

MODELOWANIE I BADANIA NUMERYCZNE I EKSPERYMENTALNE ZJAWISK KONTAKTOWYCH I PROCESÓW W MECHANICZNYM SPRZĘGŁE CIERNYM

JAN AWREJCWICZ¹, DARIUSZ GRZELCZYK²

Politechnika Łódzka

Streszczenie

W pracy przedstawione zostały badania numeryczne i eksperymentalne zjawisk kontaktowych i procesów zużywania występujących na powierzchni styku okładzin mechanicznego sprzęgła ciernego. Rozważane zagadnienia badane były wcześniej, jednakże do ich opisu stosowane i wykorzystywane były wówczas uproszczone modele matematyczne. Przedstawiona praca uwzględnia sprężystość i właściwości ściernie materiałów trących się okładzin sprzęgła. Do symulacji procesów zużywania wykorzystany został zarówno nieliniowy różniczkowy model zużycia jak i model zużycia w postaci całkowitej. Ponadto w pracy przedstawione zostały wyniki opisujące zjawiska cieplne (wytwarzanie i rozchodzenie się ciepła) w rozważanym układzie ciernym. Otrzymano wiele interesujących wyników, które zostały przedyskutowane i zilustrowane na wielu wykresach. Wyniki numeryczne porównane zostały z wynikami eksperymentalnymi.

Słowa kluczowe: sprzęgło, tarcie, procesy zużywania, wytwarzanie ciepła.

1. Wstęp

Sprzęgło jest elementem układu mechanicznego służącym do łączenia wałów i przeniesienia pomiędzy nimi momentu obrotowego. W początkowym okresie rozwoju transportu i przemysłu mechanicznego do przekazywania momentu obrotowego pomiędzy współpracującymi wałami stosowane były pasy i napędy przekładniowe. Wkrótce jednak pojawiła się potrzeba pojedynczych napędów oraz zwarte połączenia między współpracującymi wałami urządzenia mechanicznego. Najstarsze historycznie proste sprzęgła służyły do bezpośredniego połączenia współosiowych wałów. Dzisiejsze zapotrzebowanie jak i przyszłe trendy w technologii wytwarzania sprzęgieł stawiają wiele wymagań co do ich budowy, działania, wytrzymałości czy żywotności. Podstawowymi zagadnieniami przy projektowaniu układów napędowych w pojazdach i innych urządzeniach mechanicznych są

¹ Politechnika Łódzka, Katedra Automatyki i Biomechaniki, ul. Stefanowskiego 1/15, 90-924 Łódź, e-mail: jan.awrejcewicz@p.lodz.pl

² Politechnika Łódzka, Katedra Automatyki i Biomechaniki, ul. Stefanowskiego 1/15, 90-924 Łódź, e-mail: dariusz.grzelczyk@p.lodz.pl

m.in. zwiększenie wydajności i polepszenie jakości działania oraz zwiększenie stopnia niezawodności i uzyskanie lepszych wskaźników techniczno-ekonomicznych tych układów. W celu osiągnięcia tych założeń w mechanicznych sprzęgłach ciernych konieczna jest odpowiednia znajomość opisu matematycznego tych układów jak również występujących w nich zjawisk i procesów tribologicznych (tarcie, zużywanie, wytwarzanie i rozchodzeniem się ciepła). Takie podejście pozwala na lepsze prognozowanie zachowania się rzeczywistych tego typu układów.

Zagadnienia związane z dynamiką ruchu oraz zjawiskami kontaktowymi i towarzyszącymi im procesami tribologicznymi w różnego rodzaju układach mechanicznych są od wielu lat obiektem zainteresowań i badań wielu naukowców. Wspomniane zagadnienia rozważane były w różnych połączeniach ciernych takich jak listwy, przekładnie, koła zębate, prowadnice, łożyska, sprzęgła, hamulce itp. połączenia cierne. W badaniach związanych z dynamiką i procesami tribologicznymi występującymi w układach ze sprzęgłem ciernym stosowano różne modele matematyczne do ich opisu. Podczas analizy dynamiki układu nie uwzględniano zjawisk kontaktowych i towarzyszących im procesów tribologicznych. Z kolei przy analizie tych zjawisk i procesów nie uwzględniano bezwładności stykających się ciał. W większości przypadków wykorzystywane były przy tym uproszczone modele matematyczne, z reguły osobno do poszczególnych zagadnień i bez wzajemnej zależności między nimi.

W przedstawionej pracy sprzęgło cierne potraktowane zostało jako cierne połączenie sprężystych ciał, uwzględniając w ten sposób sprężystość w kierunku osiowym materiału okładzin ciernych. Do symulacji numerycznych wykorzystany został ogólny nieliniowy różniczkowy model zużycia jak również całkowity model zużycia uwzględniający procesy dziedziczenia i pamięci. Podczas symulacji komputerowych zjawisk cieplnych w sprzęgłe uwzględniony został nierównomierny rozkład strumienia wytwarzanego ciepła, przewodnictwo cieplne poszczególnych materiałów ciernych oraz przekazywanie ciepła pomiędzy okładzinami ciernymi i ich otoczeniem. Celem przeprowadzonych w pracy badań było potwierdzenie proponowanych modeli matematycznych opisujących zjawiska występujące w mechanicznym sprzęgłe ciernym poprzez porównanie symulacji numerycznych i badań doświadczalnych. Badanie te dotyczyły długotrwałych quasi statycznych procesów ciernych, które mogą symulować wspomniane procesy zachodzące w wyniku wielokrotnego załączania i rozłączania sprzęgła. Wyznaczone zostały nierównomierne rozkłady ciśnienia stykowego na powierzchni stykających się okładzin sprzęgła w dowolnej chwili czasowej. Dla dowolnej chwili czasowej obliczone zostały nierównomierne rozkłady zużycia materiałów stykających się ciał. Wyznaczono zmiany momentu siły tarcia przenoszonego przez sprzęgło wynikające ze zmiany rozkładu ciśnienia stykowego. Rozważono model matematyczny pozwalający na wyznaczenie w dowolnej chwili czasowej nierównomiernego rozkładu temperatury na powierzchni styku okładzin ciernych. Uzyskane wyniki numeryczne porównane zostały z wynikami eksperymentalnymi, zarówno w sposób jakościowy jak i ilościowy. Przedstawiona powyżej próba połączenia wspomnianych zagadnień w jeden złożony układ tribologiczny jest trudnym zadaniem, a uzyskane w ten sposób wyniki powinny pozwolić na lepsze prognozowanie zachowania się rzeczywistych sprzęgieł mechanicznych.

2. Przegląd i analiza literatury

Tarcie suche występujące podczas ślizgania się jednej powierzchni trącej po drugiej jest zjawiskiem skomplikowanym i w ogólności zależy od wielu parametrów [16]. Zjawisku tarcia towarzyszy m.in. powstawanie naprężeń, zużywanie się materiałów trących oraz wydzielanie się ciepła. Zużywanie ściernie jest procesem dynamicznym [17], który związany jest ze zmianą powierzchni ciał znajdujących się w ruchu względem siebie w wyniku mechanicznego oddziaływania pomiędzy nimi. Proces ten zależy od wielu czynników i parametrów takich jak geometria stykających się powierzchni, przyłożona siły normalna, prędkość poślizgu, twardość materiału itp. [3]. Badania nad procesem zużywania i jego modelowaniem prowadzone są już od dawna [4]. Jednym z pierwszych naukowców badających procesy zużywania był Archard, który zaproponował liniowy model zużycia dla metali [2]. Od tamtej pory powstały jeszcze inne modele matematyczne opisujące procesy zużywania w różnego rodzaju połączeniach ciernych, w różnych warunkach zewnętrznych i dla różnych materiałów. W literaturze poświęconej tribologii istnieje ponad 300 różnych modeli zużycia, od prostych równań empirycznych do skomplikowanych zależności matematycznych [9]. Numeryczne obliczenia procesów zużywania w różnego rodzaju połączeniach ciernych znaleźć można w pracach [3], [7], [15], [16], [19] oraz wielu innych.

W ogólnym przypadku modelowania procesów zużywania w różnego rodzaju połączeniach ciernych pojazdów i innych układów mechanicznych wykorzystuje się ogólne modele zużycia ściernego. Według Archarda [2] model zużycia zapisany w postaci różniczkowej przyjmuje postać

$$\frac{dw(t)}{dt} = K^{(w)} |V_r(t)| P(t), \quad (1)$$

gdzie t jest czasem, $w(t)$ jest zużyciem, $K^{(w)}$ jest współczynnikiem zużycia materiału, $V_r(T)$ jest względną prędkością poślizgu powierzchni trących, natomiast $P(t)$ jest ciśnieniem stykowym pomiędzy tymi powierzchniami. Jest to liniowy model zużycia ze względu na ciśnienie stykowe i prędkość ślizgania powierzchni trących. W innego rodzaju połączeniu ciernym model ten zastosowano również w pracy [12]. W tej pracy do modelowania procesów zużywania ściernego okładzin ciernych sprzęgła wykorzystany został ogólny różniczkowy nieliniowy model zużycia opisany równaniem [16]

$$\frac{dw(t)}{dt} = K^{(w)} (T'(t)) |V_r(t)|^\beta P^\alpha(t), \quad (2)$$

gdzie współczynnik zużycia $K^{(w)} (T'(t))$ jest funkcją temperatury $T'(t)$ na powierzchni styku, a współczynniki α i β są wielkościami zależnymi od modelu zużycia, stopnia obróbki i smarowania powierzchni trących. Jest to więc nieliniowy model zużycia, gdzie prędkość zużycia jest nieliniową (potęgową) funkcją ciśnienia stykowego i prędkości ślizgania powierzchni trących. Przedstawiony nieliniowy model zużycia zastosowany był wcześniej m.in. w pracy [16], i innych.

Przy zmiennych warunkach obciążenia zewnętrznego zaobserwować można tzw. efekty opóźnienia [16], [19]. Dla niektórych materiałów ciernych, pomimo stałych warunków

procesu zużywania, współczynnik zużycia zmienia się w czasie, np. w wyniku starzenia lub docierania się okładzin ciernych. Wówczas istnieje konieczność stosowania innych modeli zużycia niż przedstawione powyżej. Odpowiednim opisem matematycznym takiego procesu zużywania jest całkowy model zużycia o postaci [7], [16]

$$w(t) = \int_0^t K^{(w)}(T'(t')) |V_r(t')| K'(t, t') P(t') dt', \quad (3)$$

gdzie $K'(t, t') = K'_1(t') K'_2(t - t')$, przy czym $K'_1(t') = 1 + c \exp(-\gamma' t')$ i $K'_2(t - t') = 1 - \exp(-\gamma''(t - t'))$ są tzw. jądrami dziedziczenia i pamięci. Funkcje eksponencjalne w przedstawionym modelu zużycia odpowiadają za zmniejszanie się szybkości procesu zużywania nawet w warunkach quasi-stacjonarnych. Model zużycia (3) dla $K'_1(t') = 1$ i $K'_2(t - t') = 1 - \exp(-\gamma''(t - t'))$ zastosowano w pracy [13] i w pracy [19], gdzie dla modelu kontaktu warstwy termosprężystej z cieplnie izolowaną płytą otrzymano rozwiązanie z uwzględnieniem zużycia i wytwarzania ciepła. Całkowy model zużycia ściernego zastosowano również m.in. w pracach [15] i [18].

Zjawisku tarcia występującemu w sprzęgle ciernym, obok procesów zużywania, towarzyszą również procesy wytwarzania i rozchodzenia się ciepła. W celu dokładniejszego opisu tych zagadnień należy skorzystać z ogólnych zależności opisujących te procesy. Jednym z podstawowych równań opisujących zjawiska cieplne jest równanie przewodnictwa cieplnego. W pracy [14] wspomniane równanie użyte zostało do określenia temperatury na styku dwóch warstw termosprężystych, natomiast zastosowanie tego równania do opisu zjawisk cieplnych występujących w sprzęgle ciernym wielotarczowym z kompozytu C/C można znaleźć w pracy [20]. W ogólności gęstość strumienia ciepła $q(t)$ wytwarzanego w czasie działania siły tarcia na powierzchni podziału materiałów ma postać [1]

$$q(t) = (1 - \chi) \mu |V_r(t)| P(t), \quad (4)$$

przy czym χ oznacza część pracy siły tarcia, która nie jest zamieniana na ciepło (ta część pracy idzie np. na zużywanie), μ jest współczynnikiem tarcia, $V_r(t)$ jest prędkością poślizgu, a $P(t)$ jest ciśnieniem stykowym na powierzchni styku ciał. Wzór (4) na gęstość strumienia ciepła wykorzystano np. w pracy [5], w której przeprowadzono analizę zjawisk cieplnych w sprzęgle ciernym z tarczą ceramiczną przy wykorzystaniu metody elementów skończonych. Przedstawioną zależność na gęstość strumienia ciepła stosowali również m.in. autorzy prac [14] i [15]. Do opisu przewodzenia ciepła w danym materiale stosuje się natomiast prawo Fouriera

$$q(t) = -k^{(p)} \text{grad } T', \quad (5)$$

gdzie $k^{(p)}$ jest współczynnikiem przewodnictwa cieplnego (przewodnością cieplną) materiału, a $\text{grad } T'$ jest gradientem temperatury T' . Z kolei gęstość strumienia ciepła wymienianego na granicy między ciałem a jego otoczeniem ma postać

$$q(t) = \lambda (T' - T'_{ot}), \quad (6)$$

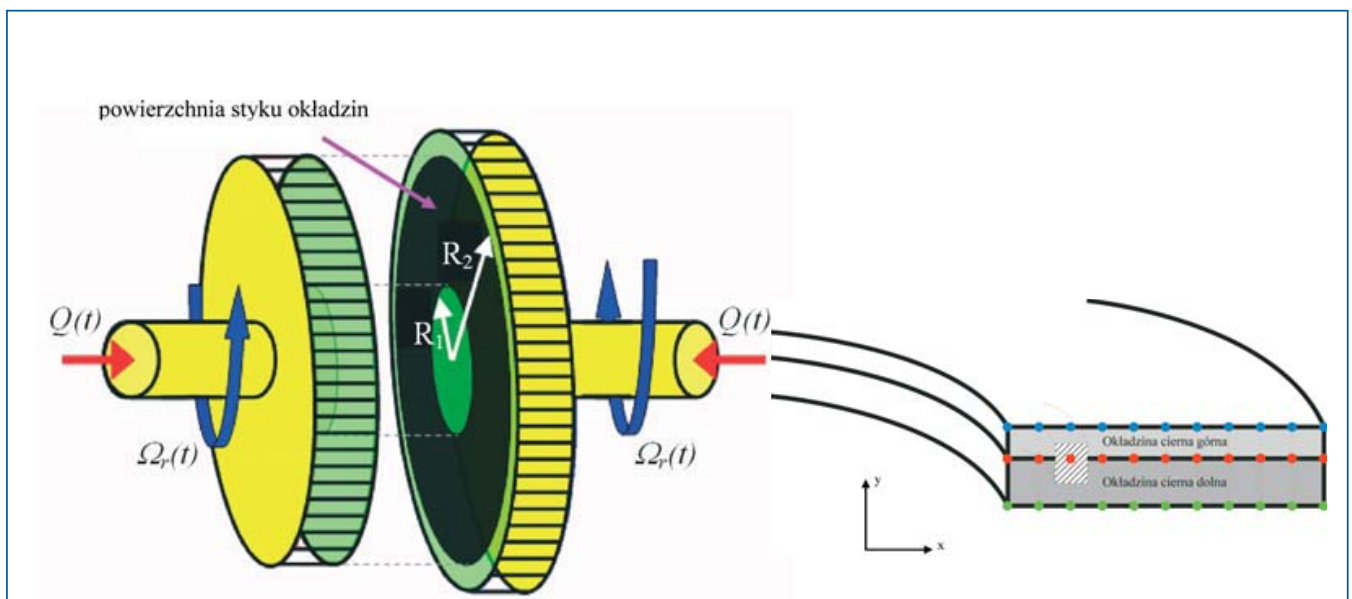
gdzie λ jest współczynnikiem przekazywania ciepła pomiędzy ciałem a jego otoczeniem,

T' jest temperaturą ciała na granicy kontaktu z otoczeniem, natomiast T'_{ot} jest temperaturą otoczenia. Wyczerpującą analizę prac naukowych związanych z różnymi rodzajami ciepła znaleźć można w pracach przeglądowych [8], [9] i [10]. W przeglądowej pracy [6] omówiono natomiast artykuły opublikowane w ciągu ostatnich lat, które poświęcone były analizie i obliczeniom zjawisk cieplnych w różnego rodzaju hamulcach ciernych, a wnioski z tej pracy uzyskane dla hamulców odnieść można również do sprzęgieł ciernych ze względu na podobną konstrukcję tych urządzeń.

3. Model rozważanego sprzęgła ciernego

Rysunek 1 przedstawia model mechanicznego sprzęgła ciernego dwutarczowego oraz przekrój poprzeczny okładzin ciernych tego sprzęgła z siatką obliczeniową (naniesioną na przekrój poprzeczny okładzin podzielony na m jednakowych odcinków wzdłuż promienia, w węzłach której wyznaczone są wartości temperatury).

Do obu tarcz sprzęgła przymocowane są okładziny cierne. Kontakt cierny między tymi okładzinami występuje na powierzchni pierścieniowej $R \in [R_1, R_2]$. Tarcze dociskane są siłą osiową $Q(t)$ ich względna prędkość kątowa wynosi Ω_r , natomiast ciśnienie stykowe w dowolnym punkcie styku i czasie jest równe $P(R, t)$. Współczynniki zużycia materiału lewej i prawej okładziny czarnej zależne od temperatury $T'(R, t)$ w danym punkcie styku i czasie wynoszą odpowiednio $K_1^{(w)}(T'(R, t))$ i $K_2^{(w)}(T'(R, t))$. Z kolei współczynniki sprężystości w kierunku osiowym materiału tych okładzin wynoszą odpowiednio k_1 i k_2 , Grubości górnej i dolnej okładziny wynoszą odpowiednio H_1 i H_2 , Współczynniki przewodnictwa cieplnego (przewodności cieplne) poszczególnych okładzin wynoszą $k_1^{(p)}$



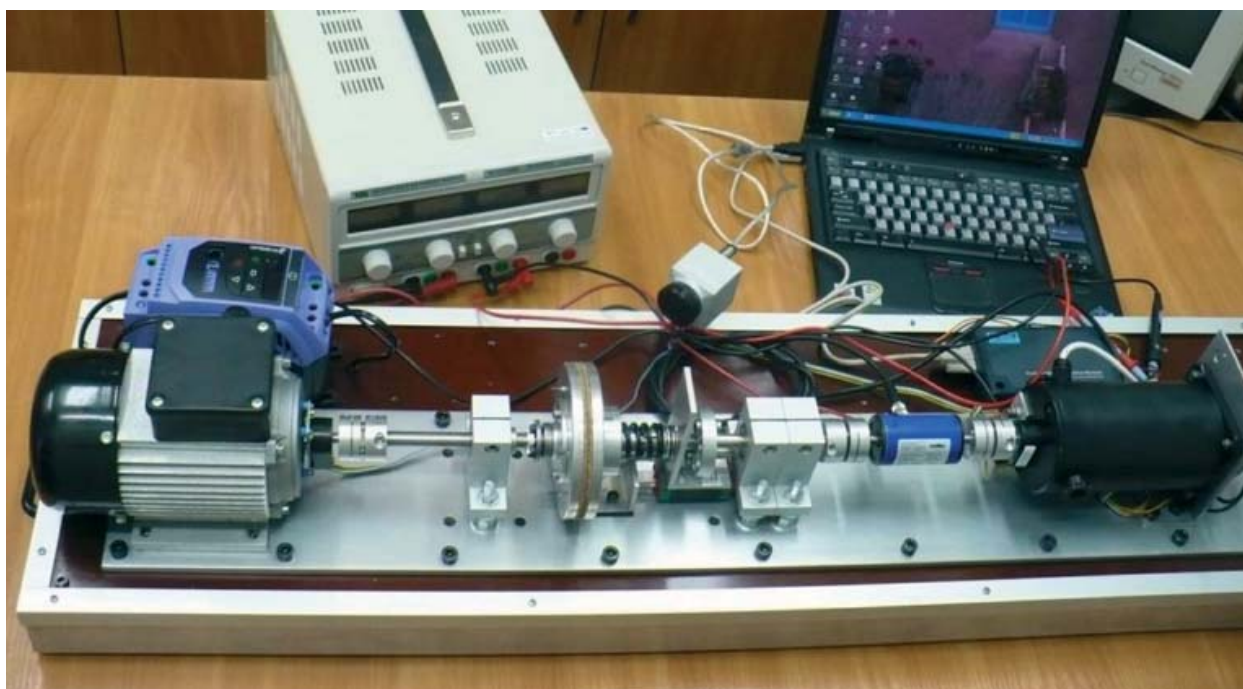
Rys. 1. Model mechanicznego sprzęgła ciernego dwutarczowego oraz przekrój poprzeczny okładzin rozważanego sprzęgła z naniesioną siatką obliczeniową.

i $k_2^{(p)}$. Współczynniki przekazywania ciepła pomiędzy górną (dolną) okładziną cierną a odpowiednio górną (dolną) tarczą sprzęgłową wykonaną z aluminium wynoszą odpowiednio λ_1 i λ_2 . Z kolei współczynniki przekazywania ciepła pomiędzy górną i dolną okładziną a otoczeniem wynoszą odpowiednio λ_3 i λ_4 . Ciepła właściwe materiałów, z których wykonano okładziny mają wartości odpowiednio c_{w1} i c_{w2} , natomiast gęstości materiału, z których wykonano te okładziny wynoszą ρ_1 i ρ_2 . Dokładny opis matematyczny procesów zużywania oraz wytwarzania i rozprzestrzeniania się w sprzęgle ciepła przedstawiony jest w pracy [11]. Całki występujące w uzyskanych w postaci bezwymiarowej równaniach różniczkowych, całkowych i różniczkowo-całkowych zapisane zostały przy pomocy metody trapezów. Odpowiednie równania rozwiązane zostały przy pomocy metody Rungego-Kutty rzędu czwartego oraz metody eliminacji Gaussa-Jordana. W tej pracy przedstawione zostały wyniki symulacji numerycznych otrzymanych zależności i porównano je z własnymi badaniami eksperymentalnymi.

4. Stanowisko doświadczalne

Rysunek 2 przedstawia ogólny widok stanowiska doświadczalnego.

Stanowisko składa się z układu mechanicznego ze sprzęgłem ciernym pracującego w układzie mechatronicznym. Jest to typowy układ, w którym pracują sprzęgła. Składa się z części napędzającej, części napędzanej oraz sprzęgła ciernego. Część napędzająca składa się z silnika asynchronicznego sterowanego za pomocą falownika jednofazowego prądu przemiennego. Do wyznaczania położenia kąтового strony czynnej sprzęgła



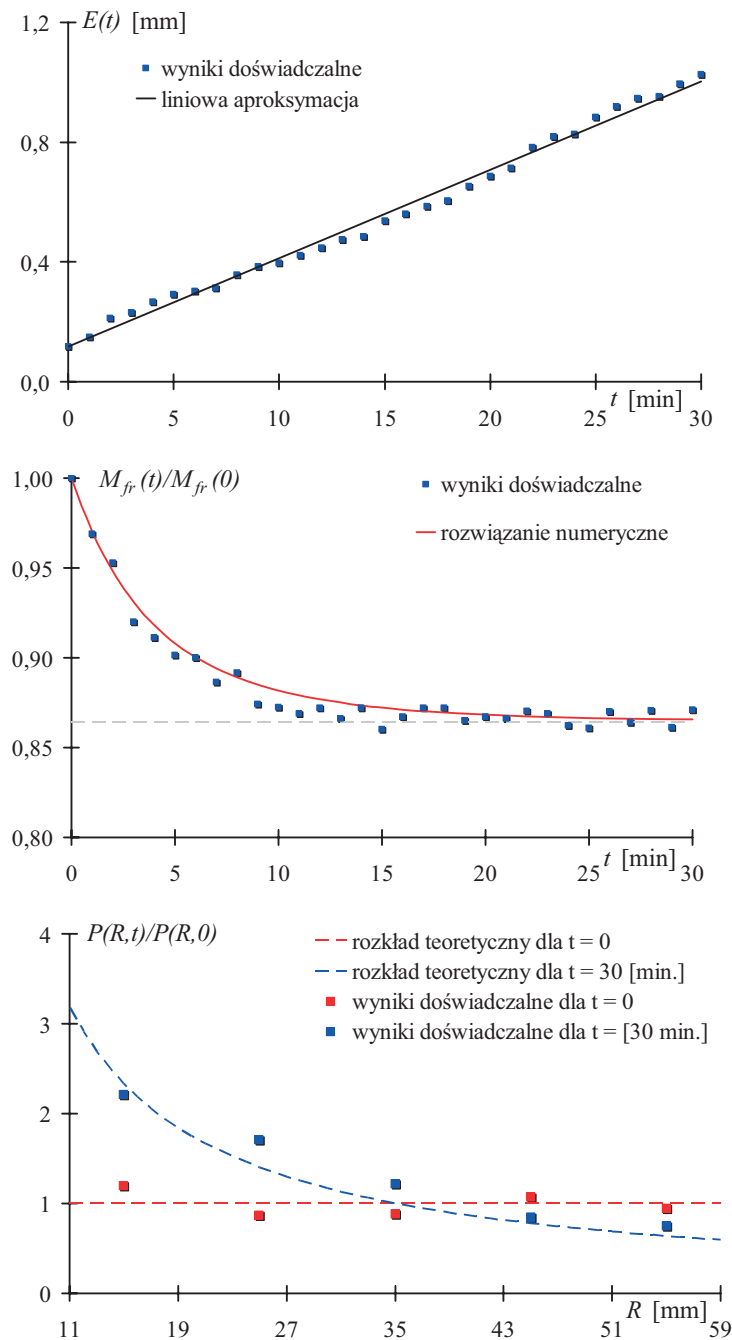
Rys. 2. Ogólny widok stanowiska doświadczalnego.

(silnika) służy optyczny enkoder inkrementalny. Część napędzana składa się z silnika prądu stałego pracującego jako prądnica, który w zależności od dołączonego obciążenia wytwarza odpowiedni moment oporowy. Ponadto w części napędzanej układu znajduje się również hamulec cierny oraz optyczny enkoder inkrementalny. Przenoszony moment obrotowy mierzony jest za pomocą dynamicznego czujnika momentu obrotowego. Elementem łączącym oba urządzenia jest mechaniczne sprzęgło cierne. Elementem pośredniczącym pomiędzy układem mechanicznym a oprogramowaniem komputerowym jest moduł kontrolno-pomiarowy USB-4711A.

5. Wyniki badań eksperymentalnych

Do przeprowadzenia badań eksperymentalnych procesów tribologicznych występujących w sprzęgle ciernym wykorzystany został układ rzeczywisty przedstawiony na rysunku 2. W tym celu zaprojektowana i zbudowana została odpowiednia konstrukcja sprzęgła, która w łatwy sposób pozwala mierzyć odpowiednie wielkości. Do części czynnej i części biernej sprzęgła dołączone są aluminiowe tarcze sprzęgłowe, które pokryte zostały okładzinami z korka prasowanego – naturalnego materiału stosowanego na okładziny cierne sprzęgieł. Tarcze sprzęgłowe dociskane są za pomocą sprężyny ściskanej w kierunku osiowym sprzęgła siłą wytwarzaną przez aktyuator elektryczny. Część bierna unieruchomiona była względem obudowy stanowiska, natomiast część czynna poruszała się ze stałą prędkością kątową. Badania procesów zużywania okładzin przeprowadzone zostały w warunkach quasi-stacjonarnych, tzn. dla stałej siły dociskającej tarcze sprzęgłowe oraz stałej prędkości kątowej poślizgu okładzin. Pomiary dokonywane były w stałych odstępach czasowych po zatrzymaniu układu. Wielkościami mierzonymi były: zbliżenie tarcz, maksymalny moment siły tarcia statycznego przenoszony przez sprzęgło oraz ciśnienia stykowe w wybranych punktach powierzchni styku okładzin. Zbliżenia $E(t)$ tarcz sprzęgła wyznaczone były przy pomocy precyzyjnej suwmiarki elektronicznej. Maksymalny moment siły tarcia statycznego M_s przenoszony przez sprzęgło mierzony był czujnikiem momentu obrotowego znajdującym się po stronie biernej sprzęgła. Dla chwili początkowej oraz po zakończeniu badania procesów zużywania okładzin zmierzono również ciśnienia stykowe $P(R,t)$ na powierzchni styku okładzin sprzęgła za pomocą foliowego czujnika nacisku umieszczonego pomiędzy dociśniętymi okładzinami sprzęgła.

W pracy przeprowadzono również weryfikację doświadczalną modelu matematycznego opisującego zjawiska cieplne w sprzęgle ciernym. Przedstawiony model wytwarzania i rozprzestrzeniania się w sprzęgle ciepła uwzględnia wiele wielkości fizycznych charakteryzujących tarcze czy materiały okładzin ciernych jak gęstości materiału, z których je wykonano, ich ciepła właściwe, współczynniki przewodnictwa cieplnego, współczynniki przekazywania ciepła pomiędzy danym materiałem a jego otoczeniem czy też wartość współczynnika opisującego jaka część pracy siły tarcia idzie na inne niż wytwarzanie ciepła formy energii, np. zużywanie materiału okładzin ciernych. Ze względu na nieznaną wartość wspomnianych wielkości fizycznych dla rozważanego układu poniżej dokonano jedynie analizy jakościowej zjawisk cieplnych w tym układzie. Pomiary polegały na nagrzewaniu powierzchni roboczych sprzęgła w zadanym czasie przy ustalonej prędkości



Rys. 3. Porównanie wyników numerycznych z eksperymentalnymi: a) zmiany zbliżenia tarcz w czasie; b) zmiany momentu siły tarcia przenieszonego przez sprzęgło; c) rozkłady ciśnienia stykowego na powierzchni styku okładzin.

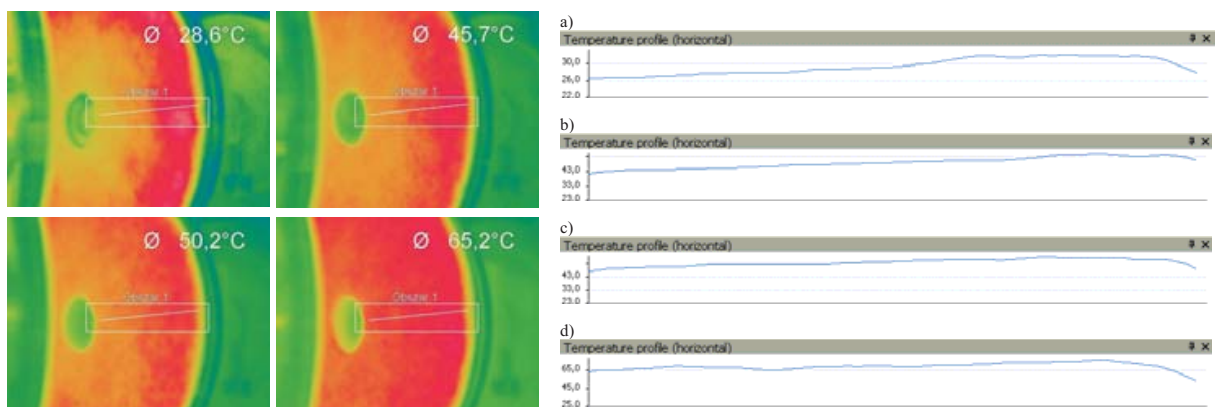
poślizgu tarcz i zadanej sile dociskającej tarcze. Jedną tarczę stanowiła tarcza metalowa wykonana z aluminium, natomiast druga tarcza również wykonana z aluminium pokryta była okładziną cierną z korka naturalnego. Rozkład temperatury mierzono na powierzchni tej okładziny.

Wyniki przeprowadzonych badań eksperymentalnych porównane zostały z rozwiązaniami analitycznymi jak i obliczeniami numerycznymi. Na rysunku 3 przedstawiono porównanie wyników sumulacji numerycznych z wynikami eksperymentalnymi, a mianowicie: przykładowe zmiany zbliżenia tarcz w czasie, zmiany momentu siły tarcia przenoszonego przez sprzęgło oraz rozkłady ciśnienia stykowego na powierzchni styku okładzin.

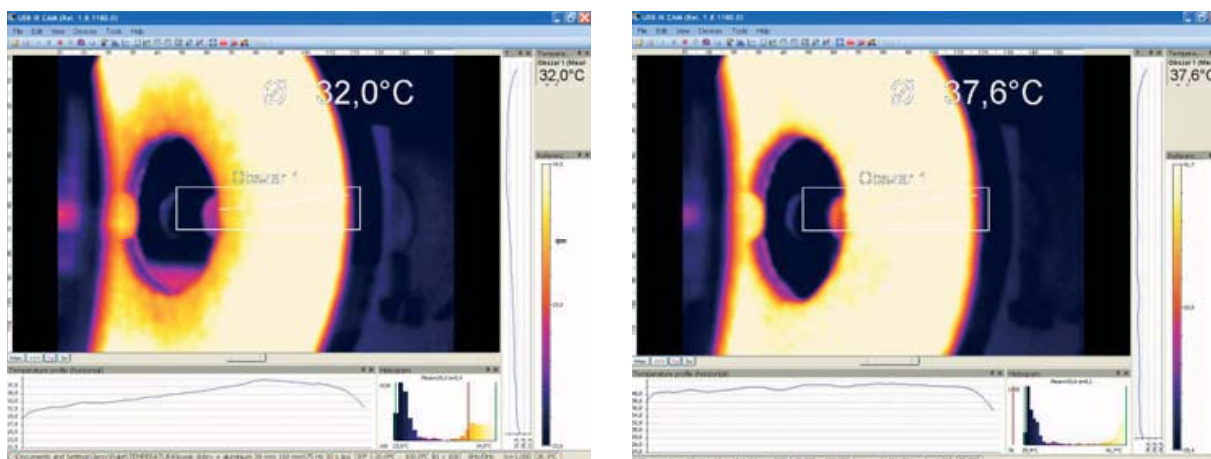
Na podstawie uzyskanych wyników można przyjąć w przybliżeniu, że zużycie okładzin ciernych sprzęgła jest proporcjonalne do czasu. Zgodnie z rozwiązaniem numerycznym rzeczywiste wartości momentu siły tarcia przenoszonego przez sprzęgło zmniejszają się w miarę postępu procesu zużywania okładzin ciernych sprzęgła. Wprawdzie wyniki eksperymentalne rozkładu ciśnienia stykowego nie pokrywają się ze stosunkowo dużą dokładnością z wynikami uzyskanymi numerycznie, to jednak zauważyć można istotne zmiany rozkładu ciśnienia stykowego zgodnie z symulacjami.

Rysunek 4 przedstawia przykładowe rozkłady powierzchniowe i profile temperatury na powierzchni nowej, nieużywanej okładziny czarnej (dla której przyjęć można równomierny rozkład ciśnienia stykowego) ogrzewanej do coraz wyższej temperatury. Przedstawione rozkłady temperatury na powierzchni styku okładziny nie są równomierne. Dla każdego z przedstawionych przypadków na wewnętrznej części okładziny temperatura jest mniejsza (kolor żółty), natomiast większa jest przy zewnętrznej granicy okładziny (kolor czerwony). Na przedstawionych profilach tempertury zmienia się ona wzdłuż promienia okładziny czarnej sprzęgła. Ponadto przyjęć można, że zmienia się ona w przybliżeniu liniowo wzdłuż promienia.

Rysunek 5 przedstawia przykładowe rozkłady powierzchniowe oraz profile temperatury wzdłuż promienia okładziny dla równomiernego (z lewej) oraz ustalonego nierównomiernego (z prawej) rozkładu nacisków. W pierwszym przypadku widać wyraźnie, że rozkład temperatury na powierzchni styku okładziny czarnej nie jest równomierny. W przybliżeniu temperatura rośnie liniowo wzdłuż promienia tej okładziny.



Rys. 4. Rozkłady powierzchniowe oraz profile temperatury na powierzchni styku okładziny czarnej.



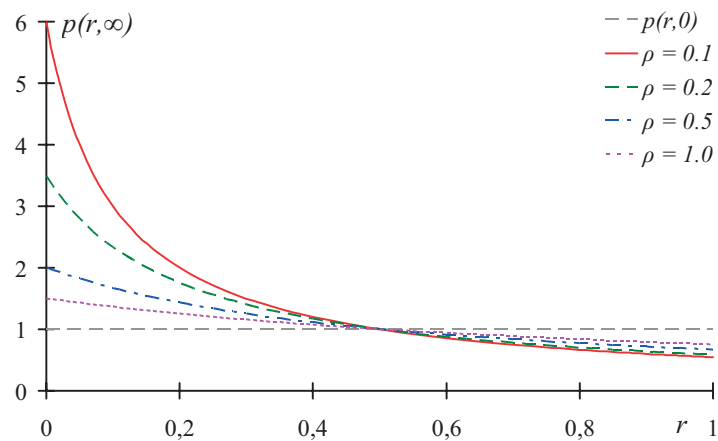
Rys. 5. Rozkłady powierzchniowe i profile temperatury na powierzchni styku okładzin ciernych dla równomiernego (z lewej) i ustalonego nierównomiernego (z prawej) rozkładu nacisków.

Odchyłki od liniowej zależności wynikają z tego, że w rzeczywistości następuje wymiana ciepła pomiędzy okładziną a jej otoczeniem na granicach styku, stąd też odpowiednio mniejsze są wartości temperatury w tych miejscach okładziny. W drugim przypadku widać, że rozkład temperatury jest w przybliżeniu równomierny na całej powierzchni okładziny. W układzie rzeczywistym mniejsze są nieco wartości temperatury zarówno na granicy wewnętrznej jak i zewnętrznej spowodowane wymianą ciepła pomiędzy okładziną a jej otoczeniem.

6. Wyniki symulacji numerycznych

Analizę numeryczną przeprowadzono w oparciu o własne algorytmy obliczeniowe napisane w języku C++. Układy równań różniczkowych (dla różniczkowego modelu zużycia) rozwiązywane były za pomocą metody Rungego-Kutty rzędu czwartego ze stałym krokiem czasowym. Z kolei układy równań algebraicznych (dla całkowego modelu zużycia oraz modelu opisującego zjawiska cieplne w sprzęgle) rozwiązywane były za pomocą metody eliminacji Gaussa-Jordana. Do analizy numerycznej procesów zużywania okładzin ciernych sprzęgła, przy wykorzystaniu zarówno różniczkowego jak i całkowego modelu zużycia, przyjęto stałe współczynniki zużycia oraz stały współczynnik tarcia. Rozważony został układ symetryczny złożony z dwóch jednakowych okładzin ciernych sprzęgła. Obliczenia numeryczne dla różniczkowego modelu zużycia przeprowadzono dla $\alpha = 1$ i $\beta = 1$. Rysunek 6 przedstawia przykładowe rozkłady bezwymiarowego ciśnienia stykowego $p(r, \infty)$ dla bezwymiarowego promienia r w stanie ustalonym dla różnych wartości bezwymiarowego parametru geometrycznego ρ charakteryzującego kształt pierścieniowej powierzchni styku okładzin sprzęgła. Ponadto przedstawiono również na tym rysunku jednorodny rozkład ciśnienia stykowego dla chwili początkowej.

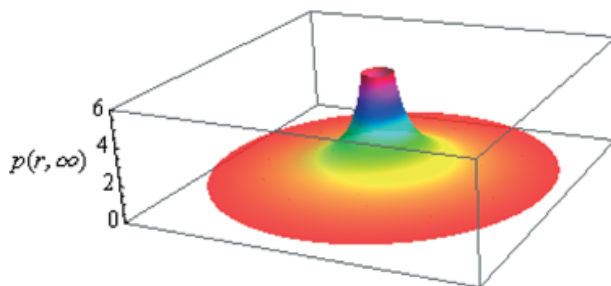
W chwili początkowej ciśnienia stykowe na całej powierzchni styku okładzin są jednakowe.



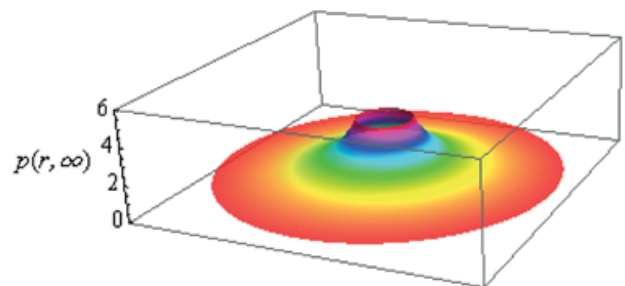
Rys. 6. Rozkłady ciśnienia stykowego w stanie ustalonym.

W miarę upływu czasu jak następują procesy zużywania się okładzin rozkłady ciśnienia stykowego zmieniają się. W stanie ustalonym (po czasie teoretycznie nieskończenie długim) rozkłady te przyjmują określoną postać zależną od parametru geometrycznego ρ . Dla dużych wartości parametru ρ rozkład ciśnienia stykowego nie zmienia się znacząco w porównaniu do rozkładu początkowego, podczas gdy różnice są znaczne dla mniejszych wartości tego parametru. Wyznaczone rozkłady ciśnienia stykowego przedstawiono również na rysunku 7 jako wizualizacje w biegunowym układzie współrzędnych, gdzie dziedziną funkcji są powierzchnie odpowiadające powierzchniom styku okładzin ciernych dla odpowiednich wartości parametru geometrycznego ρ .

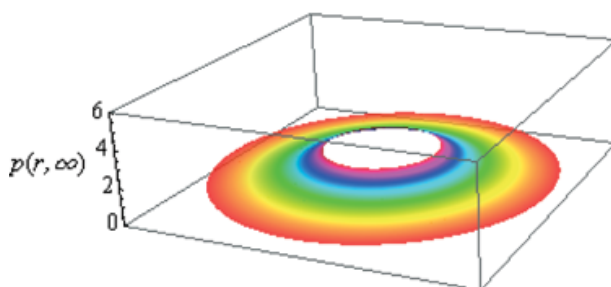
a) $\rho = 0.1$



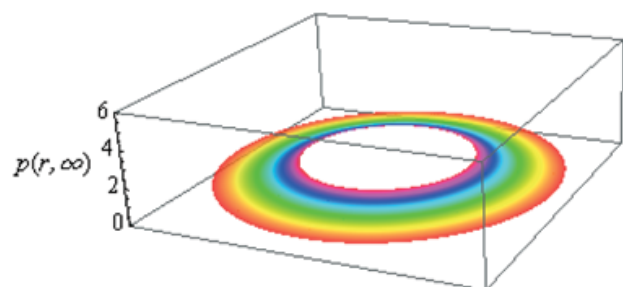
b) $\rho = 0.2$



c) $\rho = 0.5$



d) $\rho = 1.0$



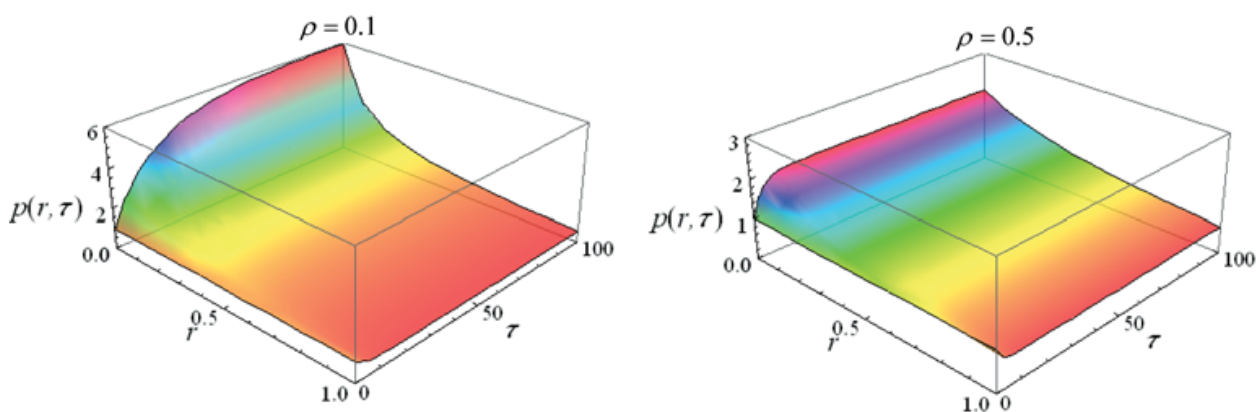
Rys. 7. Wizualizacje rozkładów ciśnienia stykowego w stanie ustalonym w biegunowym układzie współrzędnych.

Ewolucje czasowe rozkładów ciśnienia stykowego jako funkcje bezwymiarowego promienia r i bezwymiarowego czasu τ przedstawiono na rysunku 8. Dla obu przypadków rozkłady ciśnienia stykowego w chwili początkowej są równomierne na całej powierzchni styku, a zmieniają się w miarę postępu procesu zużywania. Osiągają przy tym rozkład ustalony zależny od parametru ρ .

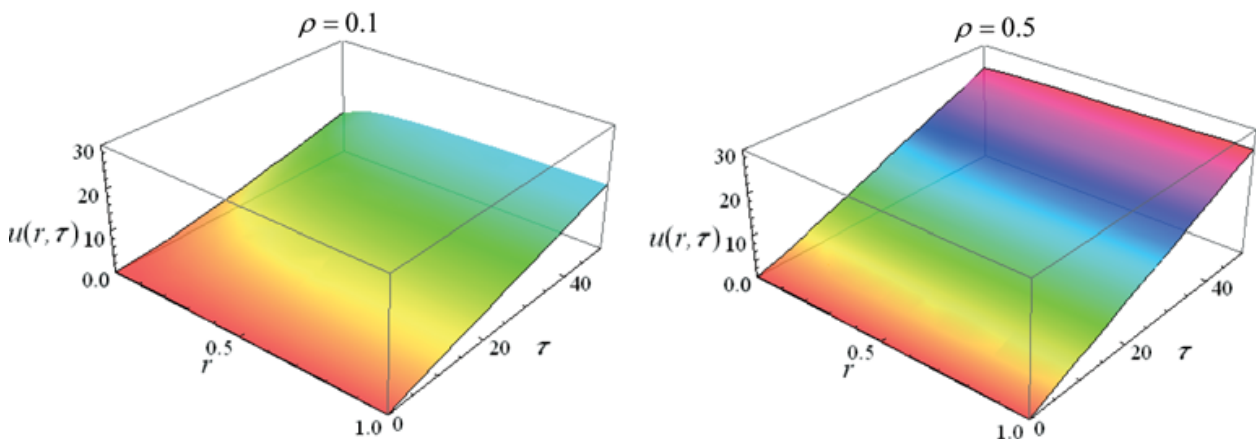
Na rysunku 9 przedstawione zostały ewolucje czasowe rozkładów zużycia całkowitego $u(r, \tau)$ tych okładzin. W chwili początkowej zużycia w każdym punkcie styku okładzin są zerowe. W miarę postępu procesu zużywania zużycia w poszczególnych punktach styku okładzin wzrastają.

Zmiany momentu siły tarcia przenoszonego przez sprzęgło przedstawia rysunek 10.

Z upływem czasu zmniejsza się moment siły tarcia przenoszony przez sprzęgło. Wynika to ze zmiany rozkładu ciśnienia stykowego na powierzchni stykających się okładzin ciernych



Rys. 8. Ewolucje czasowe rozkładów ciśnienia stykowego.

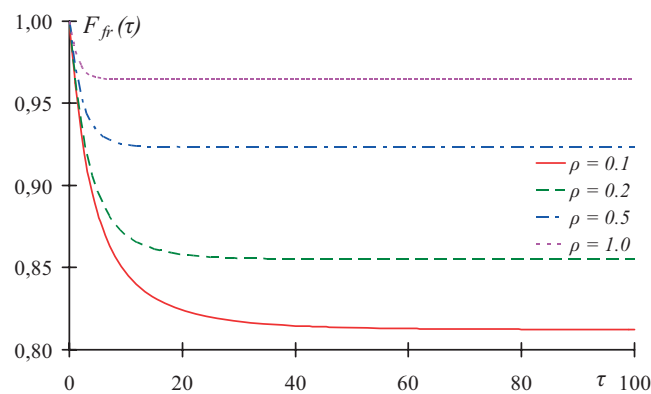


Rys. 9. Ewolucje czasowe rozkładów zużycia całkowitego okładzin.

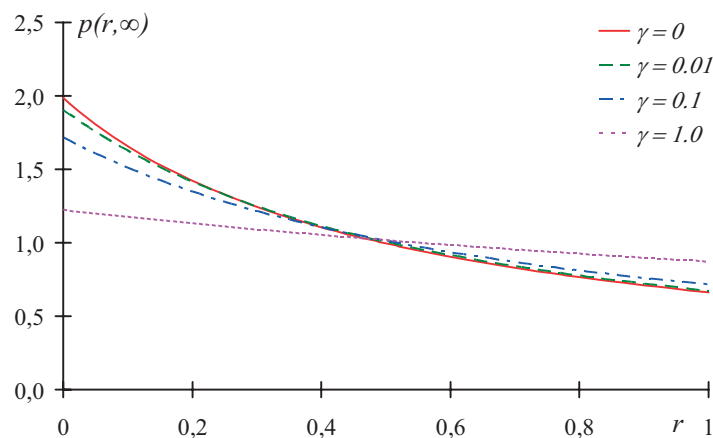
sprzęgła. W czasie ustalonym, kiedy ustali się pewien rozkład ciśnienia stykowego również moment siły tarcia przenoszony przez sprzęgło osiąga stałą, ustaloną wartość. Względna zmiana wartości tego momentu jest większa dla mniejszych wartości parametru geometrycznego ρ .

Ponownie obliczenia numeryczne przeprowadzono dla całkowego modelu zużycia przyjmując funkcję bezwymiarową $K(\tau, \xi)$ o postaci $K(\tau, \xi) = \exp(-\gamma(\tau - \xi))$. Rysunek 11 przedstawia przykładowe rozkłady ciśnienia stykowego w stanie ustalonym dla różnych wartości parametru γ . Rozkłady te pokazane zostały również na rysunku 12 jako wizualizacje w biegunowym układzie współrzędnych.

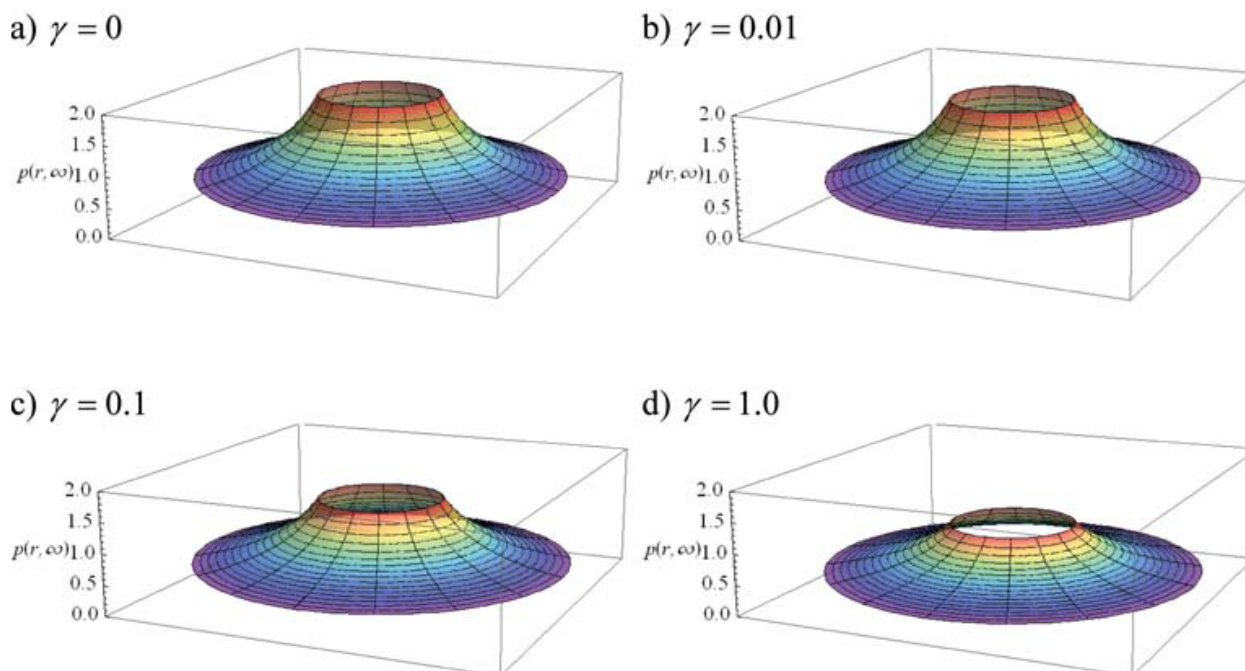
W chwili początkowej, przed rozpoczęciem procesu zużywania okładzin rozkład ciśnienia stykowego jest równomierny na całej powierzchni styku. Jednakże w stanie ustalonym po czasie teoretycznie nieskończenie długim rozkłady ciśnienia stykowego dla różnych



Rys. 10. Zmiany momentu siły tarcia przenoszonego przez sprzęgło.



Rys. 11. Rozkłady ciśnienia stykowego w stanie ustalonym.



Rys. 12. Wizualizacje rozkładów ciśnienia stykowego w stanie ustalonym.

wartości parametru γ różnią się od siebie. Dla coraz większych wartości parametru γ rozkład ciśnienia stykowego coraz mniej różni się od rozkładu początkowego. Odpowiada to przypadkowi szybszego docierania się tarcz dla dużej wartości parametru γ wskutek czego szybko maleje prędkość zużywania i rozkład ciśnienia stykowego przestaje się zmieniać.

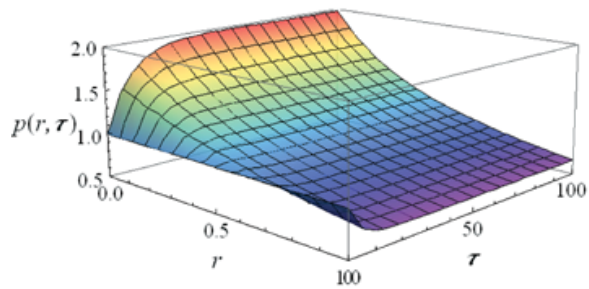
Na rysunku 13 przedstawiono zmiany rozkładów ciśnienia stykowego, a na rysunku 14 zmiany rozkładów zużycia całkowitego okładzin dla różnych wartości parametru γ .

Na przedstawionych rysunkach widać, że w chwili początkowej przed rozpoczęciem procesu zużywania okładzin sprzęgła, ciśnienia stykowe są równomiernie rozłożone na powierzchni styku, a zużycie okładzin jest zerowe. W miarę upływu czasu, gdy następuje proces zużywania, zmieniają się zarówno rozkłady ciśnienia stykowego jak i rozkłady zużycia okładzin i to w różny sposób, zależny od parametru γ .

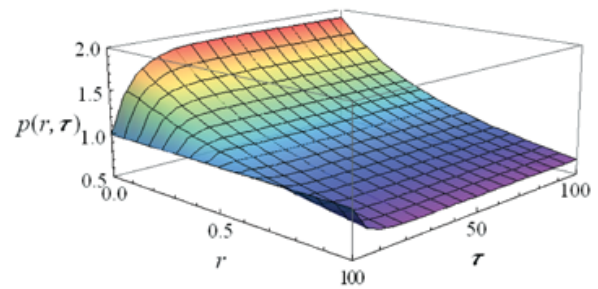
Na rysunku 15 przedstawiono jeszcze zmiany momentu siły tarcia przenoszonego przez sprzęgło dla różnych wartości parametru γ jako funkcję bezwymiarowego czasu τ . W miarę upływu czasu zmniejsza się moment siły tarcia przenoszony przez sprzęgło. W stanie ustalonym wartości momentu siły tarcia przenoszonego przez sprzęgło przyjmują ustalone wartości zależne od parametru γ .

Poniżej przedstawione zostały przykładowe wyniki numeryczne modelu opisującego zjawiska cieplne w sprzęgle ciernym. Na początek rozważono przypadek równomiernie rozłożonych nacisków na całej powierzchni styku okładzin ciernych sprzęgła. Rysunek 16 przedstawia rozkłady temperatury bezwymiarowej $T(r, \infty)$ w stanie ustalonym, tzn. gdy rozkłady

a) $\gamma = 0$

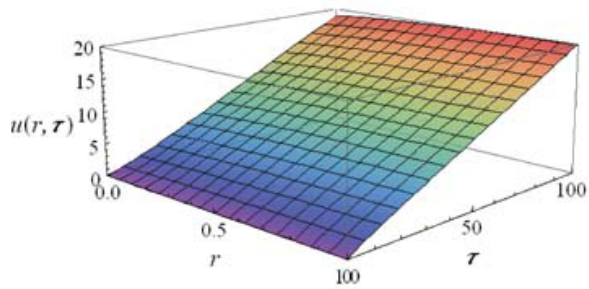


b) $\gamma = 0.01$

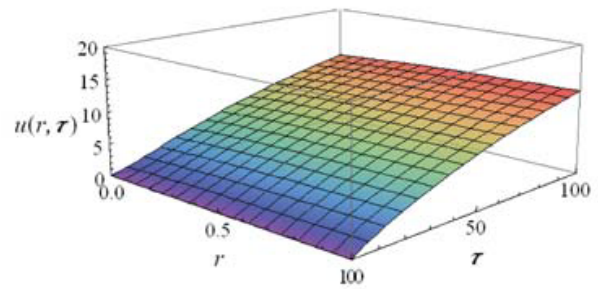


Rys. 13. Ewolucje czasowe ciśnienia stykowego.

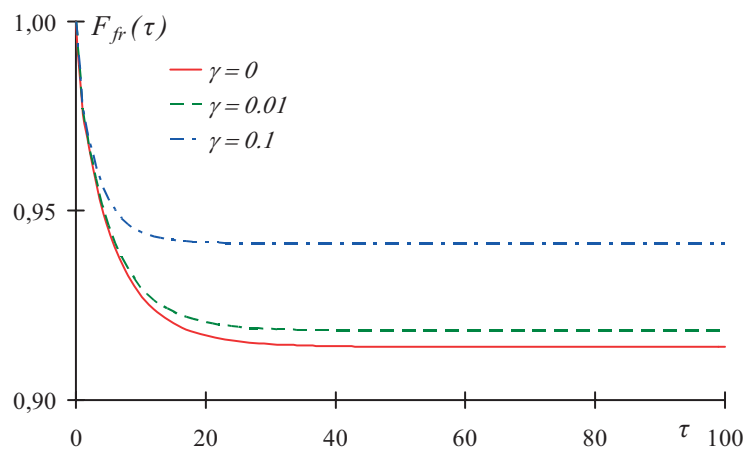
a) $\gamma = 0$



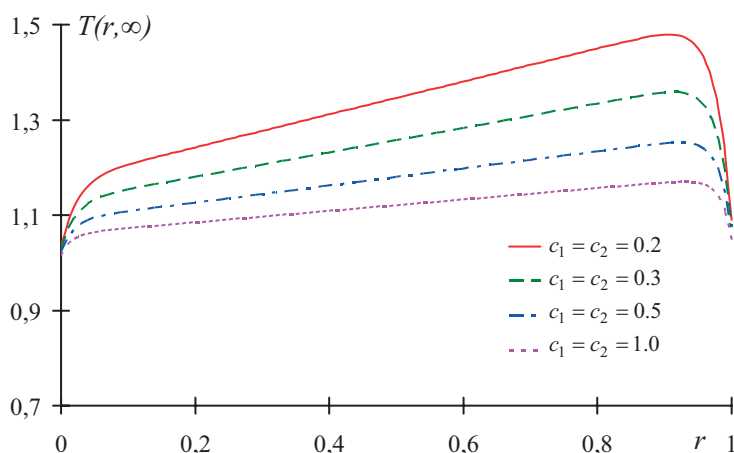
b) $\gamma = 0.01$



Rys. 14. Ewolucje czasowe zużycia całkowitego okładzin.



Rys. 15. Zmiany momentu siły tarcia przenieszonego przez sprzęgło.



Rys. 16. Ustalony rozkład temperatury na powierzchni styku okładzin.

te mają stały, niezależny od czasu rozkład na całej powierzchni styku okładzin. Obliczenia przeprowadzono dla różnych wartości bezwymiarowych parametrów $c_1 = c_2$ charakteryzujących rozważany układ i związanych z przewodnościami cieplnymi okładzin.

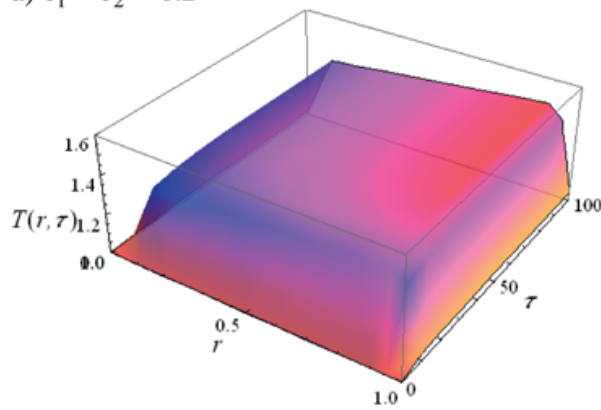
W tym przypadku rozkłady temperatury osiągają stan ustalony. Wewnątrz powierzchni styku okładzin temperatura zmienia się liniowo z promieniem r , podczas gdy na granicach styku okładzin temperatura jest znacznie mniejsza. Dla większych wartości c_1 i c_2 , odpowiedzialnych za przewodności cieplne okładzin temperatury w stanie ustalonym są mniejsze niż dla mniejszych wartości tych parametrów.

Na rysunku 17 przedstawiono ewolucje czasowe otrzymanych wcześniej ustalonych rozkładów temperatury.

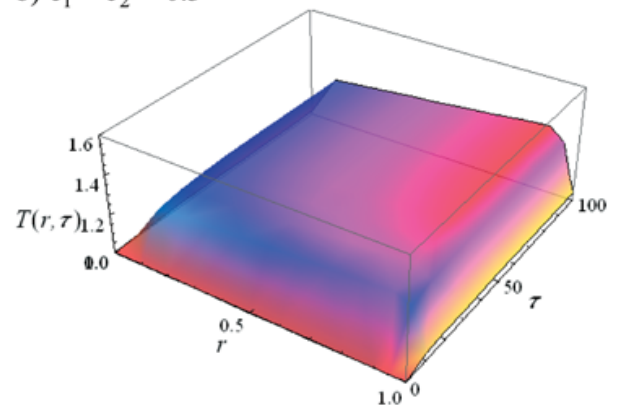
Analizę numeryczną modelu matematycznego opisującego zjawiska cieplne w sprzęgle ciernym przeprowadzono również dla przypadku ustalonego rozkładu nacisków na powierzchni styku okładzin sprzęgła o postaci $p(r, \tau) = A r$, gdzie $A = const$. Rysunek 18 przedstawia ustalone rozkłady temperatury na powierzchni okładzin sprzęgła dla różnych wartości parametrów c_1 i c_2 .

Rozkłady temperatury osiągają stan ustalony ze względu na ustalenie się równowagi cieplnej pomiędzy wytwarzanym w sprzęgle ciepłem a ciepłem przekazywanym do otoczenia okładzin, tzn. do tarcz sprzęgła oraz otaczającego je ośrodka (np. powietrza). Wewnątrz powierzchni styku okładzin temperatura jest stała niezależnie od promienia r , podczas gdy na granicach styku okładzin temperatura jest znacznie mniejsza. To zmniejszenie się temperatury na granicach styku okładzin wynika z wymiany ciepła pomiędzy okładzinami a otaczającym powietrzem. Ponadto dla większych wartości parametrów c_1 i c_2 temperatury w stanie ustalonym są mniejsze niż dla mniejszych wartości tych parametrów. Wynika to z większej prędkości rozchodzenia się w okładzinach ciepła co powoduje szybszy odpływ energii cieplnej z wewnętrznej części styku na jego granice, gdzie ciepło jest oddawane do otoczenia.

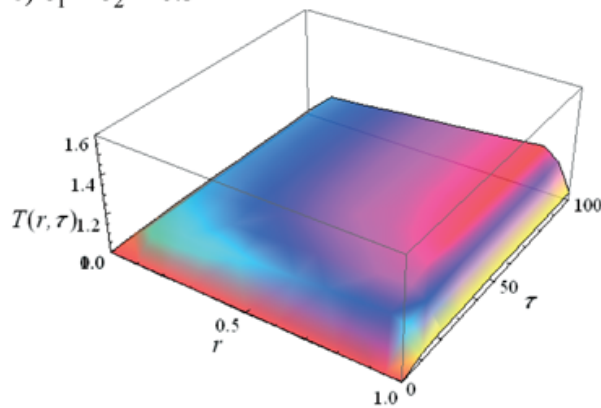
a) $c_1 = c_2 = 0.2$



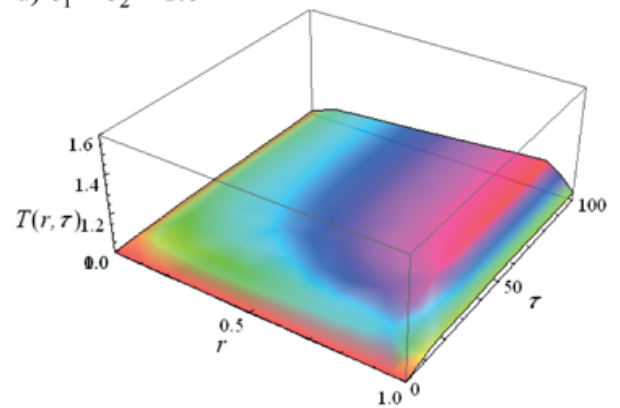
b) $c_1 = c_2 = 0.3$



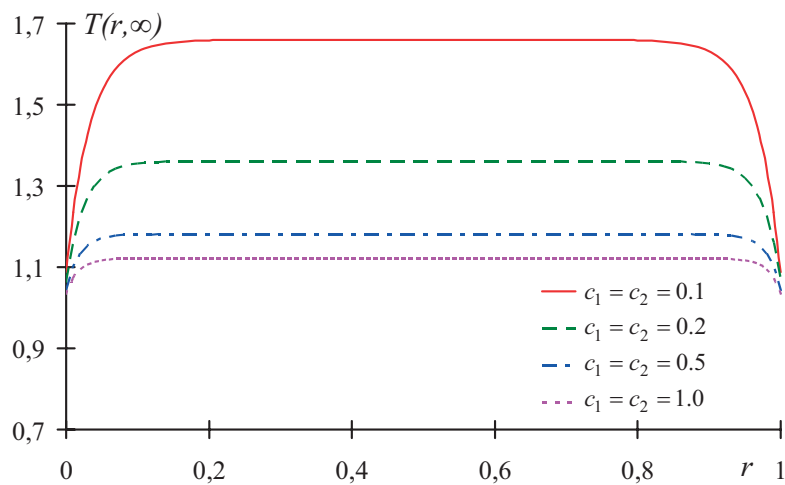
c) $c_1 = c_2 = 0.5$



d) $c_1 = c_2 = 1.0$



Rys. 17. Ewolucje czasowe rozkładów temperatury na powierzchni okładzin.



Rys. 18. Ustalone rozkłady temperatury na powierzchni styku okładzin.

7. Podsumowanie i wnioski końcowe

Przedstawiona praca poświęcona została badaniu zjawisk i procesów tribologicznych na styku powierzchni okładzin mechanicznego sprzęgła ciernego. Przedstawione wyniki dotyczyły zarówno procesów zużywania okładzin ciernych jak i procesów wytwarzania i rozchodzenia się w sprzęgle ciernym ciepła w wyniku tarcia. Do modelowania i symulacji komputerowych procesów zużywania zastosowano ogólny nieliniowy różniczkowy model zużycia, gdzie prędkość zużycia jest nieliniową funkcją ciśnienia stykowego i prędkości ślizgania. Ponadto do modelowania i symulacji komputerowych procesów zużywania zastosowano również całkowity model zużycia uwzględniający procesy dziedziczenia i pamięci. W czasie sumulacji zjawisk cieplnych w sprzęgle uwzględniono nierównomierny rozkład strumienia wytwarzanego ciepła, przewodnictwo cieplne poszczególnych materiałów ciernych oraz przekazywanie ciepła pomiędzy okładzinami ciernymi i ich otoczeniem. Procesy zużywania materiału okładzin ciernych sprzęgła zostały zweryfikowane doświadczalnie, chociaż uzyskane wyniki porównano jedynie z obliczeniami numerycznymi uzyskanymi dla liniowego modelu zużycia. Jednakże udało się wykazać, że zmniejszanie się momentu siły tarcia przenoszonego przez sprzęgło przy stałej sile dociskającej tarcze czy też zmiany rozkładu ciśnienia stykowego zachodzą zgodnie z zaproponowanym modelem matematycznym. Również przeprowadzona prosta jakościowa weryfikacja doświadczalna modelu opisującego procesy cieplne w sprzęgle wskazuje na stosunkowo dobrą zgodność jakościową rozwiązań numerycznych z wynikami badań doświadczalnych. W wyniku przeprowadzonej analizy numerycznej w szerszym zakresie zmian parametrów możliwe było wyznaczenie nierównomiernych rozkładów ciśnienia stykowego jak i zużycia poszczególnych okładzin sprzęgła na powierzchni stykających się materiałów ciernych dla dowolnej chwili czasowej. Pozwala to na lepsze zrozumienie mechanizmów zużywania się okładzin sprzęgła, które wykorzystać można np. do analizy wytrzymałościowej tego typu układów. Uwzględnianie zmian rozkładu ciśnienia stykowego pozwala na dokładniejsze wyznaczenie momentu siły tarcia przenoszonego przez sprzęgło. Przedstawiony model opisujący zjawiska cieplne w sprzęgle pozwolił na wyznaczenie rzeczywistych rozkładów temperatury na powierzchni styku okładzin ciernych sprzęgła, co potwierdzone zostało doświadczalnie przy pomocy prostego eksperymentu. Jednoczesne modelowanie zjawisk tarciovych, procesów zużywania oraz procesów wytwarzania i rozchodzenia się w sprzęgle ciepła pozwala na dokładniejsze wyznaczenie momentu siły tarcia, przez co możliwe jest dokładniejsze prognozowanie dynamiki całego układu napędowego, który zawiera rozważane w pracy sprzęgło, w tym dynamiki pojazdów.

Acknowledgement. The work has been supported by the Ministry of Science and Higher Education of Poland under the grant No. 0040/B/T02/2010/38 for years 2010-2012 and MASTER Program of the Foundation for Polish Science for years 2010-2012.

Literatura

- [1] ALEXANDROV V.M., ANNAKULOVA G.K., *Contact problem of the thermoelasticity with wear and frictional heat generation*, Treniye i Iznos, 11, 1990, 24-28. (w jęz. rosyjskim)
- [2] ARCHARD J.F., *Contact and rubbing of flat surface*, J. Applied Physics, 24(8), 1953, 981-988.