

DANUTA STRAHL, MAREK WALESIAK

NORMALIZACJA ZMIENNYCH W SKALI PRZEDZIAŁOWEJ I ILORAZOWEJ W REFERENCYJNYM SYSTEMIE GRANICZNYM

I. WPROWADZENIE

Przy stosowaniu metod porządkowania liniowego zachodzi potrzeba ujednoczenia charakteru zmiennych czyli nadania im jednolitej preferencji oraz transformacji normalizacyjnej. Formuły normalizacyjne muszą być starannie dobierane ze względu na rodzaj skal pomiaru. Jak wiadomo w teorii pomiaru wyróżnia się cztery podstawowe skale pomiaru: nominalną, porządkową, przedziałową i ilorazową. Na wartościach poszczególnych skal, ze względu na dopuszczalne przekształcenie, można wyznaczać następujące relacje:

- a) skala nominalna — relacje: równości, różności,
- b) skala porządkowa — relacje: równości, różności, większości, mniejszości,
- c) skala przedziałowa — relacje: równości, różności, mniejszości, większości, równości różnic i przedziałów,
- d) skala ilorazowa — relacje: równości, różności, mniejszości, większości, równości różnic i przedziałów, równości stosunków między poszczególnymi wartościami skali.

Wykonywanie operacji arytmetycznych dodawania i odejmowania jest dopuszczalne na wartościach skali przedziałowej. Skala ilorazowa dopuszcza ponadto wykonywanie na wartościach skali operacji dzielenia i mnożenia. Jedną dopuszczalną operacją empiryczną na wartościach skali nominalnej i porządkowej jest zliczanie zdarzeń.

Pamiętając, że dopuszczalnymi przekształceniami są te, które nie naruszają zasobu informacji zawartej dla mierzonej zmiennej zaleca się stosować następujące formuły normalizacyjne (por. [5]):

- dla skali przedziałowej — standaryzację lub unitaryzację zerowaną;
- dla skali ilorazowej — przekształcenia ilorazowe.

Dla porządku warto przypomnieć, kiedy zmienna jest mierzona na wymienionych skalach. Otóż zmienna jest mierzona na skali ilorazowej, jeśli zbiór jej możliwych wartości zawiera się w zbiorze R_+ (istnieje dla niej absolutny — naturalny — punkt zerowy, który oznacza zupełny brak wielkości mierzonej zmiennej) i wartości te można uporządkować jednoznacznie na osi liczbowej z podaniem stałej

(ale dowolnej) jednostki. Jako przykłady można podać: wielkość sprzedaży, wielkość produkcji, wartość udzielonych kredytów, przychody ze sprzedaży, kapitał własny banku.

Z kolei zmienna jest mierzona na skali przedziałowej, gdy zbiór możliwych jej wartości (z umownym punktem zerowym) zawiera się w zbiorze R i wartości te można uporządkować jednoznacznie na osi liczbowej z podaniem stałej (ale dowolnej) jednostki. Jako przykłady można podać: rentowność banku, wynik finansowy, zyskowność aktywów, efektywność aktywów netto.

Literatura przedmiotu zna wiele formuł normalizacyjnych. Jednak rezultaty ich praktycznego wykorzystania wskazują na konieczność rozwijania i modyfikacji procedur normalizacyjnych w celu wzmocnienia ich własności diagnostycznych. Jedną z takich modyfikacji jest zastosowanie formuł normalizacyjnych w tzw. referencyjnym systemie granicznym. Pomysł ten został przedstawiony w pracy [4], ale był on ograniczony do normalizacji wykorzystującej tylko przekształcenia ilorazowe. Artykuł rozszerza to podejście o formułę normalizacyjną zwaną unitaryzacją zerowaną, a więc pokazuje możliwość normalizacji zmiennych w warunkach szczególnych, zarówno dla skali ilorazowej jak i przedziałowej. Owe warunki szczególne wiążą się z sytuacją, w której pojawiają się w ocenie obiektów określone ograniczenia, normy, zalecenia wpływające na ocenę obiektu. Właśnie zbiór tych zaleceń, ograniczeń tworzy tzw. referencyjny system graniczny (por. [4]) pozwalający wyróżnić obiekty wyraźnie gorsze nie spełniające zadanych czy zalecanych ograniczeń.

2. UNITARYZACJA ZMIENNYCH W GRANICZNYM SYSTEMIE REFERENCYJNYM

Wśród zmiennych mierzonych na skali przedziałowej i ilorazowej wyróżnić będziemy:

I. Stymulanty:

1. Stymulanty bez progu veta (oznaczone symbolem S_1), których wartości należą do zbioru R_+ . Przykładami zmiennych stymulant bez progu veta są: suma bilansowa banku, przychody ze sprzedaży;

2. Stymulanty z progiem veta x_{0j}^S (oznaczone symbolem S_2), których wartości należą do zbioru R . Przykładami zmiennych stymulant z progiem veta są: zyskowność aktywów dla której zalecany próg minimalny wynosi 1% ($x_{0j}^S = 1\%$), współczynnik wypłacalności banków z minimalnym progiem ustalonym przez Bank Rozrachunków Międzynarodowych (BIS) na poziomie 8%;

II. Destymulanty, których wartości należą do zbioru R_+ :

1. Destymulanty bez progu veta oznaczane symbolem D_1 . Trzeba tu zaznaczyć, że destymulanty powinny na ogół posiadać próg veta;

2. Destymulanty z progiem veta (x_{0j}^D) oznaczone symbolem D_2 . Przykładami są tutaj zmienne identyfikujące poziom zanieczyszczeń środowiska z zadanymi normami, udział tzw. „złych długów” czy też kredytów „trudnych” w portfelu kredytowym banku z progiem veta (w stabilnych gospodarkach rynkowych ustalonym na poziomie 5%);

III. Nominanty, których wartości należą do zbioru R_+ :

1. Nominanty oznaczone symbolem N_1 z wartością nominalną $x_{0j}^{N_1}$;
2. Nominanty z zalecanym przedziałem wartości (oznaczane symbolem N_2) ograniczonym progami veta $x_{0j}^{N_2^1}$ i $x_{0j}^{N_2^2}$;

3. Nominanty (oznaczone symbolem N_3) z określoną wartością nominalną $x_{0j}^{N_3}$ i dopuszczalnym przedziałem wartości ograniczonym progami veta $x_{0j}^{N_3^1}$ i $x_{0j}^{N_3^2}$.

Przykładem zmiennej zaliczanej do pierwszego rodzaju może być liczba dzieci przypadająca na 100 miejsc w przedszkolu (dla której $x_{0j}^{N_1} = 100$).

Przykładem zmiennych należących do drugiego rodzaju nominant są: relacja należności do zobowiązań, której wartości powinny znaleźć się w przedziale od 50% do 150% (stąd $x_{0j}^{N_2^1} = 50\%$ i $x_{0j}^{N_2^2} = 150\%$); relacja zobowiązań ogółem do aktywów ogółem, dla której $x_{0j}^{N_2^1} = 0,57$ i $x_{0j}^{N_2^2} = 0,67$.

Przykładem zmiennych należących do trzeciego rodzaju nominant jest relacja zobowiązań długookresowych do kapitału własnego, dla której zadowalający poziom wynosi 0,5, granice dopuszczalne od 0,40 do 1,00 (stąd $x_{0j}^{N_3} = 0,50$; $x_{0j}^{N_3^1} = 0,40$ i $x_{0j}^{N_3^2} = 1,00$).

Tak więc referencyjny system graniczny tworzy wektor:

$$\left\{ x_{0j}^{S_1}; X_{0j}^{D_2}; x_{0j}^{N_1}; x_{0j}^{N_2} \in \left[x_{0j}^{N_2^1}; x_{0j}^{N_2^2} \right]; x_{0j}^{N_3} = x_{0j}^{N_3^1} \vee x_{0j}^{N_3^2} \right\}. \quad (1)$$

W zależności od rodzaju zmiennych zasady unitaryzacji zerowanej w referencyjnym systemie granicznym są następujące:

I. Stymulanty

1. $j \in S_1$

$$z_{ij} = \frac{x_{ij} - \min_i \{x_{ij}\}}{\max_i \{x_{ij}\} - \min_i \{x_{ij}\}}, \quad (2)$$

$$z_{ij} \in [0; 1],$$

gdzie:

x_{ij} — wartość j -tej zmiennej w i -tym obiekcie,

z_{ij} — znormalizowana wartość j -tej zmiennej w i -tym obiekcie.

2. $j \in S_2$

$$z_{ij} = \begin{cases} \frac{x_{ij} - \min_i \{x_{ij}\}}{\max_i \{x_{ij}\} - \min_i \{x_{ij}\}} & \text{dla } x_{ij} \geq x_{0j}^{S_2} \\ \frac{x_{ij} - \max_i \{x_{ij}\}}{\max_i \{x_{ij}\} - \min_i \{x_{ij}\}} & \text{dla } x_{ij} < x_{0j}^{S_2} \end{cases} \quad (3)$$

$$z_{ij} \in [-1; 1].$$

II. Destymulanty

1. $j \in D_1$

$$z_{ij} = \frac{\max_i \{x_{ij}\} - x_{ij}}{\max_i \{x_{ij}\} - \min_i \{x_{ij}\}}, \quad (4)$$

$$z_{ij} \in [0; 1],$$

2. $j \in D_2$

$$z_{ij} = \begin{cases} \frac{\max_i \{x_{ij}\} - x_{ij}}{\max_i \{x_{ij}\} - \min_i \{x_{ij}\}} & \text{dla } x_{ij} \leq x_{0j}^{D_2} \\ \frac{\min_i \{x_{ij}\} - x_{ij}}{\max_i \{x_{ij}\} - \min_i \{x_{ij}\}} & \text{dla } x_{ij} > x_{0j}^{D_2} \end{cases} \quad (5)$$

$$z_{ij} \in [-1; 1].$$

III. Nominanty

1. $j \in N_1$

$$z_{ij} = \begin{cases} \frac{x_{ij} - \max_i \{x_{ij}\}}{\max_i \{x_{ij}\} - \min_i \{x_{ij}\}} & \text{dla } x_{ij} < x_{0j}^{N_1} \\ 1 & \text{dla } x_{ij} = x_{0j}^{N_1} \\ \frac{\min_i \{x_{ij}\} - x_{ij}}{\max_i \{x_{ij}\} - \min_i \{x_{ij}\}} & \text{dla } x_{ij} > x_{0j}^{N_1} \end{cases} \quad (6)$$

$$z_{ij} \in [-1; 1].$$

2. $j \in N_2$

$$z_{ij} = \begin{cases} \frac{x_{ij} - \max_i \{x_{ij}\}}{\max_i \{x_{ij}\} - \min_i \{x_{ij}\}} & \text{dla } x_{ij} < x_{0j}^{N_2^1} \\ 1 & \text{dla } x_{0j}^{N_2^1} \leq x_{ij} \leq x_{0j}^{N_2^2} \\ \frac{\min_i \{x_{ij}\} - x_{ij}}{\max_i \{x_{ij}\} - \min_i \{x_{ij}\}} & \text{dla } x_{ij} > x_{0j}^{N_2^2} \end{cases} \quad (7)$$

$$z_{ij} \in [-1; 1].$$

3. $j \in N_3$

$$z_{ij} = \begin{cases} \frac{x_{ij} - \max_i \{x_{ij}\}}{\max_i \{x_{ij}\} - \min_i \{x_{ij}\}} & \text{dla } x_{ij} < x_{0j}^{N_3^1} \\ \frac{x_{ij} - \min_i \{x_{ij}\}}{\max_i \{x_{ij}\} - \min_i \{x_{ij}\}} & \text{dla } x_{0j}^{N_2^1} \leq x_{ij} < x_{0j}^{N_2} \\ 1 & \text{dla } x_{ij} = x_{0j}^{N_2} \\ \frac{\max_i \{x_{ij}\} - x_{ij}}{\max_i \{x_{ij}\} - \min_i \{x_{ij}\}} & \text{dla } x_{0j}^{N_2} < x_{ij} \leq x_{0j}^{N_3^2} \\ \frac{\min_i \{x_{ij}\} - x_{ij}}{\max_i \{x_{ij}\} - \min_i \{x_{ij}\}} & \text{dla } x_{ij} > x_{0j}^{N_3^2} \end{cases} \quad (8)$$

3. $j \in N_3$

$$z_{ij} \in [-1; 1].$$

Jeżeli normalizacja zmiennych ma służyć metodom porządkowania obiektów, to należy zaproponować miarę syntetyczną, która może stanowić kryterium porządkowania.

Miarę agregatową pozwalającą na kwantyfikację stanu obiektu budujemy w oparciu o sumę znormalizowanych wartości zmiennych:

$$s_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m z_{ij}, \quad j \in S_1, S_2, D_1, D_2, N_1, N_2, N_3. \quad (9)$$

Z uwagi na własności formuł normalizacyjnych (2–8) wartości miary syntetycznej zawarte są w przedziale $[-1; 1]$.

Referencyjny system graniczny pozwala wyróżnić obiekty wyraźnie gorsze, nie spełniające sformułowanych zaleceń, czy też progów minimalnej satysfakcji oceny. Stąd zdefiniujemy teraz progową wartość miary agregatowej, która jednocześnie określi minimalny poziom satysfakcji oceny obiektu. Można teraz ustalić również próg veta dla wartości miary agregatowej s_i o postaci:

$$s_0 = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m z_{0j}, \quad (10)$$

gdzie:

$$z_{0j} = \begin{cases} 0 & \text{dla } j \in S_1 \\ \frac{x_{0j}^{S_j} - \min_i \{x_{ij}\}}{\max_i \{x_{ij}\} - \min_i \{x_{ij}\}} & \text{dla } j \in S_2 \\ 0 & \text{dla } j \in D_1 \\ \frac{\max_i \{x_{ij}\} - x_{0j}^{D_j}}{\max_i \{x_{ij}\} - \min_i \{x_{ij}\}} & \text{dla } j \in D_2 \\ 1 & \text{dla } j \in N_1 \\ 1 & \text{dla } j \in N_2 \\ \min \left\{ \frac{x_{0j}^{N_1} - \min_i \{x_{ij}\}}{\max_i \{x_{ij}\} - \min_i \{x_{ij}\}}; \frac{\max_i \{x_{ij}\} - x_{0j}^{N_2}}{\max_i \{x_{ij}\} - \min_i \{x_{ij}\}} \right\} & \text{dla } j \in N_3 \end{cases} \quad (11)$$

Możemy przyjąć założenie, że obiekt A_i ($i = 1, \dots, n$) otrzyma pozytywną akceptację (przynosi minimum satysfakcji w ocenie), jeżeli:

$$s_i \geq s_0. \quad (12)$$

Wprowadzenie referencyjnego systemu granicznego ma ogromne znaczenie w zastosowaniach praktycznych. Wszelkie oceny bazujące na miarach syntetycznych, jeżeli nie wprowadzają progu minimalnej satysfakcji okazują się bardzo często zbyt „miękkie” w systemie oceny. Wszelkie rankingi budowane nawet w oparciu o miarę agregatową, której wartości należą do przedziału $[0; 1]$ nie sygnalizują na ile zbliżenie się do zera jest dopuszczalne. Stąd też należy sądzić, że w wielu systemach oceny graniczny system referencyjny staje się niesłychanie ważny.

3. PRZYKŁAD

Oceną objęto 14 banków w Polsce. Z uwagi na ilustracyjny charakter przykładu oraz ograniczone możliwości dostępu do informacji (wykorzystano rating Gazety Bankowej nr 26 z dnia 25 czerwca 1995 r.) wybrano do oceny następujące mierniki:

- X_1 — udział należności nieregularnych w kredytach,
- X_2 — rentowność netto,
- X_3 — stopa zwrotu z kapitału,
- X_4 — zwrot na aktywach,
- X_5 — współczynnik wypłacalności,
- X_6 — płynność banku,
- X_7 — fundusze podstawowe banku.

Chcąc przybliżyć zakres merytoryczny niektórych mierników trzeba wspomnieć, że przez należności nieregulowane należy rozumieć wszystkie kredyty, w przypadku których kapitał bądź odsetki są spłacone nieterminowo (według Gazety Bankowej do obliczenia tego wskaźnika brana była wartość tych należności wraz z odsetkami).

Płynność banku (bieżąca) według metodologii NBP jest stosunkiem aktywów w okresie zapadalności do 3 miesięcy do pasywów o takim samym okresie wymagalności. Rentowność netto pozwala ocenić ile zysku netto (po opodatkowaniu) wypracował bank na każde 100 zł poniesionych kosztów. Z kolei stopa zwrotu z kapitału informuje, jaki jest zysk z tytułu zainwestowanego kapitału banku. Zwrot na aktywach (relacja zysku netto do aktywów ogółem) informuje ile zysku wypracowują wszystkie aktywa banku.

Wartości pierwotne i znormalizowane zmiennych podano w tab. 1 i 2.

Według przyjętej przez nas klasyfikacji ustalone progi veta są następujące:

$$\begin{aligned}
 X_1 &\in D_2 (x_{01}^{D_2} = 5\%) \\
 X_2 &\in S_2 (x_{02}^{S_2} = 0) \\
 X_3 &\in S_2 (x_{03}^{S_2} = 10\%) \\
 X_4 &\in S_2 (x_{04}^{S_2} = 1\%) \\
 X_5 &\in S_2 (x_{05}^{S_2} = 8\%) \\
 X_6 &\in N_2 (x_{06}^{N_2} = 90\%; \quad x_{07}^{N_2} = 120\%)
 \end{aligned}$$

Tabela 1

Wartości zmiennych charakteryzujących wybrane banki

| Lp. | Nazwa banku | Miernik | | | | | | |
|-----|--------------------------------|---------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|
| | | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 | X_5 | X_6 | X_7 |
| 1 | Bank Przemysłowo-Handlowy SA | 24,2 | 27,9 | 72,8 | 5,4 | 15,1 | 89,0 | 291,7 |
| 2 | Bank Śląski SA | 47,3 | 20,2 | 97,2 | 4,6 | 14,8 | 69,0 | 295,7 |
| 3 | Bank Zachodni SA | 33,3 | 24,1 | 55,5 | 4,6 | 19,1 | 90,0 | 207,1 |
| 4 | Powszechny Bank Kredytowy SA | 29,4 | 16,7 | 75,6 | 3,2 | 20,6 | 70,0 | 195,6 |
| 5 | Powszechny Bank Gospodarczy SA | 6,8 | 16,5 | 73,2 | 1,8 | 18,0 | 70,0 | 121,1 |
| 6 | Wielkopolski Bank Kredytowy SA | 25,1 | 11,5 | 77,0 | 2,5 | 10,6 | 102,0 | 82,4 |
| 7 | Pomorski Bank Kredytowy SA | 35,2 | 12,8 | 41,9 | 2,8 | 15,5 | 64,7 | 156,0 |
| 8 | Bank Depozytowo-Kredytowy SA | 30,4 | 18,3 | 44,3 | 3,8 | 23,7 | 73,4 | 158,9 |
| 9 | Bank Gdański SA | 27,9 | 16,1 | 48,9 | 4,1 | 34,1 | 68,3 | 228,8 |
| 10 | Polski Bank Inwestycyjny SA | 0,4 | 2,0 | 13,3 | 0,4 | 13,6 | 73,0 | 105,9 |
| 11 | PKO BP | 15,9 | 2,8 | 19,2 | 0,7 | 9,5 | 66,3 | 668,6 |
| 12 | PEKAO SA | 68,6 | 2,0 | 6,7 | 0,2 | 14,2 | 64,0 | 617,4 |
| 13 | BISE SA | 24,5 | 3,1 | 2,1 | 0,6 | 85,1 | 171,0 | 21,9 |
| 14 | Invest Bank SA | 4,4 | 1,9 | 10,2 | 0,7 | 8,6 | 126,0 | 21,5 |
| | Progi | 5,0 | 0 | 10,0 | 1,0 | 8,0 | 90–120 | 0 |

Tabela 2

Znormalizowane wartości zmiennych charakteryzujących wybrane banki

| Lp. | Nazwa banku | Miernik | | | | | | |
|-----|--------------------------------|---------|-------|--------|--------|-------|--------|-------|
| | | X_1 | X_2 | X_3 | X_4 | X_5 | X_6 | X_7 |
| 1 | Bank Przemysłowo-Handlowy SA | -0,349 | 1 | 0,743 | 1 | 0,092 | -0,766 | 0,436 |
| 2 | Bank Śląski SA | -0,688 | 0,724 | 1 | 0,846 | 0,088 | -0,953 | 0,442 |
| 3 | Bank Zachodni SA | -0,482 | 0,864 | 0,562 | 0,846 | 0,144 | 1 | 0,310 |
| 4 | Powszechny Bank Kredytowy SA | -0,425 | 0,598 | 0,773 | 0,577 | 0,163 | -0,944 | 0,293 |
| 5 | Powszechny Bank Gospodarczy SA | -0,094 | 0,591 | 0,748 | 0,308 | 0,130 | -0,944 | 0,181 |
| 6 | Wielkopolski Bank Kredytowy SA | -0,362 | 0,412 | 0,788 | 0,442 | 0,034 | 1 | 0,123 |
| 7 | Pomorski Bank Kredytowy SA | -0,510 | 0,459 | 0,419 | 0,500 | 0,097 | -0,993 | 0,233 |
| 8 | Bank Depozytowo-Kredytowy SA | -0,440 | 0,656 | 0,444 | 0,692 | 0,204 | -0,912 | 0,238 |
| 9 | Bank Gdański SA | -0,403 | 0,577 | 0,492 | 0,750 | 0,334 | -0,960 | 0,342 |
| 10 | Polski Bank Inwestycyjny SA | 1 | 0,072 | 0,118 | -0,962 | 0,073 | -0,916 | 0,158 |
| 11 | PKO BP | -0,227 | 0,100 | 0,180 | -0,904 | 0,019 | -0,979 | 1 |
| 12 | PEKAO SA | -1 | 0,072 | -0,952 | -1 | 0,080 | -1 | 0,923 |
| 13 | BISE SA | -0,353 | 0,111 | -1 | -0,923 | 1 | -1 | 0,033 |
| 14 | Invest Bank SA | 0,941 | 0,068 | 0,085 | -0,904 | 0,008 | -0,579 | 0,032 |
| | Progi znormalizowane | 0,933 | 0 | 0,083 | 0,154 | 0 | 1 | 0 |

Źródło: obliczenia własne.

Tabela 3

Wartości miary agregatywnej dla poszczególnych banków

| Lp. | Nazwa Banku | Wartość miary (9) | Lp. | Nazwa Banku | Wartość miary (9) |
|-----|--------------------------------|-------------------|-----|------------------------------|-------------------|
| 1. | Bank Zachodni SA | 0,463 | 8. | Bank Depozytowo-Kredytowy SA | 0,126 |
| 2. | Wielkopolski Bank Kredytowy SA | 0,348 | 9. | Pomorski Bank Kredytowy SA | 0,059 |
| 3. | Bank Przemysłowo-Handlowy SA | 0,308 | 10. | Invest Bank SA | -0,050 |
| 4. | Bank Śląski SA | 0,208 | 11. | Polski Bank Inwestycyjny SA | -0,065 |
| 5. | Bank Gdański SA | 0,162 | 12. | PKO BP | -0,116 |
| 6. | Powszechny Bank Kredytowy SA | 0,148 | 13. | BISE SA | -0,305 |
| 7. | Powszechny Bank Gospodarczy SA | 0,131 | 14. | PEKAO SA | -0,411 |

Źródło: obliczenia własne.

Progi veta przyjęto za pracami [1] i [2], a także w wyniku własnych refleksji. Wartość progową dla miary syntetycznej obliczona na podstawie znormalizowanych progów wynosi:

$$s_0 = \frac{0,933 + 0 + 0,083 + 0,154 + 0 + 1 + 0}{7} = 0,310.$$

Zatem banki dla których $s_i \geq 0,310$ uzyskały ocenę pozytywną.

Wartość miar agregatowych policzona na podstawie miary (9) dla poszczególnych banków zawiera tab. 3.

Akademia Ekonomiczna we Wrocławiu

LITERATURA

- [1] Bereza S., *Zarządzanie ryzykiem bankowym*, Związek Banków Polskich, Warszawa 1992.
- [2] Patterson R., *Poradnik kredytowy dla bankowców*, TWIGGER, Warszawa 1995.
- [3] Strahl D., *Metody programowania rozwoju społeczno-gospodarczego*, PWE, Warszawa 1990.
- [4] Strahl D., Waleśiak M., *Normalizacja zmiennych w granicznym systemie referencyjnym*, Zeszyt nr 3 Sekcji Klasyfikacji i Analizy Danych PTS pt. „Klasyfikacja i analiza danych — teoria i zastosowania”. Jelenia Góra — Wrocław — Kraków 1996.
- [5] Waleśiak M., *Statystyczna analiza wielowymiarowa w badaniach marketingowych*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu 1993 nr 654. Seria, Monografie i opracowania nr 101.

Praca wpłynęła do Redakcji w czerwcu 1996 r.

NORMALISATION OF VARIABLES ON A RANGE AND QUOTIENT SCALE IN A REFERENCE BOUNDARY SYSTEM

S u m m a r y

This paper is an attempt at a detailed examination of normalisation, which discloses the problem of the reference boundary system. The latter is comprehended as a set of restrictions or recommendations which, in the operation of normalisation, enables the identification of distinctly worse objects that undermine certain established boundaries or recommended values of variables.

A special case of the object-model is the boundary model which declares so-called veto thresholds for variable values, or recommended values that imply a minimum satisfaction level in the assessment of objects.

Object A_i ($i = 1, \dots, n$) will receive a positive acceptance (provide a minimum of assessment satisfaction) if:

$$s_i > s_0,$$

where: s_i ... is an aggregate measure permitting the quantification of the state of the object, and is a sum of values of normalised variables;

s_0 ... the veto threshold for the value of aggregate value i .