

## RÓWNANIE LINIOWE NA WYKRESIE

propozycja standardowych modułów dydaktycznych  
 – próba aplikacji multimedialnej –

### *Streszczenie*

*Opracowano oprogramowanie dla nauczania matematyki w kl.I gimnazjum. Aplikację wykonano na arkuszu kalkulacyjnym MsExcel'97. Służy ona do nauki zagadnień: funkcje liniowe, równanie liniowe i pierwiastek równania. Aplikacja zajmuje jeden ekran, nadaje się do prezentacji lub samodzielnej obsługi przez ucznia. Nauczyciel może łatwo modyfikować taki moduł i tworzyć inny według własnego zamysłu. Można zastosować aplikację na lekcjach informatyki.*

### **Wstęp**

Celem było utworzenie aplikacji na arkuszu kalkulacyjnym, która wspomagałaby podręcznik matematyki na lekcjach z użyciem komputera.

Zamiarem autorów tej aplikacji jest utworzenie interaktywnej kompozycji na arkuszu kalkulacyjnym. Elementy arkusza tj. komórka, obszar komórek, wykres, elementy rysunkowe są powiązane w system nieodzownych fragmentów w nauczaniu tego tematu z matematyki. Elementy te poddają się manipulowaniu, a tym samym pozwalają na modyfikowanie całej aplikacji.

Aplikację stosować należy w trzech fazach nauczania:

- dla zapoznawania z pojęciami matematycznymi
- dla znajdowania rozwiązania równania
- dla projektowania nowego (innego) zadania.

### **Fazy zastosowania**

#### • **Równanie do rozwiązania**

Najpierw należy wstępnie przygotować równanie do postaci uporządkowanej (przemnożeniem i dodaniem składników). Znaczy to, że po lewej i prawej stronie znaku równości w równaniu mogą być wyrażenia algebraiczne przedstawiające funkcje liniowe. Nie muszą być to pełne wyrażenia dwu-składnikowe typu  $ax+b$ . W szczególności mogą być to wyrażenia o skróconej postaci  $ax$  lub  $b$  ( $3x = -6$ ).

Automatycznie obliczany jest pierwiastek równania na podstawie prostego wzoru. Pierwiastek równania związany jest z punktem przecięcia prostych i oznaczony znacznikiem-kółeczka (większego). Wykreślane są także linie przedstawiające funkcje występujące po obu stronach równania.

- **Jednostronne postacie równania (szczególne)**

Poprzednio uproszczone równanie można sprowadzić do jeszcze prostszej postaci, gdy jedna (dowolna) strona równania wynosi zero. Wtedy równanie oznacza, że obraz funkcji liniowej po jednej ze stron równania przecina oś  $Ox$ , wyznaczając wartość pierwiastka (znacznik-kółeczko mniejsze).

Jednocześnie wykreślane są linie przedstawiające funkcje występujące po obu stronach równania. Zakres na osi  $Ox$  zawiera także część wykresu pomiędzy zerem a przeciwną wartością pierwiastka (poprzednio obliczonego). Zakres ten można jednak dowolnie zmienić.

Linie na wykresie kreślone są sposobem rozpinania odcinków na krańcowych punktach. Punkty te określone są współzrędnymi obliczonymi w obszarach B21:D23 oraz F21:H23. Wartości współzrędnych obliczane są ze stron każdego z równań przy znanym już powyżej pierwiastku.

- **Projektowanie rozwiązania zadania**

Po zapoznaniu uczniów z pojęciami funkcji oraz nabyciu umiejętności rozwiązywania równania można przystąpić do samodzielnego projektowania nowego zadania. Znaczący to, że zakłada się istnienie nowego pierwiastka równania, a dopiero później poszukuje się dwu funkcji, które wstawione po przeciwnych stronach równości dadzą po obliczeniu ten założony pierwiastek.

W celu zaprojektowania nowego zadania należy:

- 1) Wprowadzić wartość  $x$  zaplanowanego wyniku: **D27**
- 2) Wprowadzić wartość  $y$  jako współzrędną dla oczekiwanego przecięcia prostych: **F27**; na wykresie pojawi się znacznik-kółeczko (mniejsze).
- 3) Wprowadzić i dobrać współczynniki do równania: **wiersz 4**; odpowiednio do przypadku zaplanowanych prostych:
  - a) prosta pozioma skrzyżowana z rosnącą:  $\pm b_1 = +a_p x \pm b_p$
  - b) prosta pozioma skrzyżowana z malejącą:  $\pm b_1 = -a_p x \pm b_p$
  - c) dwie proste rosnące:  $+a_1 x \pm b_1 = +a_p x \pm b_p$
  - d) dwie proste malejące:  $-a_1 x \pm b_1 = -a_p x \pm b_p$
  - e) malejąca i rosnąca:  $-a_1 x \pm b_1 = +a_p x \pm b_p$
- 4) Odczytać wynik (automat. wyświetlany) jako rozwiązanie równania: **F6**
- 5) Rozpoznać wykresy funkcji dla każdej ze stron równania; **wiersz 4**; kolor linii jest taki jak podkreślenie odpowiedniej funkcji. Przecięcie linii (oznaczone większym kółeczkiem) wyznaczy pierwiastek równania. Na ekranie wynik oznaczony znacznikiem „+” na osi  $Ox$ .

- 6) Sprawdzić, że pierwsze równanie daje się sprowadzić do jednej z dwu postaci z zerami po jednej ze stron równania: **wiersz 17 i 19**.
- 7) Rozpoznać wykresy funkcji dla każdej ze stron równania: **wiersz 17 i 19**; kolor linii jest taki jak podkreślenie odpowiedniego równania.
- 8) Upewnić się na podstawie wykresu, że rozwiązanie równania to wartość  $x$  na osi  $Ox$  leżąca pod punktem przecięcia prostych, i jednocześnie wyznaczona przez przecięcie  $Ox$  przez wykres równania skróconego.

### Interpretacja nieoczekiwanych wyników

Istotną potrzebą w nauczaniu jest, aby było możliwe wytłumaczenie (interpretacja geometryczna) różnorodnych nieoczekiwanych wyników rozwiązań równań. Nie wydaje się aby było właściwe przyzwyczajanie uczniów do uzyskiwania (jako poprawnego rozwiązania) jedynie przypadków z pojedynczym wynikiem w rozwiązaniu równań (np.:  $x = 5$ ).

Istotną zaletą aplikacji jest możliwość pokazania (wytłumaczenia, interpretowania) nietypowych wyników rozwiązań. Potrzeba taka jest aż nazbyt oczywista. Pojawia się ona na przykład, gdy uczeń niepoprawnie odrobi pracę domową i poprosi o wytłumaczenie. Dotyczy to przypadków następujących zestawień stron równań:

— strony zawsze równe:  $\pm a x = \pm a x$     lub     $\pm b = \pm b$     ( $3x = 3x$ ;  $5 = 5$ )

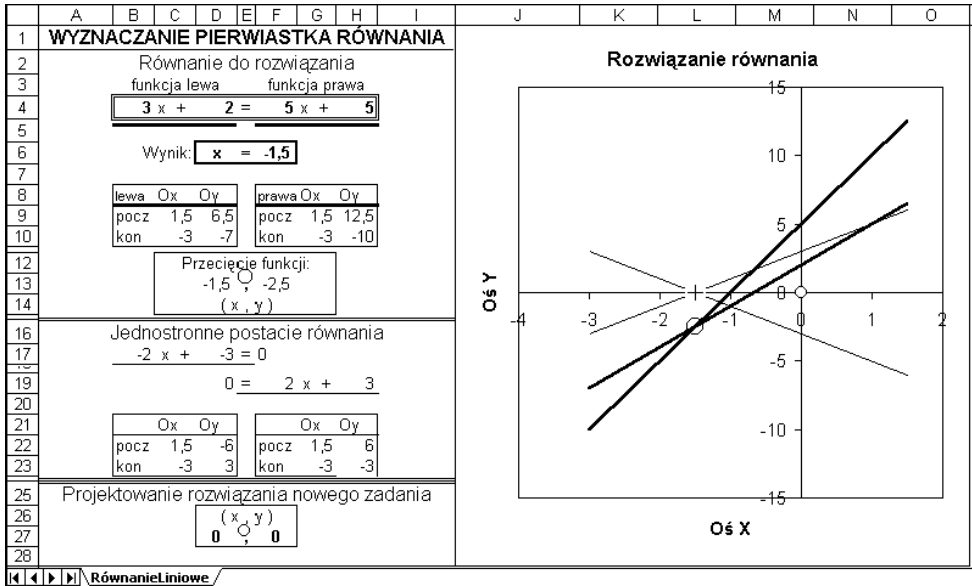
— strony nigdy nie równe:  $a x \pm b_1 = +a x \pm b_p$     lub     $\pm b_1 = \pm b_p$     ( $4x - 2 = 4x + 3$ ;  $-5 = 0$ )

W pierwszym przypadku występuje nieskończenie wiele rozwiązań. Na wykresie jest to przedstawione dwoma liniami nałożonymi na siebie. Oznacza to, że dla każdej wartości  $x$  istnieją punkty wspólne obu liniom.

W drugim przypadku nie występuje żadne rozwiązanie. Na wykresie jest to przedstawione dwoma liniami równoległymi do siebie. Oznacza to, że dla żadnej wartości  $x$  nie istnieje żaden punkt wspólny obu liniom.

Uwagi:

- Dane wprowadzane i wynikowe na ekranie Excela – czcionką wytłuszczoną.
- Wykres na ekranie ma jednakowe jednostki na osiach współrzędnych (na wydruku nie jest to spełnione).
- Zakres na osi  $Ox$  zawiera także część wykresu pomiędzy zerem a przeciwną wartością pierwiastka (poprzednio obliczonego). Zakres ten można jednak dowolnie zmienić. Linie na wykresie kreślone są sposobem rozpinania odcinków na krańcowych punktach. Punkty te określone są współrzędnymi obliczonymi w obszarach B8:D10 oraz F8:H10.



Wygląd ekranu arkusza kalkulacyjnego MsExcel



*dr Leszek Bulski — nauczyciel*

*Ukończył studium podyplomowe z informatyki (PE). Zainteresowany m.in. zastosowaniem MsExcela w dydaktyce, a zwłaszcza w nauczaniu matematyki na granicy z innymi dziedzinami.*

*Ze wspólnych rozmów, ojca z synem, przy komputerze zrodziła się ta (i inne) aplikacje.*

*Arkadiusz Bulski — uczeń gimnazjum*

*Współautor jest uczniem gimnazjum kl.I. Zainteresowany obsługą komputera od 5 roku życia (gry strategiczne i inne programy specjalistyczne, MsOffice, próbuje pisać w Pascalu).*