

**Problematyka prac geodezyjnych związanych z budową kolei gondolowych  
na przykładzie budowy takiej kolei na Jaworzynę Krynicką w Krynicy**

Stanisław Latoś, Edward Preweda

Akademia Górniczo Hutnicza w Krakowie  
Wydział Geodezji Górniczej i Inżynierii Środowiska  
Katedra Informacji o Terenie

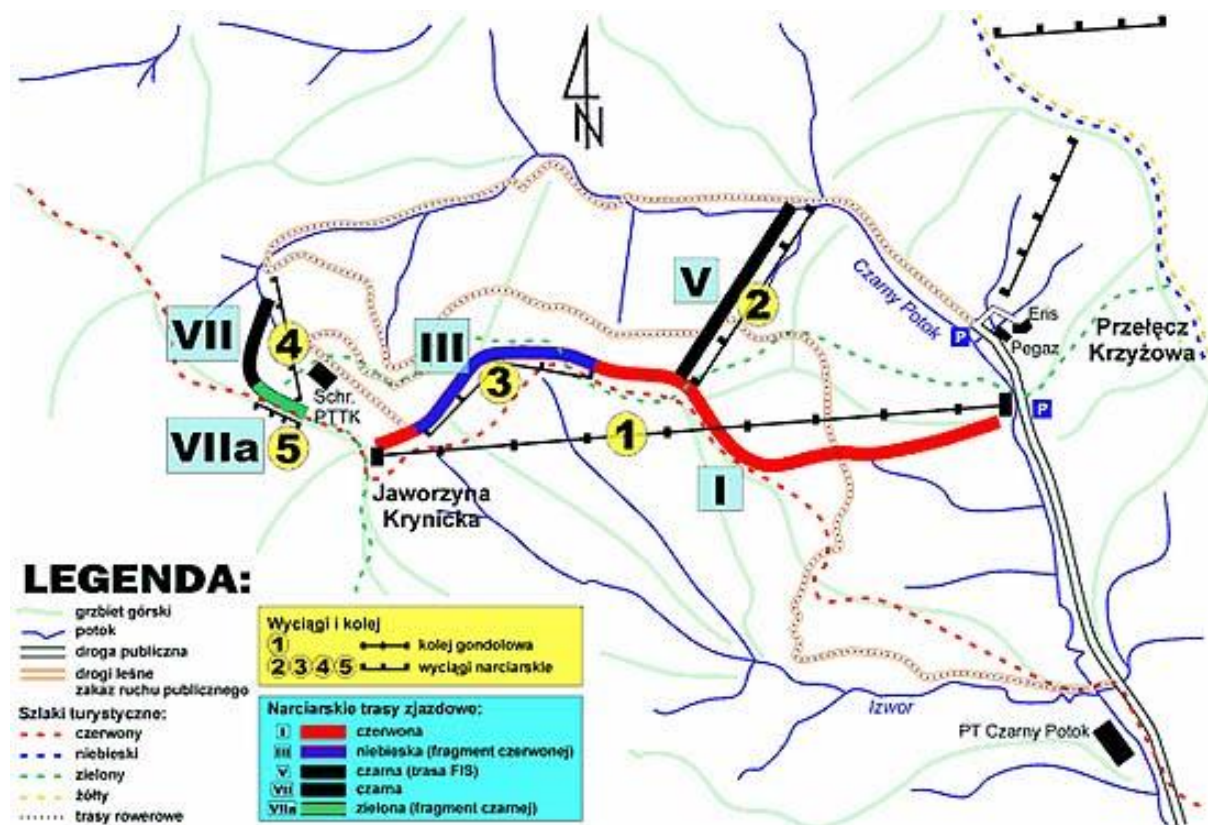
## **1. Wprowadzenie**

W ostatnich latach w Polsce, podobnie jak i w innych krajach świata, coraz częściej występuje potrzeba budowy lub modernizacji obiektów sportowych związanych z uprawianiem turystyki górskiej i narciarstwa. W Polsce przykładem tego jest budowa wielu wyciągów narciarskich, modernizacja kolejki gondolowej na Szyndzielnię oraz kolejki linowej na Kasprowy Wierch, czy wreszcie budowa kompleksu narciarskiego na stokach Jaworzyny Krynickiej, obejmującego kolejkę gondolową oraz wyciągi narciarskie, obsługujące zlokalizowane tam trasy narciarskie o łącznej długości około 13 km i o różnym stopniu trudności (rys. 1). Podobny kompleks narciarski, również z kolejką gondolową, projektowany jest do realizacji w Świeradowie. Budowa dwóch kolejek gondolowych na zboczach pasma gubałowskiego w Zakopanem przewidziana jest w projekcie realizacji infrastruktury sportowej, opracowanym w związku ze staraniem się o przyznanie Polsce organizacji Zimowych Igrzysk Olimpijskich w roku 2006.

Realizacja omawianych inwestycji, oprócz rozpracowania wielu problemów natury czysto technicznej (konstrukcyjnych i montażowych), wymaga również rozwiązania zagadnień prawno-ekonomicznych (uregulowanie stanu prawnego nieruchomości przeznaczonych pod te obiekty, oszacowanie opłacalności ich realizacji czy uzgodnienia ich lokalizacji z wymaganiami ochrony naturalnego środowiska) oraz problemów geodezyjnych, związanych z obsługą w czasie ich modernizacji czy budowy, kontroli stanu bezpieczeństwa w czasie ich eksploatacji czy wreszcie podczas przeprowadzania ich konserwacji i remontów.

Problemy geodezyjne występują szczególnie na etapie zakładania osnów geodezyjnych, o wymaganej wysokiej dokładności wyznaczenia położenia ich punktów, niezbędnych dla obsługi budowy i funkcjonowania kolejek linowych. Wynikają one zarówno z charakteru tych budowli, wysokich wymagań dokładnościowych lokalizacji i montażu ich elementów konstrukcyjnych jak i warunków terenowych w jakich kolejki te są budowane.

Pomijając omawianie problematyki technicznej i prawno-ekonomicznej, autorzy niniejszego artykułu pragną rozpatryć w nim tylko problematykę prac geodezyjnych związanych z realizacją tych inwestycji, w tym głównie z założeniem odpowiedniej osnowy geodezyjnej dla ich obsługi w czasie tyczenia, montażu i inwentaryzacji oraz kontroli poprawności funkcjonowania tych kolejek. Problematykę tę przedstawiamy uwzględniając cechy charakterystyczne kolejek linowych, wymagania dokładnościowe ich realizacji oraz warunki terenowe w jakich są one budowane. Szczegółowo pokażemy to na przykładzie budowy pierwszego odcinka kolejki gondolowej na Jaworzynę Krynicką w Krynicy.



Rys. 1 Plan tras narciarskich na górze Jaworzyna

## 2. Cechy osnów geodezyjnych zakładanych dla budowy kolejek linowych wynikające z ich konstrukcji, wymaganej dokładności montażu oraz warunków terenowych w jakich są one zakładane

Każda kolejka linowa jest przestrzennym obiektem liniowym, zlokalizowanym wzdłuż wybranego kierunku, pozwalającym na transport, ludzi lub materiału, wagonikami podwieszonymi na linach zaczepionych w przestrzeni na podporach odpowiedniej konstrukcji i wysokości. Stąd osnowa geodezyjna dla obsługi jej budowy powinna mieć cechy analogiczne, to znaczy powinna to być przestrzenna konstrukcja o charakterze liniowym, rozciągnięta wzdłuż projektowanego kierunku przebiegu kolejki.

Punkty podparcia (zaczepienia) wspomnianych lin na poszczególnych podporach, ustawianych pomiędzy stacjami kolejki umieszczonymi na jej początku i końcu, powinny być z wymaganą dokładnością położone w jednej płaszczyźnie pionowej na ustalonej wysokości. Najczęściej dokładność ta charakteryzowana jest średnim błędem wyznaczenia położenia tych punktów w i na tej płaszczyźnie<sup>1</sup>. W związku z tym, dla wyznaczenia z wymaganą dokładnością położenia poziomego podpór i punktów podparcia lin kolejki, zakłada się odpowiedniej dokładności osnowę poziomą, zaś dla zadania im wymaganych wysokości - odpowiednio dokładną osnowę wysokościową. W praktyce, osnowy te tworzą te same, odpowiednio rozmieszczone i utrwalone w terenie punkty których położenie w każdej

<sup>1</sup> Różne firmy konstrukcyjno-montażowe tych kolei dla konkretnych obiektów określają wartość tego błędu na poziomie 1 do 2 cm.

z wymienionych płaszczyzn wyznaczane jest w tej sieci technologią najbardziej optymalną w istniejących warunkach terenowych.

Kolejki linowe, o długości zazwyczaj rzędu kilku kilometrów, podzielone najczęściej na poszczególne odcinki<sup>2</sup> i przęsła<sup>3</sup>, budowane są przeważnie w terenach górzystych. Tereny te w dolnej partii są najczęściej zalesione, zaś w górnej - poprzecinane żlebami i grzbietami, w zależności od warunków klimatycznych panujących na terenie realizacji kolejki i wysokości jego położenia ponad poziom morza. Jej budowa w części zalesionej wymaga więc wykonywania odpowiedniej szerokości przecinki leśnej, wzdłuż trasy przebiegu kolejki. Ze względów ekologicznych i ekonomicznych dąży się do tego, aby szerokość tej przecinki była najmniejsza z możliwych do wybudowania i poprawnego funkcjonowania kolejki. Bywa ona najczęściej rzędu kilkunastu metrów (rzadko powyżej 25-ciu).

Nachylenie terenu wzdłuż poszczególnych przęseł, zmniejszane częściowo poprzez dobór odpowiedniej wysokości i miejsca lokalizacji sąsiadujących podpór, zmienne zarówno co do kierunku jak i wielkości, może dochodzić do kilkudziesięciu stopni. Podobne, choć najczęściej mniejsze jest średnie nachylenie terenu wzdłuż całej trasy kolejki czy jej odcinków. Wysokości bezwzględne położenia miejsc budowy stacji oraz poszczególnych podpór kolejki sięgają najczęściej wartości od 0.5 do kilku kilometrów, a ich różnice, pomiędzy punktami zmian kierunku nachylenia terenu, dochodzą do kilkuset metrów.

Wszystkie przedstawione powyżej uwarunkowania wskazują, że najwłaściwszą, uzasadnioną technicznie i ekonomicznie, technologią wyznaczania położenia punktów osnów, zakładanych dla budowy tych kolejek, w płaszczyźnie poziomej powinna być poligonizacja (pojedynczy ciąg poligonowy lub zespół takich ciągów, przebiegających równolegle lub nawzajem się przenikających), zaś w płaszczyźnie pionowej - niwelacja trygonometryczna, prowadzona wzdłuż elementów konstrukcyjnych sieci poziomej. Znając zalety i wady tych technologii, problemem zasadniczym jest ustalenia, jak wyeliminować lub ograniczyć te wady poprzez wybór odpowiedniej konstrukcji geometrycznej tych sieci oraz ustalenie technologii i dopuszczalnych błędów pomiaru ich elementów, tak aby zapewnić możliwość wytyczenia wspomnianych punktów podparcia lin kolejki na poszczególnych jej podporach wzdłuż całej trasy jej przebiegu z wymaganą dokładnością oraz możliwość poprawnego jej funkcjonowania, zarówno w czasie budowy kolejki jak i jej eksploatacji.

### **3. Wstępne analizy dokładnościowe uznanych za optymalne konstrukcji sieci poziomych i wysokościowych**

#### **3.1 Wstęp**

Niezależnie od przyjętej technologii, dla wyznaczenie położenia punktów omawianych osnów, należy połączyć je w sieci geometryczne i pomierzyć w nich, z wymaganą dokładnością, odpowiednie jej elementy. W sieciach przyjętych powyżej za najwłaściwsze, należy pomierzyć z ustaloną dokładnością odpowiednie długości, kąty poziome i pionowe oraz wysokości ustawienia przyrządów pomiarowych nad ich punktami i wyznaczyć wysokość conajmniej jednego z tych punktów.

Geometria projektowanej sieci powinna pozwolić na eliminację lub ograniczenie znanych cech ujemnych tych technologii do których zaliczyć należy małą sztywność pojedynczego ciągu poligonowego i niekorzystny rozkład składowych błędów wyznaczanych

---

<sup>2</sup> Część kolejki pomiędzy dwoma bezpośrednio sąsiadującymi stacjami, rzędu około 2 km.

<sup>3</sup> Odcinek kolejki pomiędzy dwoma bezpośrednio sąsiadującymi podporami, długości rzędu od 5 do 200 metrów.

w nim punktów (szczególnie w ciągach o dużej liczbie punktów i w sieciach zbudowanych z takich ciągów) oraz stosunkowo dużą niepewność wyznaczenia różnic wysokości - w niwelacji trygonometrycznej. Mała sztywność pojedynczego ciągu poligonowego, proponowanego w tym przypadku jako konstrukcji nawiązanej jednopunktowo z orientacją, wynika z braku w nim obserwacji nadliczbowych zaś niekorzystny rozkład wyznaczenia położenia jego punktów jest spowodowany głównie wpływem ograniczonej dokładności pomiaru kątów jego załamania, znacznie trudniejszej dziś do zwiększenia niż w pomiarach liniowych. Niepewność wyznaczenia wartości różnic wysokości w niwelacji trygonometrycznej wynika z braku poprawnego modelu matematycznego opisującego wpływ refrakcji pionowej na dokładność pomiaru kątów pionowych, szczególnie na terenach górskich. Na tych terenach istotna jest również dokładna znajomość składowych odchyłeń pionów i ich wpływ na wartość mierzzonego kąta pionowego.

Niektóre wymienione powyżej wady można, jeśli nie wyeliminować, to znacznie ograniczyć poprzez nadanie projektowanej osnowie odpowiedniego kształtu geometrycznego oraz wzmocnienie jej poprzez zaprojektowanie dodatkowych obserwacji usztywniających (wzmacniających). W każdym przypadku nie wyeliminujemy jednak pewnych błędów systematycznych obarczających wyniki pomiarów ze względu na nieuwzględnienie takich zjawisk jak odchylenia pionów, czy przyjęcie niezbyt poprawnego współczynnika refrakcji, niestosowanie dostatecznie ścisłych wzorów na obliczenie różnic wysokości wyznaczanych metodą niwelacji trygonometrycznej, oraz przypadkowych, wynikających z ograniczonej dokładności wyznaczania wielkości tych zjawisk lub ograniczonej dokładności pomiaru tych elementów z których różnice te liczymy.

Poniżej rozpatrzmy kolejno każdy z tych problemów.

### **3.2 Wstępne analizy dokładnościowe wybranych konstrukcji sieci poziomych**

Dla ustalenia wpływu kształtu sieci poziomej na dokładność wyznaczenia położenia jej punktów przeprowadzono wstępne analizy dokładności następujących konstrukcji, o optymalnych do realizacji w terenie długościach boków, równych kolejno 0.25 i 0.50 km i ich liczbie odpowiednio: 12 i 6, rozciągniętych na odległość 3 km:

- pojedynczego ciągu typowego nawiązanego jednostronnie (rys. 2),
- sieci zbudowanych z trzech przebiegających równolegle względem siebie, w odległości 12 m, ciągów o konstrukcji omówionej powyżej, wzmocnionych między sobą konstrukcyjnie obserwacjami liniowymi, kątowymi lub kątowymi i liniowymi (rys. od 3 do 5)<sup>4</sup>.

Do analiz przyjęto błędy pomiaru elementów tych sieci, możliwe do uzyskania przy zastosowaniu do obserwacji spotykanych w produkcji najwyższej klasy tachimetrów elektronicznych. Pod względem dokładności każdą z analizowanych sieci scharakteryzowano za pomocą wartości błędów średnich  $m_x$  i  $m_y$ , których wartości liczbowe wyznaczono z zależności

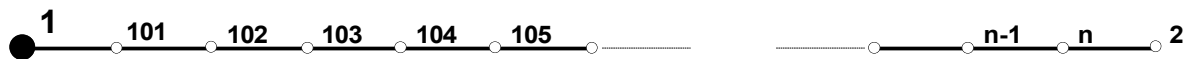
$$m_x = \sqrt{V(X)}; \quad m_y = \sqrt{V(Y)}$$

gdzie  $V(X)$ ,  $V(Y)$  oznaczają wariancje odpowiedniej zmiennej (X lub Y)<sup>5</sup>.

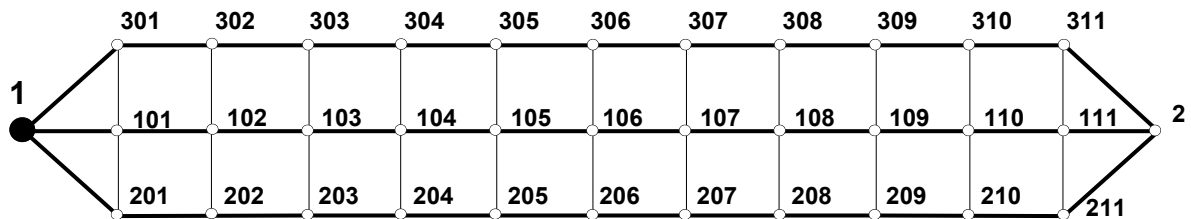
---

<sup>4</sup> Przedstawione na rysunkach od 2 do 5 konstrukcje dotyczą sieci o bokach 0.25 km. Ich kształt i konstrukcja będą analogiczne przy bokach o długości 0.5 km.

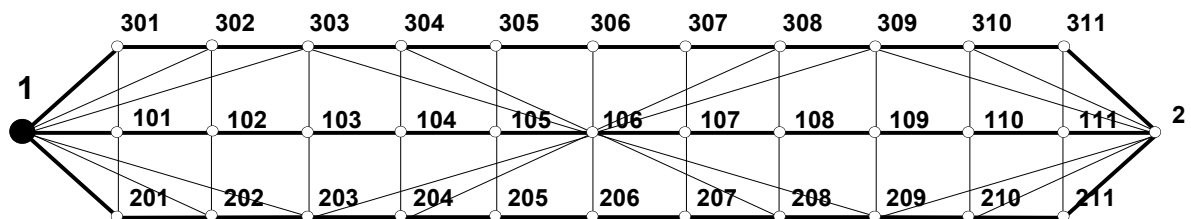
<sup>5</sup> Wyniki wstępnych analiz dokładnościowych innych konstrukcji, które mogą mieć zastosowanie przy realizacji kolejek linowych, autorzy zamieścili w pracy [1].



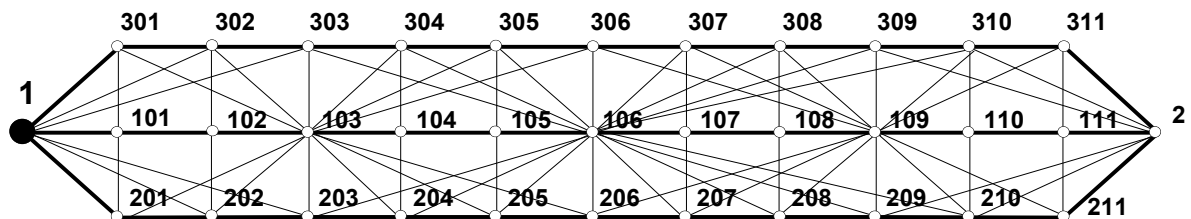
Rys 2. Ciąg typu CP1



Rys 3. Sieć typu S3a/250



Rys 4. Sieć typu S3b/250



Rys 5. Sieć typu S3c/250

Wszystkie obliczenia wykonano w lokalnym układzie współrzędnych zdefiniowanym tak, że oś  $y$  pokrywa się z kierunkiem przebiegu ciągów, przyjmując raz jako kierunek nawiązania kierunek pierwszego boku ciągu poligonowego lub środkowego (kierunek 1- 101), a następnie - kierunek na punkt ostatni tych ciągów (1 - 2). Otrzymane z obliczeń wartości maksymalne rozpatrywanych błędów zestawiono:

- dla ciągu pojedynczego (rys. 2) - w tabeli 1,
- dla sieci trzech ciągów (rys. 3) - w tabeli 2,
- dla sieci trzech ciągów wzmocnionych jak na rysunku 4 - w tabeli 3,
- dla sieci trzech ciągów wzmocnionych jak na rysunku 5 - w tabeli 4.

Wyniki badań modelowych ciągów CP 1-101 oraz CP 1-2

Tabela 1

Typ sieci	Dług. boku [km]	Liczba pkt. wyznacz.	Liczba obserwacji			Założone błędy pom.		Wartości maksymalnych błędów śr. w [cm]			
			projektowanych		nadliczb- bowych	kąta [ ° ]	dług. [mm]	Dla ciągu CP 1-101		Dla ciągu CP 1-2	
			kątów	boków				mx	my	mx	my
CP1/250	0.250	12	12	12	0	10	5	54.5	1.7	14.6	1.7
						5	5	27.3	1.7	7.3	1.7
						3	5	16.4	1.7	4.4	1.7
						3	3	16.4	1.0	4.4	1.0
CP1//500	0.500	6	6	6	0	5	5	18.0	1.2	5.3	1.2
						3	5	10.8	1.2	3.2	1.2
						2	5	7.2	1.2	2.1	1.2
						2	3	7.2	0.7	2.1	0.7

Wyniki badań modelowych sieci typu S3a 1-101 i S3a 1-2

Tabela 2

Typ sieci	Dług. boku [km]	Liczba pkt. wyznacz.	Liczba obserwacji			Założone błędy pom.		Wartości maksymalnych błędów śr. w [cm]			
			projektowanych		nadliczb- bowych	kąta [ ° ]	dług. [mm]	Dla sieci S3a 1-101		Dla sieci S3a 1-2	
			kątów	boków				mx	my	mx	my
S3a/250	0.250	34	38	58	62	10	5	31.2	1.1	8.3	1.1
						5	5	15.9	1.1	4.2	1.1
						3	5	9.7	1.1	2.5	1.1
						3	3	9.5	0.6	2.5	0.6
S3a//500	0.500	16	20	28	16	5	5	10.4	0.7	3.1	0.7
						3	5	6.4	0.7	1.9	0.7
						2	5	4.3	0.7	1.3	0.7
						3	3	4.2	0.4	1.2	0.4

Wyniki badań modelowych sieci typu S3b-101 i S3b-2

Tabela 3

Typ sieci	Dług. boku [km]	Liczba pkt. wyznacz.	Liczba obserwacji			Założone błędy pom.		Wartości maksymalnych błędów śr. w [cm]			
			projektowanych		nadliczb- bowych	kąta [ ° ]	dług. [mm]	Dla sieci S3b 1-101		Dla sieci S3b 1-2	
			kątów	boków				mx	my	mx	my
S3b/250	0.250	34	62	82	76	10	5	16.6	0.6	5.5	0.6
						5	5	9.4	0.6	3.0	0.6
						3	5	6.3	0.6	1.9	0.6
						3	3	5.7	0.3	1.8	0.4
S3b//500	0.500	16	36	42	46	5	5	6.6	0.5	2.4	0.5
						3	5	4.2	0.5	1.5	0.5
						2	5	3.0	0.5	1.1	0.5
						3	3	2.7	0.3	1.0	0.3

Typ sieci	Dług. boku [km]	Liczba pkt. wyznac.	Liczba obserwacji			Założone błędy pom.		Wartości maksymalnych błędów śr. w [cm]			
			projektowanych		nadlicz-bowych	kąta ["]	dług. [mm]	Dla sieci S3c 1-101		Dla sieci S3c 1-2	
			kątów	boków				mx	my	mx	my
S3c/250	0.250	34	76	102	110	10	5	13.6	0.5	3.7	0.5
						5	5	7.9	0.5	1.9	0.5
						3	5	5.5	0.5	1.2	0.5
						3	3	4.8	0.3	1.1	0.3
S3c/500	0.500	16	40	47	55	5	5	5.3	0.5	1.5	0.5
						3	5	3.5	0.5	0.9	0.5
						2	5	2.6	0.5	0.7	0.5
						3	3	2.3	0.3	0.6	0.3

Z danych zawartych w tabelach od 1 do 4 wynika, że:

- nie można zrealizować rozpatrywanej osnowy o wymaganym parametrze dokładnościowym w postaci pojedynczego ciągu poligonowego,
- wymaganej dokładności nie zapewnia również sieć o konstrukcji przedstawionej na rysunku 3,
- rezultat pozytywny uzyskano dopiero przy analizie konstrukcji przedstawionych na rysunkach 4 i 5, przy czym, dla uzyskania dokładności stawianych analizowanym sieciom niezbędne jest wykonanie pomiaru kątów poziomych z wysoką dokładnością ( 2''- 3''),
- dokładność pomiaru odległości, przy spełnieniu postulatu wysokiej dokładności pomiaru kątów, może być rzędu 5 mm,
- maksymalny błąd wyznaczenia współrzędnej x (w przyjętym układzie współrzędnych jak wyżej) zależy w istotnej mierze od tego, który z kierunków przyjmujemy za stały na etapie uzgadniania obserwacji.

### 3.3. Analiza dokładności wyznaczenia wysokości punktów w sieciach niwelacji trygonometrycznej

Dopuszczalny błąd wyznaczenia wysokości punktu geodezyjnej osnowy wysokościowej zakładanej dla budowy kolejek linowych jest uzależniony z jednej strony od wymaganej dokładności wyznaczenia położenia pionowego punktów podparcia lin kolejki, z drugiej zaś od wymaganej dokładności wyznaczenia elementów niezbędnych do przeprowadzenia redukcji długości przestrzennych, mierzonych w zakładanej równoległej geodezyjnej osnowie poziomej. Wymóg pierwszy sprowadza się do zapewnienia wyznaczenia z punktów tej osnowy wspomnianych punktów podparcia lin kolejki z błędem rzędu 1 cm, drugi zaś osadza się na potrzebie wyznaczenia wysokości punktów ograniczających mierzone przestrzenne długości z takim błędem, aby obliczona na ich podstawie wartość sumaryczna poprawek redukcyjnych była obciążona błędem niższym od błędu standardowego użytego w tym celu dalmierza elektromagnetycznego. Zważywszy, że do pomiaru długości tego typu sieci używać będziemy dokładnych dalmierzy, można przyjąć, że błąd sumarycznej poprawki nie powinien przekraczać wartości 1 mm.

Rozpatrzymy najpierw problem drugi, aby przekonać się, czy niwelacja trygonometryczna może spełnić wymagania dokładnościowe (zawsze lub przy jakich ograniczeniach).

Przy zakładaniu typowych poziomych osnów geodezyjnych na dużych obszarach, rozwiązywanych na płaszczyźnie w przyjętym odwzorowaniu, długość  $s_0$  na tej płaszczyźnie, odpowiadająca zmierzonej przestrzennie długości  $d$ , obliczamy z zależności

$$s_0 = d + r_e + r_p + r_m + r_s + r_o \quad (1)$$

gdzie  $r$  z odpowiednią literą oznacza następujące poprawki:

- $r_e$  - z tytułu ekscentrycznego ustawienia przyrządów pomiarowych,
  - $r_p$  - ze względu na pochylenie linii pomiaru,
  - $r_m$  - na redukcję mierzonej odległości na powierzchnię odniesienia,
  - $r_s$  - ze względu na przejście z długości cięciwy  $s'$  na długość łuku  $s$ .
  - $r_o$  - ze względu na przyjęte odwzorowanie
- uwzględniane z odpowiednim znakiem.

Z uwagi na fakt, że sieci zakładane dla budowy kolejek linowych będą rozwiązywane jako sieci lokalne, o długościach nie większych niż 1.5 km, mierzonych głównie ze stanowisk wybieranych centrycznie, zależność (1) przyjmie postać (2)

$$s_0 = d + r_p + r_m \quad (2)$$

Dla spełnienia przyjętego powyżej założenia odnośnie błędu wyznaczenia sumarycznej poprawki ( $r_p + r_m$ ) - zgodnie z prawem przenoszenia się błędów - rozpatrzmy zależność

$$(1 \text{ mm})^2 \leq m_{r_p}^2 + m_{r_m}^2, \quad (3)$$

a przy założeniu  $m_{r_p} = m_{r_m} = m_r$

$$m_r \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ mm} \quad (4)$$

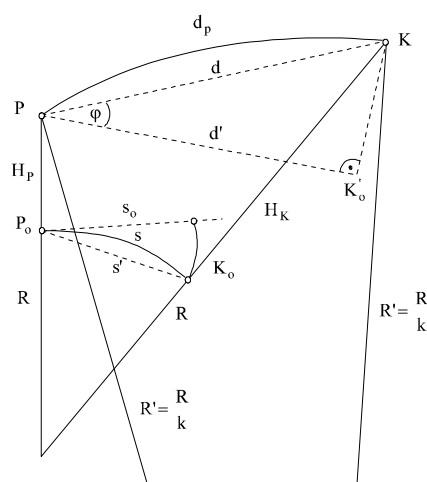
Wartości liczbowe poszczególnych poprawek wyznaczamy z zależności

$$r_p = \frac{\Delta H^2}{2d} + \frac{\Delta H^4}{2d^3} \quad (5)$$

oraz

$$r_m = \frac{H_s d}{R} - \frac{H_s \Delta H^2}{2Rd} \quad (6)$$

gdzie:  $H_s = \frac{H_p + H_K}{2}$ ,  $\Delta H = H_K - H_p$ ,  $R$  - promień kuli ziemskiej (rys. 6).



Rys. 6 Geometryczny obraz redukcji długości przestrzennej



Stosując prawo przenoszenia się błędów średnich do zależności (5) i (6), po pominięciu nieistotnych wyrazów wyższego rzędu, otrzymamy

$$m_{r_p}^2 = \left(\frac{\Delta H}{d}\right)^2 m_{\Delta H}^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta H}{d}\right)^4 m_d^2 \quad (7)$$

oraz

$$m_{r_m}^2 = \left(\frac{d}{R}\right)^2 m_{H_s}^2 + \left(\frac{H_s}{R}\right)^2 m_d^2 + \left(\frac{H_s d}{R^2}\right)^2 m_R^2 \quad (8)$$

Analizując powyższe wzory można stwierdzić, że w warunkach występujących przy realizacji omawianych osnów, drugi człon w zależności (7) oraz drugi i trzeci w zależności (8) mogą być pominięte jako nieistotne. Możemy zatem napisać

$$m_{r_p} = \frac{\Delta H}{d} m_{\Delta H} \quad (9)$$

oraz

$$m_{r_m} = \frac{d}{R} m_{H_s} \quad (10)$$

a po uwzględnieniu zależności (4) otrzymujemy

$$m_{\Delta H} \leq \frac{d}{\sqrt{2\Delta H}} \text{ [mm]} \quad (11)$$

oraz

$$m_{H_s} \leq \frac{R}{\sqrt{2d}} \text{ [mm]} \quad (12)$$

Pamiętając, że  $H_s = \frac{H_p + H_k}{2}$ , a  $\Delta H = H_k - H_p$  oraz, że w praktyce  $m_{H_p} = m_{H_k} = m_H$ , na wyznaczenie wartości  $m_H$  uzyskujemy, na podstawie wzoru (11)

$$m_H \leq \frac{d}{2\Delta H} \text{ [mm]} \quad (13)$$

oraz, na podstawie wzoru (12)

$$m_H \leq \frac{R}{d} \text{ [mm]} \quad (14)$$

Dla rozpatrywanych, najbardziej niekorzystnych, wielkości występujących we wzorach na  $m_H$  otrzymamy wartość 2.5 mm oraz 1840 mm. Z porównania obu wartości wynika, że warunek (12) będzie spełniony, i to z olbrzymią rezerwą, jeśli wysokość H będzie wyznaczona z dokładnością wymaganą do redukcji długości do poziomu. Wynika stąd wniosek, że zależności (4), (13) i (11) można napisać w postaci

$$m_r \leq 1 \text{ [mm]} \quad (15)$$

$$m_H \leq \frac{d}{\sqrt{2\Delta H}} \text{ [mm]} \quad (16)$$

$$m_{\Delta H} \leq \frac{d}{\Delta H} \text{ [mm]} \quad (17)$$

Przy przyjętych maksymalnych niekorzystnych wielkościach, rozpatrywane błędy nie powinny przekraczać wartości:  $m_H \leq 3.5 \text{ mm}$  zaś  $m_{\Delta H} \leq 5 \text{ mm}$ . Nie trudno zauważyć, że uzyskane błędy zapewniają równocześnie wymaganą dokładność wyznaczenia wysokości punktów podparć lin kolejki podczas ich montażu, chociaż ich uzyskanie w niwelacji trygonometrycznej może okazać się trudne lub wręcz niemożliwe. Powstaje więc problem, czy i w jaki sposób mogą być one osiągnięte.

Dokładność wyznaczenia, metodą niwelacji trygonometrycznej, wysokości punktów czy ich różnicy zależy od:

- stopnia ścisłości używanych w tym celu wzorów oraz
  - błędów wyznaczenia wielkości elementów występujących w tych wzorach,
- przy czym czynnik pierwszy obarcza obliczane wielkości błędem systematycznym, drugi zaś - przypadkowym.

Znany najbardziej ścisły wzór na wyznaczenie różnicy wysokości punktów rozpatrywaną technologią ma postać

$$\Delta H = d \left( 1 + \frac{H_s}{R} \right) \operatorname{tg} \varphi + \frac{d^2}{2R} \frac{1-k}{\cos^2 \varphi} + i - s \quad (18)$$

gdzie:

- $d$  - odległość pozioma pomiędzy punktami P i K (rys. 6),
- $\varphi$  - kąt nachylenia tej długości (pionowy),
- $k$  - współczynnik refrakcji,
- $i$  oraz  $s$  - wysokość ustawienia instrumentu ( $i$ ) i sygnału ( $s$ ) nad punktami pomiarowymi,
- $H_s$  i  $R$  - jak wyżej.

Wzór ten został wyprowadzony przy uwzględnieniu warunków zbliżonych do występujących w rozpatrywanych sieciach oraz przy założeniu, że błąd obliczanej nim różnicy wysokości na skutek przyjętych przybliżeń i uproszczeń nie przekracza rzędu 1 mm [3].

Na błąd średni  $m_{\Delta H}$  wartości  $\Delta H$ , obliczonej z zależności (18) po pominięciu nieistotnego wpływu błędu przyjęcia  $R$ , otrzymamy wyrażenie

$$m_{\Delta H}^2 = \left[ \left( 1 + \frac{H_s}{R} \right) \operatorname{tg} \varphi + \frac{d}{\cos^2 \varphi} \frac{1-k}{R} \right]^2 m_d^2 + \left[ \frac{d}{\cos^2 \varphi} \left( 1 + \frac{H_s}{R} + d \operatorname{tg} \varphi \frac{1-k}{R} \right) \right]^2 m_\varphi^2 + \left( \frac{d^2}{2R \cos^2 \varphi} \right)^2 m_k^2 + \left( \frac{d \operatorname{tg} \varphi}{R} \right)^2 m_{H_s}^2 + m_i^2 + m_s^2 \quad (19)$$

Dla najbardziej niekorzystnych rozpatrywanych warunków ( $d = 1.5$  km,  $H_s = 2$  km,  $\varphi = 20^\circ$ ) wartości współczynników przy odpowiednich błędach przyjmą kolejno wartości : 0.360347, 1.0003871, 0.0002004, 0.0000846, 1 i 1. Przyjmując nietrudne do osiągnięcia w praktyce dokładności (błędy) pomiaru czy wyznaczenia poszczególnych elementów ( $m_d = \pm 10$  mm,  $m_\varphi = \pm 5''$ ,  $m_k = \pm 0.05$ ,  $m_{H_s} = \pm 1000$  mm,  $m_i = m_s = \pm 2$  mm), po sprowadzeniu do jednego wymiaru (mm) otrzymamy

$$m_{\Delta H} = \sqrt{0.360347^2 \times 10^2 + 1.0003871^2 \times 0.0000242^2 + 200.4^2 \times 0.05^2 + 0.0000846^2 \times 1000^2 + 2.0^2 + 2.0^2}$$

a po wykonaniu działań pod pierwiastkiem będziemy mieć

$$m_{\Delta H} = \sqrt{12.984 + 586.109 + 100.400 + 0.007 + 4.000 + 4.000} = \pm 27 \text{ mm}$$

Analiza zestawionych powyżej wartości poszczególnych błędów i ich wpływu na dokładność wyznaczonej różnicy wysokości wykazuje, że błąd  $m_{\Delta H}$  w decydującym stopniu jest uzależniony od dokładności pomiaru kąta pionowego oraz wyznaczenia współczynnika refrakcji. W przypadku założenia, że kąt pionowy będziemy mierzyć z błędem rzędu 1'', a współczynnik  $k$  wyznaczymy z błędem  $\pm 0.03$ , zaś błędy pozostałych wielkości pozostaną takie same,  $m_{\Delta H}$  liczone z zależności (19) uzyska wartość  $\pm 9$  mm. Dalsze zmniejszenie wartości błędu  $m_{\Delta H}$  jest możliwe poprzez zastosowanie odpowiedniej technologii pomiaru  $\Delta H$  w sieci oraz odpowiedniej konstrukcji sieci i opracowania wyników. Pamiętać bowiem

należy, że zależność (19) odnosi się do wyznaczonej wartości  $\Delta H$  w tylko jednym kierunku. Nie wolno również przy tym zapominać, że dane te uzyskano dla skrajnie przyjętych wielkości (parametrów), które mogą nie wystąpić w ogóle lub występować tylko w sporadycznych przypadkach. Trzeba zauważyć również, że postawiony na początku tego punktu warunek odnośnie dopuszczalnego błędu wyznaczenia sumarycznej poprawki redukcyjnej do długości mierzonych przestrzennie jest bardzo ostry. Może więc być w pewnym procencie przekroczony.

Występujące na terenach górzystych odchylenia pionów, w przypadku geodezyjnych osnów dla kolejek linowych, mogą być uwzględniane lub eliminowane poprzez zastosowanie odpowiedniej technologii pomiarów oraz opracowywania ich wyników. Wynika to z faktu, że osnowy te są realizowane na małym obszarze, w lokalnym układzie współrzędnych i na przyjętej lokalnie powierzchni odniesienia.

Reasumując powyższe dociekania należy stwierdzić, że przy odpowiedniej technologii pomiarów i obliczeń oraz ustalonych kryteriach dokładności pomiaru kątów pionowych i wyznaczania współczynnika refrakcji, niwelacja trygonometryczna może być stosowana do wyznaczania wysokości punktów osnowy wysokościowej o dokładności wymaganej dla realizacji kolejek gondolowych.

#### **4. Rozwiązanie poziomej i pionowej osnowy geodezyjnej dla budowy kolejki gondolowej na Jaworzynę Krynicką**

##### **4.1 Opis obiektu**

Kolejka zlokalizowana jest w malowniczym Popradzkim Parku Krajobrazowym, jako jeden z podstawowych elementów budowanego na zboczach Jaworzyny Krynickiej kompleksu narciarskiego, który ma objąć oprócz niej kilka wciągnięć oraz 3 czynne już i 5 projektowanych tras zjazdowych, o łącznej długości około 13 km i o zróżnicowanym stopniu trudności (rys. 1). Jest to najdłuższa i najnowocześniejsza kolejka gondolowa w Polsce, która może przewieźć w ciągu godziny 1200 osób w jedną stronę, w wygodnych sześciuosobowych kabinach (rys. 7).



Rys. 7 Widok kabin i podpory

Stanowi ona drugi odcinek, prawie dwukrotnie dłuższej, kolejki która w przyszłości ma połączyć centrum miasta Krynicy ze szczytem Jaworzyny Krynickiej dwoma odcinkami: pierwszy, który oczekuje na realizację (nr 15 na rys. 1), od stacji początkowej, zlokalizowanej w rejonie obiektów sportowych miasta, położonych na wysokości 610 m, poprzez otaczające

je pasmo górskie, do Czarnego Potoku, gdzie na wysokości 650 m zlokalizowano stację pośrednią (rys. 8) - o długości około 2200 m, drugi zaś, już wybudowany, o długości 2210 m. (nr 14 na rys. 1), łączący stację pośrednią i końcową (rys. 9) położoną na szczycie Jaworzyny Krynickiej, na wysokości 1115 m.



Rys. 8 Stacja pośrednia



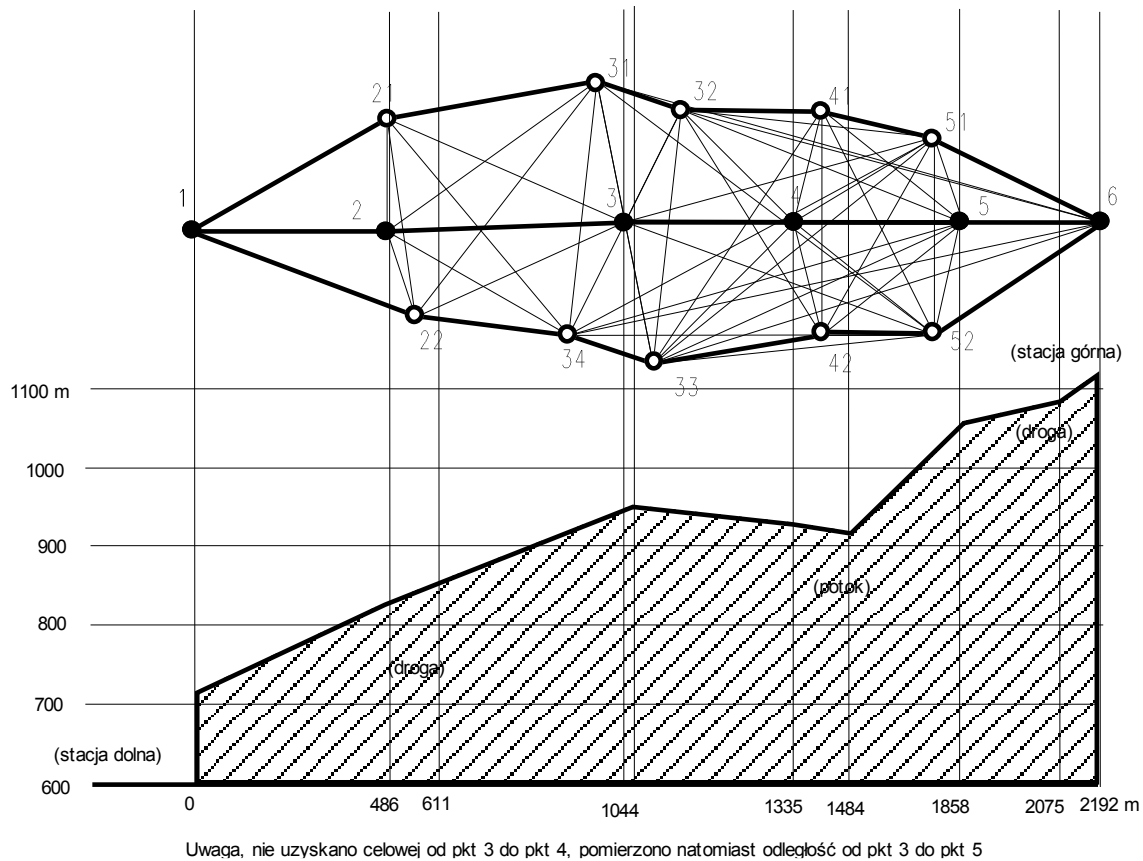
Rys. 9 Stacja końcowa (górna)

Wzdłuż trasy drugiego, wybudowanego już, odcinka linii nośne zaczepione są na 19 stalowych podporach odpowiedniej konstrukcji (rys. 7), o wysokości od 8.9 do 22.5 m, odchylonych od pionu w kierunku przebiegu lin o kąt o wartości od 0 do 10°. Wzajemne odległości poszczególnych podpór są w przedziale od 5.5 do 216.5 m. Profil pionowy trasy przebiegu drugiego odcinka omawianej kolejki przedstawiono na rysunku 11. Nachylenie średnie całej trasy rozpatrywanego odcinka kolejki wynosi około 22 % (12.5°), a pomiędzy poszczególnymi podporami waha się od 3° do 23°. Na omawianym odcinku, na linach nośnych o średnicy 38 mm zamocowane są 62 sześciuosobowe kabiny (rys. 7) przemieszczane z prędkością 5 m/sek, co zapewnia pokonanie całej trasy kolejki w ciągu około 7 minut, zapewniając ich pasażerom niezapomnianych widoków (rys. 10) i wrażeń.

{ ..... }

Rys. 10 Widok z kolejki

Dla geodezyjnej obsługi tej inwestycji założono geodezyjną podstawę realizacyjną (rys. 11), która zostanie scharakteryzowana poniżej.



Rys. 11 Szkic geodezyjnej osnowy realizacyjnej na tle przybliżonego profilu podłużnego trasy wyciągu

#### 4.2 Opis konstrukcji i technologii realizacji wspomnianej osnowy

Wykorzystując wyniki wykonanych analiz dokładnościowych, przedstawione w punkcie 3, zaprojektowano sieć punktów tworzących geodezyjną osnowę poziomą o konstrukcji przedstawionej na rysunku 8, najlepiej dostosowanej do istniejących warunków terenowych. Punkty tej sieci przewidziano potraktować równocześnie jako punkty osnowy wysokościowej.

Projekt kolejki i technologię jej budowy opracowała znana w świecie firma **Brüder Girak Ges.m.b.H** (Austria), która nadzorowała również całe przedsięwzięcie podczas jego realizacji w terenie. Technologię rozwiązania osnowy w całości opracowali autorzy niniejszego artykułu natomiast wykonawstwem w terenie zajmowali się pracownicy Zakładu Usług Geodezyjnych w Krynicy, specjalizujący się między innymi w prowadzeniu tego typu prac na terenach górskich. Pracownicy tego Zakładu obsługiwali również od strony geodezyjnej wszystkie prace budowlane i montażowe związane z realizacją kolejki.

Przedstawiona na rysunku 11 sieć jest konstrukcją przestrzenną, utworzoną z 6-ciu punktów głównych, zlokalizowanych prawie dokładnie wzdłuż linii przebiegu kolejki, oraz 10-ciu punktów pomocniczych, rozmieszczonych w bliskim sąsiedztwie punktów głównych, w grupach po 2 lub 4, w zależności od warunków terenowych. Punkty główne usytuowano w terenie tak, że można było z nich metodą tyczenia wyznaczyć położenie każdego punktu w dowolnie wskazanym miejscu trasy, z dokładnością praktycznie tego samego rzędu co punkty główne.

W sieci pomierzono, w czterech seriach, kierunki poziome na 16 stanowiskach (122 kierunki) oraz 122 długości przestrzenne (w obu kierunkach). Dla redukcji długości na

poziom odniesienia oraz dla wyznaczenia wysokości punktów sieci metodą niwelacji trygonometrycznej, pomierzono również kąty pionowe, w trzech seriach, oraz wysokości ustawienia wszystkich przyrządów pomiarowych w czasie pomiaru. Metodą niwelacji geometrycznej wyznaczono również, z dokładnością  $\pm 2$  mm, różnice wysokości punktów bliskich w poszczególnych grupach. Pomiar niwelacyjny nawiązano do reperu państwowego położonego w bezpośrednim sąsiedztwie stacji pośredniej o wysokości  $H = 640.670$  m.

Do pomiarów kątowych i długościowych wykorzystano zrektyfikowany tachimetr elektroniczny TOPCON GTS-4, charakteryzujący się błędem standardowym  $m_s = \pm (3 + 2 \cdot d^{-6})$  mm oraz średnim błędem pomiaru kierunku i kąta pionowego równym  $\pm 6''$  ( $2''$ ). Centrowanie przyrządów pomiarowych wykonano sprawdzonymi pionami optycznymi. Długości celowych obserwowanych w poszczególnych ciągach oraz wzmacniających - z wyjątkiem punktów w poszczególnych grupach - zawierają się w przedziale od 260 do 1160 m. Wzajemne odległości punktów w poszczególnych grupach mieszczą się w przedziale od 1.5 do 35 m. Długość całej sieci dochodzi do 2.2 km.

Sieć obliczono jako lokalną na powierzchni odniesienia przeprowadzonej na średniej wysokości terenu inwestycji, tj. na wysokości 875 m. Za punkt początkowy układu współrzędnych przyjęto punkt o numerze 1, a oś X skierowano wzdłuż linii projektowanej trasy kolejki.

Wyniki uzgodnienia obserwacji w sieci realizacyjnej „Jaworzyna” Tabela 5

Lp.	Ozn. pkt.	Współrzędne punktów w [m]			Wartości błędów średnich w [mm]				Parametry elips błędu śr. [mm]		
		X	Y	H	$m_x$	$m_y$	$m_p$	$m_H$	A	B	$\varphi$ [g]
1	1	0.0000	0.0000	640.6700	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-
2	2	486.0807	0.0100	779.3317	2.4	3.6	4.3	5.3	3.4	5.1	192
3	21	488.2109	-2.7897	780.8305	2.3	3.6	4.3	5.3	3.3	5.1	1
4	22	487.0594	1.1960	779.3013	2.3	3.5	4.2	5.3	3.2	4.9	197
5	3	1044.8863	0.0078	925.2834	2.7	3.4	4.4	7.0	3.8	4.9	199
6	31	1039.1115	-4.8109	924.0483	2.7	3.5	4.4	7.0	3.8	5.0	197
8	32	1065.2522	-3.5875	928.3265	2.8	3.5	4.5	7.0	3.9	5.0	0
9	33	1073.7320	1.7581	928.6729	2.8	3.5	4.5	7.0	4.0	5.0	197
7	34	1038.8674	1.2424	923.9241	2.8	3.5	4.4	7.0	3.9	4.9	2
10	4	1335.4224	0.0012	899.7531	3.0	2.5	3.9	7.3	3.6	4.2	101
11	41	1350.1268	-2.4177	898.1055	3.0	2.5	3.9	7.3	3.5	4.2	94
12	42	1343.5206	1.1195	899.8574	3.0	2.5	3.9	7.3	3.5	4.2	98
13	5	1858.4702	0.0000	1044.2968	2.9	0.0	2.9	7.5	0.0	4.2	100
14	51	1842.9048	-6.5369	1041.0352	2.9	1.3	3.2	7.5	1.8	4.2	104
15	52	1850.2768	2.7258	1044.3168	2.9	0.8	3.0	7.5	1.1	4.1	99
16	6	2198.3045	-0.0053	1111.4991	3.2	2.9	4.3	8.3	4.1	4.5	101

Wyniki pomiarów, zarówno sieci poziomej jak i wysokościowej, uzgodniono w sposób ścisły, uwzględniając błędy obserwacji lub ich funkcji. Błąd pomiaru kierunku, w przypadku celowych dłuższych niż 250 m określono na  $\pm 10''$ , zaś w przypadku krótkich celowych na  $\pm 10''$ . Błąd pomiaru poszczególnych długości określono na podstawie podanego wyżej błędu standardowego dalmierza. Błędy różnic wysokości  $\Delta H$ , obliczonych według wzoru (18), wyznaczono zgodnie z zależnością (19), przy czym zarówno różnice wysokości jak ich

błędy obliczono dla kątów pionowych mierzonych w obydwu kierunkach. Uzgodnienie obserwacji powtarzano kilkakrotnie, odrzucając obserwacje odskakujące.

Uzyskane w wyniku ostatecznego uzgodnienia wartości współrzędnych i ich błędy średnie zestawiono w tabeli 5.

Obliczone w trakcie wyrównania poprawki do mierzonych długości mieszczą się w granicy od 0.0 do 1.7 mm. Poprawki do kierunków o długości celowych od 1.5 do 35 m są w granicy od 3 do 64<sup>cc</sup>, zaś w pozostałych przypadkach od 0 do 10<sup>cc</sup>. Poprawki do przewyższeń są w granicy od 0.2 do 24.3 mm. Uzgodnione różnice wysokości obarczone są błędami w przedziale od 0.8 do 5.3 mm.

Należy podkreślić, że tak zrealizowana osnowa pozwoliła na poprawne wybudowanie przedmiotowej kolejki z dokładnością wyższą niż wymagane kryteria jej montażu. Dowodem tego jest fakt, że od jej uruchomienia kolejka funkcjonuje bezpiecznie i bezawaryjnie już około pół roku. W końcu nietrudno zauważyć, że pożądaný efekt w płaszczyźnie poziomej można byłoby osiągnąć przy mniejszej liczbie obserwacji wzmacniających, ale wtedy mogło być wątpliwe osiągnięcie wymaganej dokładności wyznaczenia wysokości punktów tej osnowy.

## Literatura

## References

1. Latoś S., Preweda E: Możliwości i efekty stosowania tachimetrów elektronicznych do zakładania osnów realizacyjnych dla specjalnych celów. Konferencja: Nowoczesna technika i technologia geodezyjna w praktyce, Katowice, 1998.
2. Latoś S., Maślanka J., Preweda E.: Analiza dokładności poziomych osnów geodezyjnych zakładanych metodą poligonową z wykorzystaniem tachimetrów elektronicznych. Geodezja, T. 3, AGH, Kraków, 1997
3. Lazzarini T.: Wykłady Geodezji II. PWN, Warszawa 1983.
4. Operat pomiarowy z realizacji osnowy dla budowy kolejki gondolowej na Jaworzynę Krynicką w Krynicy. Praca niepublikowana.
5. Preweda E: Ocena dokładności wyznaczania przestrzennego położenia punktów metodą biegunową. Geodezja, T. 3, AGH, Kraków, 1997