_, 0
k,, -x1_, y1_, 0
k,, x2_, 0, 0
k,, x1_, -y1_, 0

```

k,, x1_, y1_, 0

1, 1, 10
1, 2, 11
1, 4, 13
1, 5, 14
1, 6, 15
1, 7, 16
1, 8, 17
1, 9, 18

1, 1, 2
1, 10, 11
1, 2, 3
1, 11, 12
1, 3, 4
1, 12, 13
1, 4, 5
1, 13, 14

1, 6, 2
1, 15, 11
1, 2, 7
1, 11, 16
1, 8, 4
1, 17, 13
1, 4, 9
1, 13, 18

1, 3, 19
1, 22, 12
1, 20, 23
1, 21, 24
larc, 19, 20, 21, ro_
larc, 19, 21, 20, ro_
larc, 23, 22, 24, ro_
larc, 22, 24, 23, ro_

al, 1, 10, 2, 9
al, 2, 12, 26, 31, 27, 29, 25, 11
al, 25, 30, 28, 32, 26, 14, 3, 13
al, 3, 16, 4, 15
!!al, 5, 18, 2, 17
!!al, 7, 22, 3, 21
al, 2, 20, 6, 19
al, 3, 24, 8, 23

*if, is_ng, eq, 1, then

```

mp, Ex, 1, E_
mp, NUxy, 1, 0.3
tb, BKIN, 1, 1
tbtemp, 0.0
tbdata, 1, Re_, 1e2 !! Yield stress (Re), Tangent modulus
et, 1, shell43
*else
mp, Ex, 1, E_
mp, NUxy, 1, 0.3
et, 1, shell63
*endif
r, 1, tp_
r, 2, tu_

asel, s, area,, 1, 4
aatt, 1, 1, 1
asel, invert
aatt, 1, 2, 1
asel, all

!l,sel, s, line,, 17, 24 !! usztywnienia
!lesize, all,,, 1

esize, 100

amesh, all
nummrg, node

dcum, add
n_ = Node(-x3_, -y3_, 0)
d, n_, Uy
nsel, s, loc, x, -x3_
nsel, r, loc, z, 0
d, all, Uz,,,, Ux
nsel, s, loc, y, -y3_
nsel, a, loc, y, y3_
d, all, Uz

nsel, s, loc, x, x3_
nsel, r, loc, z, 0
d, all, Uz
n_ = NODE(x3_, y3_, 0)
cerig, n_, all, Ux
d, n_, ROTz

nsel, all

```

```
Ux_pl=Re_/E_*a_
```

```
save  
finish
```

A.4 Wzdłużnik usztywniony poprzecznie

Modele poniższe były wykorzystywane do przeprowadzenia obliczeń opisanych w rozdziale 3.

A.4.1 Bez otworów

```
!! Usztywnienia pionowe  
!! [mm], [N], [MPa]  
  
/filnam, b2a  
  
/prep7  
  
is_ng=1 !! 1=nosnosc graniczna  
  
a_=2200 !! wysokosc wiazara  
b_=660 !! szerokosc pola plytowego  
bu_=160 !! szerokosc usztywnienia  
tp_=12 !! grubosc wiazara  
tu_=11 !! grubosc usztywnienia  
f_=tp_/4 !! wstepne ugiecie  
Re_=315.0  
E_=2.06e5  
  
x1_=b_  
x2_=2*b_  
y1_=a_/2  
z1_=bu_  
  
y_=-y1_  
k,1, -x2_, y_, 0  
k,, -x1_, y_, 0  
k,, -x1_, y_, -z1_  
k,, -x1_, y_, z1_  
k,, 0, y_, 0  
k,, 0, y_, -z1_  
k,, 0, y_, z1_  
k,, x1_, y_, 0  
k,, x1_, y_, -z1_  
k,, x1_, y_, z1_  
k,, x2_, y_, 0  
y_=y1_  
k,, -x2_, y_, 0
```


k,, -x1_, y_, 0
k,, -x1_, y_, -z1_
k,, -x1_, y_, z1_
k,, 0, y_, 0
k,, 0, y_, -z1_
k,, 0, y_, z1_
k,, x1_, y_, 0
k,, x1_, y_, -z1_
k,, x1_, y_, z1_
k,, x2_, y_, 0

1, 1, 2
1, 12, 13
1, 2, 5
1, 13, 16
1, 5, 8
1, 16, 19
1, 8, 11
1, 19, 22

1, 1, 12
1, 2, 13
1, 5, 16
1, 8, 19
1, 11, 22
1, 3, 14
1, 4, 15
1, 6, 17
1, 7, 18
1, 9, 20
1, 10, 21

1, 3, 2
1, 14, 13
1, 2, 4
1, 13, 15
1, 6, 5
1, 17, 16
1, 5, 7
1, 16, 18
1, 9, 8
1, 20, 19
1, 8, 10
1, 19, 21

a1, 1, 10, 2, 9
a1, 3, 11, 4, 10
a1, 5, 12, 6, 11

```

al, 7, 13, 8, 12

!al, 14, 21, 10, 20
!al, 16, 25, 11, 24
!al, 18, 29, 12, 28
al, 10, 23, 15, 22
al, 11, 27, 17, 26
al, 12, 31, 19, 30

*if, is_ng, eq, 1, then
mptemp, 1, 0.0
mp, Ex, 1, E_
mp, NUxy, 1, 0.3
tb, BKIN, 1, 1
tbtemp, 0.0
tbdata, 1, Re_, 1e2 !! Yield stress (Re), Tangent modulus
et, 1, shell43
*else
mp, Ex, 1, E_
mp, NUxy, 1, 0.3
et, 1, shell63
*endif
r, 1, tp_
r, 2, tu_

asel, s, area,, 1, 4
aatt, 1, 1, 1
asel, invert
aatt, 1, 2, 1
asel, all

!lssel, s, line,, 20, 31 !! usztywnienia
!lesize, all,,, 1

esize, 100

amesh, all
nummrg, node

dcum, add
n_=Node(-x2_, -y1_, 0)
d, n_, Uy
nsel, s, loc, x, -x2_
d, all, Uz,,,,, Ux
nsel, s, loc, y, -y1_
nsel, a, loc, y, y1_
nsel, r, loc, z, 0
d, all, Uz

```

```
nset, s, loc, x, x2_  
d, all, Uz  
n_=NODE(x2_,y1_,0)  
cerig, n_, all, Ux  
d, n_, ROTz
```

```
nset, all
```

```
Ux_pl=Re_/E_*a_
```

```
save  
finish
```

A.4.2 Z otworami w dwóch środkowych polach

```
!! Otwory pionowe  
!! [mm], [N], [MPa]
```

```
/filnam, b2
```

```
/prep7
```

```
is_ng=1 !! 1=nosnosc graniczna
```

```
a_=2200 !! wysokosc wiazara  
b_=660 !! szerokosc pola plytowego  
ao_=700 !! wysokosc otworu  
bo_=350 !! szerokosc otworu  
bu_=160 !! szerokosc usztywnienia  
tp_=12 !! grubosc wiazara  
tu_=11 !! grubosc usztywnienia  
f_=tp_/4 !! wstepne ugiecie  
Re_=315.0  
E_=2.06e5
```

```
ro_=bo_/2  
x1_=b_/2  
x2_=b_  
x3_=2*b_  
y3_=a_/2  
y2_=ao_/2  
y1_=y2_-ro_  
z1_=bu_
```

```
y_=-y3_  
k,1, -x3_, y_, 0  
k,, -x2_, y_, 0
```

```

k,, -x2_, y_, -z1_
k,, -x2_, y_, z1_
k,, -x1_, y_, 0
k,, 0, y_, 0
k,, 0, y_, -z1_
k,, 0, y_, z1_
k,, x1_, y_, 0
k,, x2_, y_, 0
k,, x2_, y_, -z1_
k,, x2_, y_, z1_
k,, x3_, y_, 0
y_=y3_
k,, -x3_, y_, 0
k,, -x2_, y_, 0
k,, -x2_, y_, -z1_
k,, -x2_, y_, z1_
k,, -x1_, y_, 0
k,, 0, y_, 0
k,, 0, y_, -z1_
k,, 0, y_, z1_
k,, x1_, y_, 0
k,, x2_, y_, 0
k,, x2_, y_, -z1_
k,, x2_, y_, z1_
k,, x3_, y_, 0

k,, -x1_, -y2_, 0
k,, -x1_-ro_, -y1_, 0
k,, -x1_+ro_, -y1_, 0
k,, x1_, -y2_, 0
k,, x1_-ro_, -y1_, 0
k,, x1_+ro_, -y1_, 0
k,, -x1_, y2_, 0
k,, -x1_-ro_, y1_, 0
k,, -x1_+ro_, y1_, 0
k,, x1_, y2_, 0
k,, x1_-ro_, y1_, 0
k,, x1_+ro_, y1_, 0

1, 1, 2
1, 14, 15
1, 2, 5
1, 15, 18
1, 5, 6
1, 18, 19
1, 6, 9
1, 19, 22
1, 9, 10

```

1, 22, 23
1, 10, 13
1, 23, 26

1, 1, 14
1, 2, 15
1, 6, 19
1, 10, 23
1, 13, 26
1, 3, 16
1, 4, 17
1, 7, 20
1, 8, 21
1, 11, 24
1, 12, 25

1, 3, 2
1, 16, 15
1, 2, 4
1, 15, 17
1, 7, 6
1, 20, 19
1, 6, 8
1, 19, 21
1, 11, 10
1, 24, 23
1, 10, 12
1, 23, 25

1, 5, 27
1, 9, 30
1, 33, 18
1, 36, 22
1, 28, 34
1, 29, 35
1, 31, 37
1, 32, 38

larc, 27, 28, 29, ro_
larc, 27, 29, 28, ro_
larc, 34, 33, 35, ro_
larc, 33, 35, 34, ro_
larc, 30, 31, 32, ro_
larc, 30, 32, 31, ro_
larc, 37, 36, 38, ro_
larc, 36, 38, 37, ro_

al, 1, 14, 2, 13

```

al, 3, 36, 44, 40, 46, 38, 4, 14
al, 5, 15, 6, 38, 47, 41, 45, 36
al, 7, 37, 48, 42, 50, 39, 8, 15
al, 9, 16, 10, 39, 51, 43, 49, 37
al, 11, 17, 12, 16

!!al, 18, 25, 14, 24
!!al, 20, 29, 15, 28
!!al, 22, 33, 16, 32
al, 14, 27, 19, 26
al, 15, 31, 21, 30
al, 16, 35, 23, 34

*if, is_ng, eq, 1, then
mptemp, 1, 0.0
mp, Ex, 1, E_
mp, NUxy, 1, 0.3
tb, BKIN, 1, 1
tbtemp, 0.0
tbdata, 1, Re_, 1e2 !! Yield stress (Re), Tangent modulus
et, 1, shell43
*else
mp, Ex, 1, E_
mp, NUxy, 1, 0.3
et, 1, shell63
*endif
r, 1, tp_
r, 2, tu_

asel, s, area,, 1, 6
aatt, 1, 1, 1
asel, invert
aatt, 1, 2, 1
asel, all

!!lssel, s, line,, 24, 35 !! usztywnienia
!!lesize, all,,, 1

esize, 100

amesh, all
nummrg, node

dcum, add
n_=Node(-x3_, -y3_, 0)
d, n_, Uy
nset, s, loc, x, -x3_
d, all, Uz,,,,, Ux

```

```
nselect, s, loc, y, -y3_  
nselect, a, loc, y, y3_  
nselect, r, loc, z, 0  
d, all, Uz
```

```
nselect, s, loc, x, x3_  
d, all, Uz  
n_ = NODE(x3_, y3_, 0)  
cerig, n_, all, Ux  
d, n_, ROTz
```

```
nselect, all
```

```
Ux_pl = Re_ / E_ * a_
```

```
save  
finish
```