

COMPARISON OF EXPENDITURES DISTRIBUTIONS OF HOUSEHOLDS OF DIFFERENT BIOLOGICAL TYPES

PORÓWNANIE ROZKŁADÓW WYDATKÓW GOSPODARSTW DOMOWYCH O RÓŻNYM TYPIE BIOLOGICZNYM

ABSTRACT

The purpose of the article was to divide biological types of households into classes of most similar distributions of expenditures. As a measure of the degree of similarity of distributions D statistic was used, which is the maximum absolute value of the difference between two empirical cumulative distribution functions. On the basis of the value of the D statistic calculated for each of the pairs of distributions the thirteen biological types of households were divided into three uniform classes. This division resulted in the creation of one single-element group with marriages (or persons living in non-marital relationships) having 4 or more dependent children, one two-elements group with one-person households and marriages (or persons living in non-marital relationships) without children and one group with remaining types of households.

STRESZCZENIE

Celem artykułu jest dokonanie podziału typów biologicznych gospodarstw domowych na klasy o jak najbardziej podobnych rozkładach wydatków. Jako miernik stopnia podobieństwa rozkładów wykorzystano maksymalną bezwzględną wartość różnicy D między dwiema dystrybuantami empirycznymi. Na podstawie wartości statystyki D obliczonej dla każdej z par rozkładów 13 typów biologicznych gospodarstw domowych podzielono na trzy jednolite klasy. Podział ten skutkowało utwo-

rzeniem jednej grupy jednoelementowej z małżeństwami (albo osobami żyjącymi w związkach nieformalnych) mającymi czworo i więcej dzieci na utrzymaniu, jednej grupy dwuelementowej z jednoosobowymi gospodarstwami domowymi i małżeństwami (albo osobami żyjącymi w związkach nieformalnych) bez dzieci oraz jednej grupy z pozostałymi rodzajami gospodarstw domowych.

KEYWORDS: *expenditures, household, biological type, taxonomy*

SŁOWA KLUCZOWE: *wydatki, gospodarstwo domowe, typ biologiczny, taksonomia*

WPROWADZENIE

Zachodzące w Polsce przemiany w sferze ekonomicznej i społecznej przyczyniły się do poważnego kryzysu życia rodzinnego, który znajduje wyraz między innymi w niskiej dzietności oraz niestabilności instytucji małżeństwa. Niewątpliwie fakt coraz powszechniejszego podejmowania pracy zawodowej przez kobiety rzutuje na to, że opóźniają one swoje decyzje o urodzeniu pierwszego dziecka oraz o posiadaniu kolejnych dzieci. Zmieniający się model rodziny – w tym wzrastająca aktywność kobiet na rynku pracy – nie ułatwia godzenia przez matki ról zawodowych, społecznych i rodzinnych, a w szczególności sprawowania opieki nad licznym potomstwem i równoczesnego realizowania się na innych płaszczyznach. W efekcie opisanych przeobrażeń z roku na rok zmniejsza się w Polsce liczba rodzin wielodzietnych, co niekorzystnie wpływa na proces zastępowalności pokoleń i biologiczną trwałość społeczeństwa (*Sytuacja życiowa...*, 2011, s. 3). Eksperci zajmujący się problematyką demografii są zgodni co do tego, że bez realnego wsparcia rodzin wielodzietnych nie uda się zażegnać istniejącego kryzysu demograficznego (Popko i Smyrgała, 2011, s. 7).

Prawidłowe funkcjonowanie rodzin w społeczeństwie ma ogromne znaczenie dla jego rozwoju, gdyż rodzina stanowi podstawowe środowisko kształtowania się kolejnego pokolenia. Warto też w tym kontekście nadmienić, że w rodzinach wielodzietnych socjalizacja przebiega inaczej niż w rodzinach z jednym czy dwojgiem dzieci – rodziny wielodzietne są naturalnym środowiskiem, w którym dzieci muszą nauczyć się współpracy, odpowiedzialności za drugiego człowieka, wyrozumiałości, troski oraz ograniczania własnych potrzeb w celu zaspokojenia potrzeb pozostałych członków rodziny (Mróz, 2009, s. 343–355). Rodziny wielodzietne są także trwalsze

niż rodziny z mniejszą liczbą dzieci. Badania dodatkowo wskazują, że dzieci z rodzin wielodzietnych dysponują znacznie lepiej rozwiniętymi umiejętnościami społecznymi i interpersonalnymi (Downey i Condrón, 2014, s. 333–350). Co więcej, dzieci niemające liczego rodzeństwa rzadko same decydują się na założenie dużej rodziny (Kravdal, 2010, s. 668). Niewątpliwie coraz mniejsza liczba dzieci w polskich gospodarstwach domowych wpływa więc na znaczne osłabienie wyżej wymienionych pozytywnych funkcji środowiska rodzinnego (Balcerzak-Paradowska, 2009, s. 313–324). To z kolei może mieć negatywny skutek w postaci obniżenia jakości kapitału społecznego, gdyż w społeczeństwie coraz liczniejsza grupa to indywidualiści zainteresowani wyłącznie zaspokajaniem własnych potrzeb, a coraz mniejsza jest grupa jednostek uwrażliwionych na potrzeby innych i gotowych nieść pomoc potrzebującym (Bebel, 2014, s. 280–281).

Rodziny wielodzietne stanowią w Polsce grupę gospodarstw domowych najbardziej zagrożonych ubóstwem. W 2014 r. poniżej minimum egzystencji żyła co dziewiąta osoba w gospodarstwach małżeństw z trojgiem dzieci oraz co czwarta osoba w gospodarstwach małżeństw z czworgiem albo większą liczbą dzieci. Co warto podkreślić, nawet osoby tworzące rodziny niepełne (czyli samotni rodzice z dziećmi na utrzymaniu) są we względnie lepszej sytuacji – wskaźnik zagrożenia skrajnym ubóstwem dla rodzin niepełnych wyniósł w 2014 r. około 6% (*Ubóstwo w Polsce...*, 2015, s. 13).

Sytuacja finansowa jest istotnym aspektem funkcjonowania gospodarstw domowych. Przeprowadzane w Polsce badania dowodzą, że w najtrudniejszym położeniu pod względem materialnych warunków życia znajdują się właśnie rodziny wielodzietne (Zagórski, 2009, s. 32). Niekorzystna relacja liczby osób osiągających dochody do liczby osób pozostających na ich utrzymaniu (czyli nieposiadających własnych dochodów) powoduje, że standard życia rodzin wielodzietnych jest znacznie niższy niż osób nieposiadających dzieci (*Sytuacja życiowa...*, 2011, s. 6). Wydaje się, że taki wniosek należałoby poprzeć przede wszystkim zestawieniem poziomu wydatków realizowanych przez poszczególne typy gospodarstw domowych, gdyż wydatek jest bezsprzecznie tą wielkością, której wpływ na jakość życia mieszkańca Polski jest kluczowy. Stąd określenie rodzajów gospodarstw domowych, które charakteryzują się bardzo podobnym rozkładem wydatków na osobę, oraz tych rodzajów gospodarstw,

które pod względem rozkładu rozpatrywanej zmiennej odbiegają od pozostałych, stało się celem niniejszego artykułu. Określenia „typy biologiczne”, „rodzaje” i „kategorie” będą zamiennie używane w niniejszym artykule.

Postawiony cel zostanie osiągnięty poprzez realizację następujących zadań badawczych:

- 1) wyznaczenie wartości statystyki pozwalającej na porównanie rozkładów i podzielenie rodzajów gospodarstw na grupy o podobnym rozkładzie całkowitych wydatków na osobę,
- 2) porównanie rozkładów badanej zmiennej w grupach utworzonych w ramach pierwszego zadania badawczego.

Określenia „grupy” i „klasy” będą używane zamiennie w niniejszym artykule.

Za Głównym Urzędem Statystycznym przyjęto, że na całkowite wydatki składają się wydatki na towary i usługi konsumpcyjne oraz pozostałe wydatki. Wydatki na towary i usługi konsumpcyjne przeznaczane są na zaspokojenie potrzeb gospodarstwa domowego i obejmują towary zakupione za gotówkę (w tym przy użyciu karty płatniczej bądź kredytowej), na kredyt, otrzymane bezpłatnie, jak również spożycie naturalne (tj. towary i usługi konsumpcyjne pobrane na potrzeby gospodarstwa domowego z działalności rolniczej albo działalności gospodarczej na własny rachunek). Natomiast pozostałe wydatki składają się między innymi z: 1) darów przekazanych innym gospodarstwom domowym i instytucjom niekomercyjnym, 2) niektórych podatków (w tym podatku od spadków i darowizn, podatku od nieruchomości, opłaty za wieczyste użytkowanie gruntu), 3) zaliczek na podatek od dochodów osobistych oraz składek na ubezpieczenia społeczne płaconych samodzielnie przez podatnika (*Budżety gospodarstw domowych w 2015 r.* 2015, 2016, s. 20).

Artykuł niniejszy ma charakter badawczy. Wszystkie zawarte w nim obliczenia przeprowadzono na podstawie nieidentyfikowalnych danych jednostkowych z badania budżetów gospodarstw domowych zrealizowanego przez Główny Urząd Statystyczny. Bazę za 2012 r. udostępnił GUS na podstawie Umowy nr 20/Z/DI-6-611/632/2013/RM między GUS a Uniwersytetem Szczecińskim. Wspomniana baza zawiera szczegółowe informacje dotyczące budżetów gospodarstw domowych w Polsce i w 2012 r. objęła 37 427 gospodarstw.

Co warte podkreślenia, badanie budżetów przez GUS prowadzone jest metodą reprezentacyjną, która daje możliwość uogólnienia uzyskanych wyników na wszystkie gospodarstwa domowe w Polsce (*Budżety gospodarstw domowych w 2015 r.* 2015, 2016, s. 20).

PRZYGOTOWANIE DANYCH

Dla każdego gospodarstwa domowego ankietowanego przez GUS w ramach badania budżetów gospodarstw domowych za 2012 r. wyznaczono średnie miesięczne wydatki przypadające na osobę. Informacje zawarte w udostępnionej bazie danych pozwoliły także przyporządkować poszczególne gospodarstwa do odpowiednich typów biologicznych. Dzięki temu wyodrębniono 13 następujących zbiorowości statystycznych:

- A – gospodarstwa jednoosobowe,
- B – małżeństwa (albo osoby żyjące w związkach nieformalnych) bez dzieci,
- C – małżeństwa (albo osoby żyjące w związkach nieformalnych) z jednym dzieckiem,
- D – małżeństwa (albo osoby żyjące w związkach nieformalnych) z dwojgiem dzieci,
- E – małżeństwa (albo osoby żyjące w związkach nieformalnych) z trojgiem dzieci,
- F – małżeństwa (albo osoby żyjące w związkach nieformalnych) z co najmniej czworgiem dzieci (na potrzeby niniejszego artykułu gospodarstwa domowe tego typu nazwane zostaną rodzinami wielodzietnymi),
- G – matki z dziećmi,
- H – ojcowie z dziećmi,
- I – małżeństwa (albo osoby żyjące w związkach nieformalnych) z dziećmi i innymi osobami,
- J – matki z dziećmi i innymi osobami,
- K – ojcowie z dziećmi i innymi osobami,
- L – inne osoby z dziećmi na utrzymaniu,
- M – pozostałe gospodarstwa domowe.

Następnie dla poszczególnych grup wyznaczono klasyczne miary tendencji centralnej, zróżnicowania i asymetrii. Uzyskane wyniki zebrano w tabeli 1.

Tabela 1.

Wartości średniej arytmetycznej, odchylenia standardowego, klasycznego współczynnika zmienności oraz klasycznego współczynnika asymetrii

Typ	Średnia arytmetyczna (w zł)	Odchylenie standardowe* (w zł)	Współczynnik zmienności** (w %)	Współczynnik asymetrii
A	1.671,30	1.262,72	75,6	6,71
B	1.451,81	997,16	68,7	4,38
C	1.185,97	790,95	66,7	4,26
D	941,42	609,18	64,7	3,61
E	732,15	650,32	88,8	10,65
F	517,53	344,41	66,5	4,51
G	966,43	780,65	80,8	3,38
H	973,05	548,74	56,4	0,97
I	301,81	374,69	124,1	11,69
J	732,45	450,28	61,5	5,77
K	722,44	381,27	52,8	2,13
L	625,04	352,90	56,5	2,27
M	1.042,88	694,73	66,6	7,07

* Odchylenie standardowe jest bezwzględną miarą zróżnicowania (Pułaska-Turyńska, 2005, s. 71).

** Współczynnik zmienności jest względną miarą zróżnicowania (Kelley, 2007, s. 755).

Źródło: obliczenia własne na podstawie nieidentyfikowalnych danych jednostkowych z badania budżetów gospodarstw domowych przez GUS

Zaobserwowano, że największe i najmniejsze wartości w każdym z wyodrębnionych szeregów statystycznych mają bardzo duży wpływ na obliczone klasyczne miary tendencji centralnej, zróżnicowania i asymetrii. Skłoniło to do refleksji, że do porównania rozkładów wydatków na osobę w poszczególnych populacjach należałoby wykorzystać szeregi pozbawione jednostek statystycznych o skrajnych wartościach badanej zmiennej. W celu podjęcia decyzji, jaki procent takich jednostek z 13 rozpatrywanych prób odrzucić, wyznaczono różnicę między:

- wartością maksymalną x_{\max} i minimalną x_{\min} ,
- wartością percentyla dziewięćdziesiątego dziewiątego $P_{99.100}$ i percentyla pierwszego $P_{1.100}$,

- wartością decyla dziewiątego $D_{9,10}$ i decyla pierwszego $D_{1,10}$,
- wartością kwartyła trzeciego $Q_{3,4}$ i kwartyła pierwszego $Q_{1,4}$.

Wyniki przeprowadzonych obliczeń umieszczono w tabeli 2.

Tabela 2.

Rozstęp obliczony dla wybranych obszarów zmienności

Typ	$x_{max} - x_{min}$ (w zł)	$P_{99,100} - P_{1,100}$ * (w zł)	$D_{9,10} - D_{1,10}$ ** (w zł)	$Q_{3,4} - Q_{1,4}$ *** (w zł)
A	30.748,30	5.532,05	2.110,83	994,24
B	19.123,63	4.769,38	1.761,85	855,37
C	15.256,82	3.709,56	1.466,35	696,88
D	8.936,39	3.067,14	1.134,83	536,80
E	14.093,47	2.358,31	817,05	369,71
F	3.842,24	1.624,85	573,37	273,64
G	6.852,15	4.276,31	1.348,09	627,90
H	2.456,90	1.911,69	1.224,34	695,00
I	8.292,10	2.053,92	820,04	425,39
J	8.548,24	1.957,60	828,98	430,29
K	2.399,67	2.126,14	713,87	399,97
L	3.326,88	1.669,32	718,98	351,87
M	21.569,25	2.992,42	1.243,33	610,54

* *Percentyle dzielą zbiorowość statystyczną na sto równych części.*

** *Decyle dzielą zbiorowość statystyczną na dziesięć równych części.*

*** *Kwartyle dzielą zbiorowość statystyczną na cztery równe części.*

Źródło: jak w tabeli 1

Na podstawie wyników zgromadzonych w tabeli 2 podjęto decyzję, że odrzucenie jednego procenta jednostek statystycznych o największych wartościach badanej cechy oraz jednego procenta jednostek o najmniejszych wartościach będzie wystarczające dla wyeliminowania nadmiernego wpływu jednostek skrajnych na wartości obliczonych miar klasycznych. W tabeli 3 wyznaczono więc ponownie klasyczne miary tendencji centralnej, zróżnicowania i asymetrii, ale tym razem tylko dla 98% środkowych jednostek wyselekcjonowanych z poszczególnych prób.

Tabela 3.

Wartości średniej arytmetycznej, odchylenia standardowego, klasycznego współczynnika zmienności oraz klasycznego współczynnika asymetrii – obliczenia przeprowadzone dla zawężonego obszaru zmienności

Typ	Średnia arytmetyczna (w zł)	Odchylenie standardowe (w zł)	Współczynnik zmienności (w %)	Współczynnik asymetrii
A	1.607,83	895,62	55,7	1,64
B	1.400,73	740,76	52,9	1,59
C	1.149,37	613,48	53,4	1,55
D	913,06	481,52	52,7	1,67
E	693,66	364,70	52,6	1,90
F	497,65	245,63	49,4	1,79
G	921,83	601,80	65,3	2,04
H	957,93	507,92	53,0	0,79
I	301,92	366,42	121,4	5,22
J	713,86	342,10	47,9	1,27
K	714,91	325,88	45,6	1,76
L	609,03	298,29	49,0	1,38
M	1.010,73	501,96	49,7	1,31

Źródło: jak w tabeli 1

Jak wskazują na to dane zebrane w tabeli 3, najwyższe średnie wydatki zaobserwowano w przypadku kategorii gospodarstw jednoosobowych (1.607,83 zł/os.), a najniższe – małżeństw (albo osób żyjących w związkach nieformalnych) z dziećmi i innymi osobami (301,92 zł/os.). Co ciekawe, te ostatnie charakteryzują się największym względnym zróżnicowaniem wydatków – odchylenie standardowe stanowi tutaj aż 121,4% średniej. Dodatkowo rozkład badanej cechy w populacji małżeństw (albo osób żyjących w związkach nieformalnych) z dziećmi i innymi osobami ma najsilniejszą asymetrię prawostronną. Oznacza to, że większość gospodarstw należących do tej kategorii realizuje wydatki na poziomie dużo niższym od wartości średniej opiewającej na 301,92 zł/os. Rozkład najbardziej zbliżony do symetrycznego uzyskano w populacji gospodarstw prowadzonych przez ojców samotnie wychowujących dzieci.

METODYKA BADANIA

W przeprowadzonych w artykule badaniach wykorzystano oryginalny, stworzony przez autorki konglomerat narzędzi statystycznych, a mianowicie maksymalną bezwzględną wartość różnicy między dystrybuantami empirycznymi oraz taksonomię wrocławską. Taksonomia wrocławska jest wprawdzie znaną metodą klasyfikacji, jednak w niniejszym opracowaniu została ona wykorzystana w innowacyjny sposób.

Niech rozpatrywana zmienna (tj. całkowite miesięczne wydatki *per capita*) zostanie oznaczona przez X . Dystrybuanta $F(X)$ w pełni określa rozkład zmiennej X w populacji (Kot i inni, 2007, s. 267). Stąd porównanie rozkładu zmiennej w dwóch populacjach można sprowadzić do porównania wartości dystrybuant w tych populacjach i jeżeli dwie populacje mają ten sam rozkład, to wartości ich dystrybuant powinny być we wszystkich punktach identyczne (Razali i Wah, 2011, s. 23). Wynika z tego, że jeśli dwie próby pochodzą z dwóch identycznych populacji, to wartości dystrybuant empirycznych powinny być we wszystkich punktach zbliżone (Józwiak i Podgórski, 2012, s. 289).

Niech próba pobrana z pierwszej populacji liczy n_1 elementów, a z drugiej – n_2 elementów. Wówczas przez $F_{n_1}(x_i)$ i $F_{n_2}(x_i)$ oznaczone zostaną dystrybuanty empiryczne dotyczące odpowiednio pierwszej i drugiej próby. Przedmiotem analizy są wielkości różnic między wartościami tych dystrybuant. W celu określenia poszczególnych różnic wszystkie obserwacje występujące w tych próbach uporządkowano w kolejności niemalejącej (Hogg i Tanis, 2010, s. 461). Następnie dla każdej i -tej obserwacji obliczono wartości obu dystrybuant empirycznych odpowiednio według wzorów (Witkowski, 2010, s. 92):

$$F_{n_1}(x_i) = \frac{n_{1sk.}(x_i)}{n_1} \quad F_{n_2}(x_i) = \frac{n_{2sk.}(x_i)}{n_2},$$

gdzie $n_{1sk.}(x_i)$ i $n_{2sk.}(x_i)$ oznaczają liczebności skumulowane liczone odpowiednio dla pierwszej i drugiej próby.

W następnym kroku realizacji omawianej procedury dla każdej wartości zmiennej X obliczono wartość bezwzględną z różnicy pomiędzy dystrybuantami i odszukano największą bezwzględną wartość różnicy między $F_{n_1}(x_i)$ i $F_{n_2}(x_i)$. Oznaczono ją przez $D_{1.2}$. A zatem miara $D_{1.2}$ została zdefiniowana jako (Taylor i Emerson, 2011, s. 34):

$$D_{1.2} = \max_{x_i} |F_{n_1}(x_i) - F_{n_2}(x_i)|.$$

Dzięki przeprowadzeniu klasyfikacji zbiorów 13 rodzajów gospodarstw domowych zostanie podzielony na ustaloną liczbę podzbiorów, które będą względnie jednorodne w odniesieniu do przyjętego kryterium. Pożądany będzie taki podział, w którym wartość statystyki D obliczonej dla dowolnej pary kategorii gospodarstw należących do tej samej klasy jest mniejsza niż wartość tej statystyki dotyczącej dowolnej pary kategorii należących do różnych klas (Sompolska-Rzechuła, 2002, s. 525). Do dokonania takiego podziału wykorzystano taksonomię wrocławską, zwaną także metodą dendrytową (Bąk i Markowicz, 2003, s. 62). Procedurę przeprowadzono w następujących etapach (Dziechciarz, 2002, s. 273):

Etap 1. Na podstawie wartości statystyki D dla każdej kategorii gospodarstw domowych znaleziono najbardziej podobną kategorię. Na tej bazie zbudowano dendryt składający się z wierzchołków i wiązań, przy czym każdy z wierzchołków grafu odpowiada innemu typowi biologicznemu. Konstrukcję dendrytu rozpoczęto od połączenia wszystkich kategorii z najbardziej podobnymi. W wyniku tej syntezy uzyskano graf złożony z tzw. skupień pierwszego rzędu, przy czym skupienie to grupa kategorii bezpośrednio albo pośrednio połączonych ze sobą za pomocą wiązań. Gdyby okazało się, że utworzony dendryt jest grafem spójnym (czyli otrzymano jedno skupienie pierwszego rzędu, w którym wszystkie wierzchołki zostały połączone nieprzerwanym ciągiem wiązań) (Piszczala, 2000, s. 23), to po etapie pierwszym należałoby przejść bezpośrednio do etapu trzeciego. Jeśli natomiast w etapie pierwszym otrzymano co najmniej dwa skupienia pierwszego rzędu, należy przeprowadzić etap drugi.

Etap 2. W etapie tym dla każdego skupienia pierwszego rzędu poszukuje się skupienia najbardziej podobnego spośród wszystkich pozostałych skupień. Jako wartość statystyki D odnoszącą się do pary skupień przyjęto minimalną wartość tej statystyki obliczoną dla poszczególnych kategorii gospodarstw domowych należących do tych dwóch skupień (Młodak, 2006, s. 77). W rezultacie połączenia każdego skupienia pierwszego rzędu ze skupieniem, które jest do niego najbardziej podobne, uformowano tzw. skupienia drugiego rzędu. Procedurę łączenia powtarzano aż do momentu, w którym wszystkie skupienia były ze sobą połączone i otrzymany graf był spójny.

Etap 3. Dokonuje się podziału grafu spójnego. W przypadku gdy ostateczna klasyfikacja ma wyodrębnić k rozłącznych grup, konieczne jest usunięcie z otrzymanego dendrytu $k-1$ najdłuższych wiązań.

PODZIELENIE TYPÓW BIOLOGICZNYCH GOSPODARSTW DOMOWYCH NA GRUPY PODOBNE POD WZGLĘDEM ROZKŁADU WYDATKÓW

Jak już wspomniano, celem realizowanego badania jest porównanie rozkładów cechy X (tj. całkowitych miesięcznych wydatków na osobę) zbudowanych dla poszczególnych typów biologicznych gospodarstw domowych. Podobieństwo rozkładów zmierzono za pomocą statystyki D , przy czym dwa rozkłady są tym bardziej podobne, im D ma mniejszą wartość. W tabeli 4 podano obliczone wartości statystyki D .

Tabela 4a.

Wartości statystyki D dla poszczególnych par (w p.p.)

D	A	B	C	D	E	F	G
A	0,00	9,20	26,05	43,15	62,28	78,39	43,59
B	9,20	0,00	17,25	35,04	55,23	74,23	36,47
C	26,05	17,25	0,00	18,68	42,02	64,61	23,67
D	43,15	35,04	18,68	0,00	24,16	49,53	8,62
E	62,28	55,23	42,02	24,16	0,00	30,00	19,65
F	78,39	74,23	64,61	49,53	30,00	0,00	43,60
G	43,59	36,47	23,67	8,62	19,65	43,60	0,00
H	36,20	30,83	23,26	11,48	29,65	48,33	11,44
I	58,05	50,26	34,73	16,79	8,06	34,78	15,88
J	57,92	51,09	37,52	19,85	5,78	33,06	15,17
K	61,16	54,08	41,39	23,70	11,80	38,67	18,82
L	68,39	62,01	49,71	32,89	12,09	21,02	27,48
M	33,69	24,92	8,47	10,94	34,22	57,61	15,28

Źródło: jak w tabeli 1

Tabela 4b.

Wartości statystyki D dla poszczególnych par (w p.p.) – c.d.

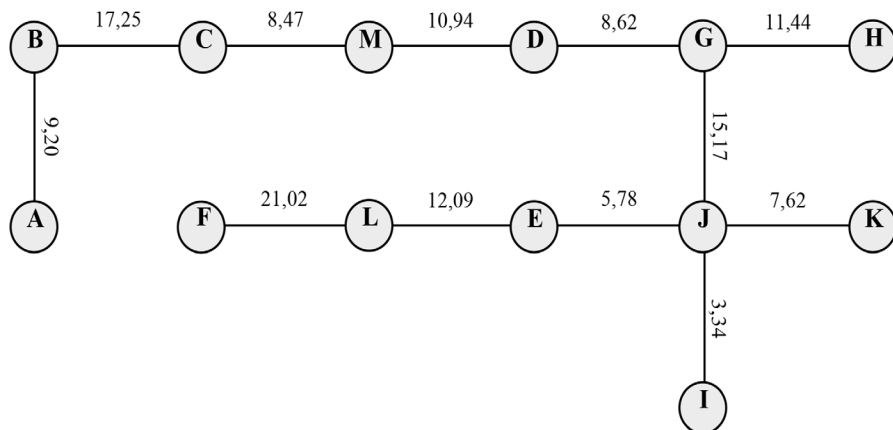
D	H	I	J	K	L	M
A	36,20	58,05	57,92	61,16	68,39	33,69
B	30,83	50,26	51,09	54,08	62,01	24,92
C	23,26	34,73	37,52	41,39	49,71	8,47
D	11,48	16,79	19,85	23,70	32,89	10,94
E	29,65	8,06	5,78	11,80	12,09	34,22
F	48,33	34,78	33,06	38,67	21,02	57,61
G	11,44	15,88	15,17	18,82	27,48	15,28
H	0,00	25,11	24,83	28,28	35,87	16,26
I	25,11	0,00	3,34	7,72	17,27	27,02
J	24,83	3,34	0,00	7,62	14,98	29,53
K	28,28	7,72	7,62	0,00	20,77	33,32
L	35,87	17,27	14,98	20,77	0,00	42,09
M	16,26	27,02	29,53	33,32	42,09	0,00

Źródło: jak w tabeli 1

Podstawowym zadaniem jest podzielenie zbioru $\{A, B, C, \dots, M\}$ na takie rozłączne i niepuste podzbiory, aby kategorie gospodarstw domowych należące do tych samych grup były jak najbardziej do siebie podobne, a kategorie należące do różnych grup były jak najmniej do siebie podobne. Realizowaną w tym celu procedurę metody dendrytowej przeprowadzono na podstawie wyznaczonych wartości statystyki D .

W każdej kolumnie tabeli 4 pogrubioną czcionką zaznaczono najmniejsze dodatnie wartości D . Na podstawie tych liczb sporządzono graf, na którym poszczególne kategorie gospodarstw domowych (tj. wierzchołki grafu) oznaczono kółkami. Realizacja dwóch pierwszych etapów metody dendrytowej doprowadziła do powstania grafu spójnego, który zaprezentowano na rysunku 1.

Rysunek 1.
Dendryt spójny



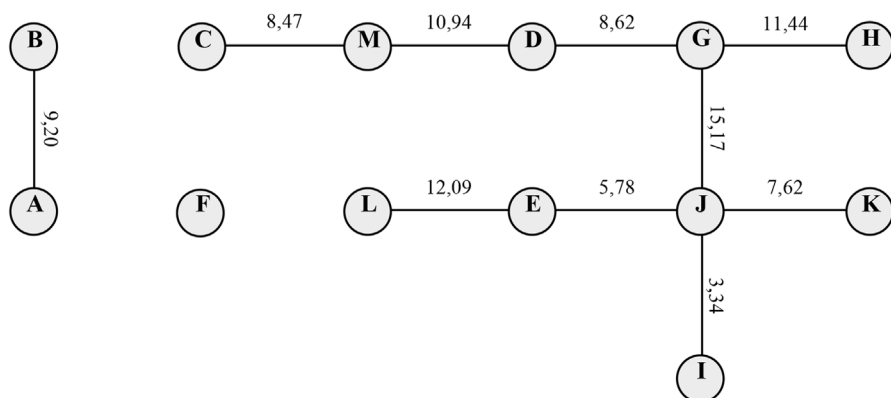
Źródło: opracowanie własne na podstawie tabeli 4a i 4b

Kolejnym etapem jest odpowiednie podzielenie otrzymanego dendrytu spójnego. W przypadku potrzeby pogrupowania typów biologicznych gospodarstw domowych w dwie jednorodne klasy z grafu spójnego należałoby usunąć najdłuższe wiązanie odpowiadające odległości równej 21,02 p.p. Wtedy w jednej grupie znalazłaby się kategoria F, czyli małżeństwa (albo osoby żyjące w związkach nieformalnych) mające co najmniej czworo dzieci, a w drugiej grupie – pozostałe 12 rodzajów gospodarstw domowych. W przypadku konieczności wyodrębnienia trzech grup należałoby usunąć też wiązanie dla dystansu wielkości 17,25 p.p. i wówczas powstałaby następna grupa z kategoriami A i B, czyli z gospodarstwami jednoosobowymi oraz małżeństwami (albo osobami żyjącymi w związkach nieformalnych) bez dzieci. Wydaje się, że przy 13 wierzchołkach grafu nie jest zasadne dzielenie go na więcej niż trzy klasy.

Toteż ostatecznie w drodze przeprowadzenia metody dendrytowej – zrealizowanej nowatorsko na podstawie wartości statystyki D – powstały trzy klasy, które zaprezentowano na rysunku 2.

Rysunek 2.

Podzielenie dendrytu na trzy klasy



Źródło: opracowanie własne na podstawie rysunku 1 i tabeli 4a i 4b

PORÓWNANIE ROZKŁADU BADANEJ ZMIENNEJ W TRZECH UTWORZONYCH GRUPACH

Tabela 5 prezentuje informacje na temat kształtowania się całkowitych miesięcznych wydatków *per capita*:

- w grupie gospodarstw jednoosobowych oraz małżeństw (lub osób żyjących w związkach nieformalnych) bez dzieci,
- w grupie małżeństw (lub osób żyjących w związkach nieformalnych) z co najmniej czworgiem dzieci,
- w grupie pozostałych typów biologicznych gospodarstw domowych.

Dane zawarte w tabeli 5 prowokują do kilku ważkich refleksji. Otóż prawie co szósta rodzina wielodzietna w Polsce (oraz co piąta osoba należąca do gospodarstwa domowego tego typu) wydaje miesięcznie mniej niż 300 zł na osobę. Dla porównania – dla gospodarstw jednoosobowych oraz rodzin bez dzieci jest to jedynie co 316. gospodarstwo domowe (i co 295. osoba), a wśród pozostałych kategorii gospodarstw domowych rozpatrywanych łącznie – co 42. gospodarstwo domowe (oraz co 32. osoba). Warto też zwrócić uwagę na fakt, że prawie połowa (a dokładnie 49,1%) jednoosobowych gospodarstw

domowych oraz rodzin bez dzieci realizuje wydatki miesięcznie przekraczające 1.300 zł/os. (co daje 47,7% osób realizujących wydatki na wspomnianym poziomie), podczas gdy taka skala wydatków dotyczy tylko 3% rodzin z co najmniej czworgiem dzieci (w przeliczeniu na osoby daje to też około 3%). Wydatki opiewające na kwotę przekraczającą 1.300 zł miesięcznie dotyczą natomiast co piątego gospodarstwa domowego z pozostałych 10 typów rozpatrywanych łącznie (oraz prawie co szóstej osoby należącej do tej grupy).

Tabela 5.

Procentowy rozkład wydatków w każdej z trzech wyodrębnionych grup

Przedziały zmienności dla miesięcznych wydatków na osobę	Gospodarstwa jednoosobowe oraz małżeństwa* bez dzieci {A, B}		Małżeństwa* z co najmniej czworgiem dzieci {F}		Pozostałe rodzaje gospodarstw domowych {C, D, E, G, H, I, J, K, L, M}	
	a ^o	b ^o	a ^o	b ^o	a ^o	b ^o
(50 zł/os.; 300 zł/os.)	0,3%	0,3%	17,4%	18,9%	2,4%	3,1%
(300 zł/os.; 550 zł/os.)	4,2%	4,5%	50,8%	50,4%	19,4%	22,2%
(550 zł/os.; 800 zł/os.)	12,2%	12,9%	20,2%	19,5%	26,2%	27,2%
(800 zł/os.; 1.050 zł/os.)	17,3%	17,7%	6,4%	6,3%	20,1%	19,3%
(1.050 zł/os.; 1.300 zł/os.)	16,8%	16,8%	2,2%	2,1%	12,4%	11,4%
(1.300 zł/os.; 1.550 zł/os.)	13,0%	12,9%	1,4%	1,3%	7,4%	6,6%
(1.550 zł/os.; 1.800 zł/os.)	9,7%	9,7%	0,6%	0,6%	4,2%	3,7%
(1.800 zł/os.; 2.050 zł/os.)	6,9%	6,8%	0,6%	0,5%	2,6%	2,2%
(2.050 zł/os.; 2.300 zł/os.)	4,9%	4,8%	0,0%	0,0%	1,5%	1,2%
(2.300 zł/os.; 2.550 zł/os.)	3,8%	3,6%	0,0%	0,0%	1,0%	0,9%
(2.550 zł/os.; 2.800 zł/os.)	2,6%	2,4%	0,3%	0,3%	0,7%	0,6%
powyżej 2.800 zł/os.	8,1%	7,5%	0,3%	0,3%	1,9%	1,6%
Suma:	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

* albo osoby żyjące w związkach nieformalnych

a^o podane procenty dotyczą odsetków gospodarstw domowych

b^o podane procenty dotyczą odsetków osób

Źródło: jak w tabeli 1

Uderzające mogą być również różnice w przypadku analizowania wydatków na osobę na poziomie co najmniej 2.800 zł miesięcznie. Zgodnie z obliczeniami przeprowadzonymi w tabeli 5 ponad 2.800 zł miesięcznie wydaje co 13. osoba prowadząca jednoosobowe gospodarstwo domowe albo żyjąca w związku i nieposiadająca dzieci, ale tylko co 337. osoba z rodzin z przynajmniej czworgiem dzieci oraz co 62. osoba z pozostałych typów gospodarstw domowych. Bez wątplenia poziom wydatków w polskich rodzinach wielodzietnych jest zatem na tle wszystkich pozostałych rodzajów gospodarstw domowych bardzo niski, co szczególnie widać w przypadku dokonania porównania z jednoosobowymi gospodarstwami domowymi oraz rodzinami nieposiadającymi dzieci.

Poparcie dla wyciągniętych powyżej wniosków dodatkowo może stanowić ocena wartości kilku syntetycznych miar struktury. Pierwszą z nich będzie średnia arytmetyczna. Oczywiście miara tendencji centralnej nie wyczerpie informacji o kształtowaniu się badanej zmiennej w próbie, stąd w celu bardziej dogłębnego zbadania różnic w rozkładach zostanie również określona dyspersja (Roeske-Słomka, 2010, s. 34–35). Wyniki obliczeń przeprowadzonych po odrzuceniu 2% jednostek skrajnych (tj. 1% jednostek o największych wartościach badanej cechy oraz 1% jednostek o najmniejszych wartościach) zebrano w tabeli 6.

Tabela 6.

Wartości wybranych miar syntetycznych dotyczących analizy rozkładu miesięcznych wydatków *per capita* – obliczenia przeprowadzone dla zawężonego obszaru zmienności

Wyszczególnienie	Gospodarstwa jednoosobowe oraz małżeństwa* bez dzieci {A, B}	Małżeństwa* z co najmniej czworgiem dzieci {F}	Pozostałe rodzaje gospodarstw domowych {C, D, E, G, H, I, J, K, L, M}
Średnia arytmetyczna (w zł/os.)	1.460,77	497,65	800,74
Odchylenie standardowe (w zł/os.)	794,36	245,63	560,24
Współczynnik zmienności (w %)	54,4	49,4	70,0

* albo osoby żyjące w związkach nieformalnych

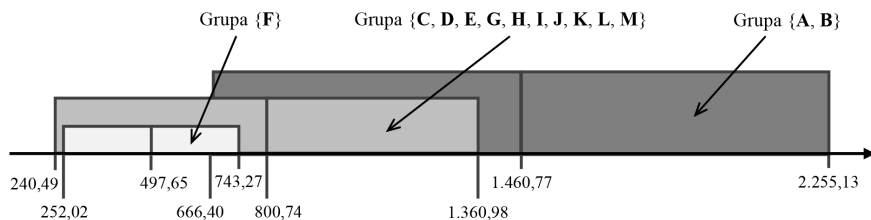
Źródło: jak w tabeli 1

Z informacji umieszczonych w tabeli 6 wynika, że małżeństwa (lub osoby żyjące w związkach nieformalnych) z co najmniej czworgiem dzieci to ta grupa społeczna, w przypadku której wydatki są na poziomie najniższym ze wszystkich rozpatrywanych grup. Średnie miesięczne wydatki na osobę w grupie {F} w 2012 r. były bowiem aż o 66% niższe niż w grupie {A, B} oraz o 38% niższe niż w pozostałych 10 kategoriach gospodarstw domowych rozpatrywanych łącznie. Grupa {F} charakteryzuje się również najmniejszym zróżnicowaniem wydatków *per capita* – odchylenie standardowe stanowi tutaj 49,4% średniej i jest to najniższa wartość współczynnika zmienności znajdująca się w ostatnim wierszu tabeli 6. Warto też dodać, że typowe małżeństwo (lub para żyjąca w związku nieformalnym) posiadające przynajmniej czworo dzieci ma wydatki na osobę zawierające się w przedziale (252,02; 743,27) i rozpiętość tego przedziału jest stosunkowo mała, jeśli porównać ją z rozpiętością typowego obszaru zmienności wyznaczonego dla osób prowadzących gospodarstwa jednoosobowe i par nieposiadających dzieci (666,40; 2.255,13) oraz rozpiętością typowego obszaru zmienności wyznaczonego dla pozostałych typów biologicznych gospodarstw domowych (240,49; 1.360,98).

Na rysunku 3 zobrazowano na osi wydatków położenie względem siebie poszczególnych średnich. Pokazano również, jak duża jest rozpiętość typowych obszarów zmienności w przypadku każdej z utworzonych grup.

Rysunek 3.

Wartości średnie oraz granice typowych obszarów zmienności^{*} dla miesięcznych wydatków na osobę w przypadku każdej z trzech wyodrębnionych grup



^{*} Końce przedstawionych przedziałów zostały obliczone jako średnia \pm odchylenie standardowe (Liskowski i Tauber, 2010, s. 66)

Źródło: opracowanie własne na podstawie tabeli 6

Trzeba zauważyć, że w Polsce za typowe jednoosobowe albo dwuosobowe gospodarstwo domowe, w którym nie ma dzieci, można uznać nawet takie, które miesięcznie realizuje wydatki na poziomie bliskim 2,3 tys. zł na osobę. To jednak, co jest na rysunku 3 szczególnie uderzające, stanowi fakt, że różnice między trzema utworzonymi klasami są na tyle duże, iż średni poziom wydatków w grupie {A, B} przekracza górną granicę typowego obszaru zmienności zbudowanego dla grupy {C, D, ..., M}, a średni poziom wydatków w grupie {C, D, ..., M} jest powyżej górnej granicy typowego obszaru zmienności zbudowanego dla grupy {F}.

Należałoby też wspomnieć o tym, że aż 42,23% gospodarstw to gospodarstwa jednoosobowe albo dwuosobowe bez dzieci (i co czwarta osoba należy do takiego właśnie rodzaju gospodarstwa domowego). Natomiast rodziny wielodzietne są bardzo nieliczną grupą – gospodarstw domowych należących do klasy {F} było w 2012 r. mniej niż 1% i obejmowały nieco ponad 2% ludności. Szczegółowe informacje na temat struktury przebadanej próby przedstawiono w tabeli 7.

Tabela 7.

Struktura badanej próby składającej się z 37 427 gospodarstw domowych (tj. 105 327 osób)

Wyszczególnienie	Gospodarstwa jednoosobowe oraz małżeństwa* bez dzieci {A, B}	Małżeństwa* z co najmniej czworgiem dzieci {F}	Pozostałe rodzaje gospodarstw domowych {C, D, E, G, H, I, J, K, L, M}
Odsetek gospodarstw domowych (w %)	42,23	0,97	56,80
Odsetek osób (w %)	23,27	2,24	74,49

* albo osoby żyjące w związkach nieformalnych

Źródło: jak w tabeli 1

PODSUMOWANIE

Celem niniejszego artykułu była odpowiedź na pytanie, które typy gospodarstw domowych mają najbardziej zbliżone do siebie rozkłady całkowitych miesięcznych wydatków na osobę. Typy te pogrupowano w trzy klasy o podobnych do siebie rozkładach analizowanej zmiennej. Grupowania tego

dokonano na podstawie wartości statystyki D i przy wykorzystaniu metody dendrytowej. W efekcie zastosowanej procedury klasyfikacyjnej uzyskano jedną grupę jednoelementową – z rodzinami wielodzietnymi, jedną grupę dwuelementową – z gospodarstwami jednoosobowymi oraz małżeństwami (albo osobami żyjącymi w związkach nieformalnych) bez dzieci, a także jedną grupę obejmującą pozostałe 10 rodzajów gospodarstw domowych.

Drugim etapem przeprowadzonych badań było scharakteryzowanie każdej z otrzymanych klas za pomocą wybranych miar struktury. Pozwoliło to na zidentyfikowanie tej kategorii gospodarstw domowych – tj. rodzin wielodzietnych – która charakteryzuje się dużo niższym poziomem wydatków *per capita* niż pozostałe rodzaje gospodarstw domowych. Udowodniono również, że największa przepaść w materialnym poziomie życia występuje między rodzinami wielodzietnymi a osobami prowadzącymi jednoosobowe gospodarstwa domowe oraz parami bez dzieci. Nie ulega więc wątpliwości, że rodziny wielodzietne to najuboższa grupa gospodarstw domowych w Polsce i wymagająca szczególnego wsparcia ze strony państwa. Rodziny wielodzietne są tymi, które łagodzą kryzys demograficzny kraju, i bez udzielenia im pomocy „depopulacja kraju, jak i starzenie się biologiczne społeczeństwa, przybiorą w najbliższej przyszłości skalę bezprecedensową w dziejach Polski” (Okólski i Kaczmarczyk, 2013, s. 1).

W tym kontekście warto z całą mocą uwypuklić fakt, że obserwowany niski standard życia w rodzinach wielodzietnych ma wpływ na zmniejszenie szans edukacyjnych dzieci z tych gospodarstw, co w przyszłości praktycznie pozbawi je możliwości awansu materialnego i szeroko pojętego awansu społecznego. Należy też podkreślić, że troska o powszechną edukację dzieci i młodzieży to dbałość o jakość dostępnego w społeczeństwie kapitału ludzkiego (Czyżewski i Polcyn, 2016, s. 198). Z kolei jakość kapitału ludzkiego – co zostało wykazane już przez wielu badaczy analizowanego problemu – w sposób istotny wpływa na rozwój ekonomiczny (Polcyn, 2013, s. 115–116), w tym na szybkość i efektywność przeprowadzanych w gospodarce procesów modernizacyjnych. Stąd przypisywanie odpowiedniej wagi kwestiom wyrównywania szans edukacyjnych dzieci, a w szczególności dzieci z rodzin wielodzietnych, jest w interesie całego społeczeństwa i musi być traktowane jako sprawa priorytetowa.

Wydaje się, że krótkiego wyjaśnienia wymaga również wybór wartości wydatków na osobę jako tej zmiennej, która pozwoliła na opis istniejących nierówności społecznych. Poziom wydatków jest obiektywnym i jednym z ważniejszych mierników określających materialny standard życia ludności (Grzywińska-Rapca, 2014, s. 92). Stanisław M. Kot w monografii poświęconej polaryzacji ekonomicznej (2008) podał wiele ważnych powodów, dla których do „porównywania zasobności finansowej gospodarstw domowych w określonym okresie” należy posługiwać się wielkością wydatków (Kot, 2008, s. 72–75). Autorki artykułu w pełni się zgadzają z argumentacją tego badacza.

Literatura

- Balcerzak-Paradowska, B. (2009). *Przemiany rodziny a więzi społeczne*. W: S. Golinowska i inni (red.), *Więzi społeczne i przemiany gospodarcze. Polska i inne kraje europejskie*. Zbiór esejów przygotowanych na jubileusz prof. Z. Moreckiej, Warszawa: Instytut Pracy i Spraw Socjalnych. ISBN 978-83-61125-21-1.
- Bąk, I., Markowicz, I. (2003). *Problemy z porządkowaniem obiektów za pomocą metod taksonomicznych*, „Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego” Nr 14(365): *Metody ilościowe w ekonomii*, s. 59–67. ISSN 2450-775X.
- Bebel, A. (2014). *Wspieranie rodzin wielodzietnych przez samorządy lokalne – przykład Karty Dużej Rodziny*, „Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania Uniwersytetu Szczecińskiego” Nr 35, t. 2: *Problemy współczesnej ekonomii*, s. 279–292. ISSN 1640-6818.
- Budżety gospodarstw domowych w 2015 r.* (2016). Warszawa: Główny Urząd Statystyczny.
- Czyżewski, B., Polcyn, J. (2016). *Education quality and its drivers in rural areas of Poland*, „Eastern European Countryside” No. 22, s. 197–227. DOI 10.1515/eec-2016-0010.
- Downey, D.B., Condrón, D.J. (2014). *Playing well with others in kindergarten: The benefit of siblings at home*, „Journal of Marriage and Family” No. 66(2), s. 333–350. ISSN 1741-3737.
- Dziechciarz, J. (red.). (2002). *Ekonometria. Metody, przykłady, zadania*, Wrocław: Akademia Ekonomiczna im. Oskara Langego we Wrocławiu. ISBN 837-0115-51-9.
- Grzywińska-Rapca, M. (2014). *Analiza wydatków konsumpcyjnych rolniczych gospodarstw domowych*, „Zeszyty Naukowe FIRMA I RYNEK” Nr 2(47), s. 91–100. ISSN 1429-7221.

- Hogg, R.V., Tanis, E.A. (2010). *Probability and statistical inference*, New Jersey, Upper Saddle River: Pearson Education International. ISBN 978-03-21923-27-1.
- Jóźwiak, J., Podgórski, J. (2012). *Statystyka od podstaw*, Warszawa: PWE. ISBN 978-83-20820-14-0.
- Kelley, K. (2007). *Sample size planning for the coefficient of variation from the accuracy in parameter estimation approach*, „Behavior Research Methods” No. 39(4), s. 755–766. ISSN 1554-3528.
- Kot, S.M. (2008). *Polaryzacja ekonomiczna. Teoria i zastosowanie*, Warszawa: PWN. ISBN 978-83-01155-58-2.
- Kot, S.M., Jakubowski, J., Sokołowski, A. (2007). *Statystyka*, Warszawa: Difin. ISBN 978-83-72517-80-7.
- Kravdal, Ø. (2010). *Demographers’ interest in fertility trends and determinants in developed countries: Is it warranted?*, „Demographic Research” Vol. 22, art. 22, s. 663–690. ISSN 1435-9871.
- Liskowski, M., Tauber, R.D. (2011). *Podstawy statystyki praktycznej*, Poznań: Wyższa Szkoła Hotelarstwa i Gastronomii w Poznaniu. ISBN 978-83-88537-81-3.
- Młodak, A. (2006). *Analiza taksonomiczna w statystyce regionalnej*, Warszawa: Difin. ISBN 837-2516-05-7.
- Mról, J.T. (2009). *Więzi rodzinne – istota, uwarunkowania, znaczenie, przeobrażenia*. W: M. Szyszka (red.), *Spółczesne problemy ekonomii i gospodarki*. Rodzina. Księga jubileuszowa dedykowana Profesorowi Piotrowi Kryczce, Lublin: Wydawnictwo Katolickiego Uniwersytetu Lubelskiego. ISBN 978-83-73638-47-1.
- Piszczala, J. (red.) (2000). *Matematyka i jej zastosowanie w naukach ekonomicznych*, Poznań: Akademia Ekonomiczna w Poznaniu. ISBN 838-82-22-35-X.
- Polcyn, J. (2013). *Edukacyjna funkcja produkcji i możliwości jej implementacji w polskim systemie edukacyjnym*. W: K. Pająk, J. Polcyn (red.), *Współczesne problemy ekonomii i gospodarki*, Seria: Czwartki u Ekonomistów, t. I, Piła: Państwowa Wyższa Szkoła Zawodowa im. Stanisława Staszica w Pile, s. 115–125. ISBN 978-83-62617-36-4.
- Pułaska-Turyńska, B. (2005). *Statystyka dla ekonomistów*, Warszawa: Difin. ISBN 837-25-15-27-1.
- Razali, N.M., Wah, Y.B. (2011). *Power comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors and Anderson-Darling tests*, „Journal of Statistical Modeling and Analytics” No. 1, Vol. 2, s. 21–33.
- Roeske-Słomka, I. (2010). *Statystyka opisowa*, Poznań: Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu. ISBN 978-83-74175-02-9.

- Sompolska-Rzechuła, A. (2002). *Zastosowanie taksonomii rozmytej do klasyfikacji spółek na Giełdzie Papierów Wartościowych*. W: *Rynek kapitałowy. Skuteczne inwestowanie*. Część I. Międzyzdroje: Konferencja naukowa zorganizowana przez Katedrę Ekonometrii i Statystyki Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania. ISBN 83-7241-256-1.
- Sytuacja życiowa rodzin wielodzietnych, korzystających z pomocy społecznej w woj. opolskim* (2011). Raport z badania regionalnego Obserwatorium Integracji Społecznej ROPS w Opolu, Opole: Regionalny Ośrodek Polityki Społecznej w Opolu, s. 1–118.
- Taylor, B.A., Emerson, J.W. (2011). *Nonparametric goodness-of-fit tests for discrete null distributions*, „The R Journal” No. 3, Vol. 2, s. 34–39. ISSN 2073-4859.
- Ubóstwo w Polsce w latach 2013 i 2014* (2015). Warszawa: Główny Urząd Statystyczny.
- Witkowski, M. (red.) (2010). *Statystyka matematyczna w zarządzaniu*, Poznań: Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu. ISBN 978-83-74174-52-7.
- Zagórski, K. (2009). *Dochody, ubóstwo, zamożność i nierówności w przestrzeni społeczno-demograficznej*. W: K. Zagórski, G. Gorzelak, B. Jałowiecki (red.), *Zróżnicowanie warunków życia. Polskie rodziny i społeczności lokalne*, Warszawa: Scholar. ISBN 978-83-7383-286-2.

Źródła internetowe

- Okólski, M., Kaczmarczyk, P. (2013). *Przyszłość demograficzna Polski*, „Opinie i Rekomendacje OBMF” Nr 1, s. 1–3, www.obmf.pl/publikacje.html (dostęp: 28.05.2016).
- Popko, A.M., Smyrgała, D. (2011). *Kryzys demograficzny RP: potrzeba skutecznej polityki rodzinnej*, „Ekspertyza IJ” Nr 1(1), Warszawa: Instytut Jagielloński, s. 1–13, <http://jagiellonski.pl/?p=910> (dostęp: 28.05.2016).