

IV

**Zastosowanie
hipersprężystości
i MES w modelowaniu
mostowych łożysk
elastomerowych**

str. 99-122

IV

**The application of
hyperelasticity and
finite element method in
modelling of elastomeric
bridge bearings**

pp. 96-122

Stanisław Jemioło, Marcin Gajewski

Politechnika Warszawska
Wydział Inżynierii Lądowej
Instytut Inżynierii Budowlanej

Radosław Szerba

Politechnika Rzeszowska
Wydział Budownictwa, Inżynierii Środowiska i Architektury
Katedra Konstrukcji Budowlanych

Słowa kluczowe: mostowe łożyska
elastomerowe, hipersprężystość,
plastyczność, metoda elementów
skończonych, ABAQUS

Keywords: bridge bearings, elastomers,
hyperelasticity, plasticity, FEM
application, ABAQUS, constitutive
modelling

IV ZASTOSOWANIE HIPERSPRĘŻYSTOŚCI I MES W MODELOWANIU MOSTOWYCH ŁOŻYSK ELASTOMEROWYCH

Stanisław JEMIOŁO, Marcin GAJEWSKI, Radosław SZCZERBA

1. Uwagi wstępne

Łożyska są ważnym elementem konstrukcji mostowych i często decydują o warunkach ich eksploatacji [11,12,16,17,20,28,34]. Wprowadzenie elastomeru do konstrukcji łożysk mostowych w latach 50. ubiegłego wieku spowodowało poprawę warunków podparcia przęseł mostowych oraz uprościło ich montaż i utrzymanie [31], jednak sam dobór łożysk jest ciągle zagadnieniem problematycznym [21]. W artykule Niemierki [24] omówiono historię stosowania łożysk elastomerowych w budownictwie mostowym w świecie oraz w Polsce. Obecnie, wśród różnego typu łożysk mostowych, to łożyska elastomerowe zbrojone blachą stalową są najczęściej stosowane, zwłaszcza na terenach sejsmicznych [7,9,18,30].

W pracach [22,23] przedstawiono podstawy teoretyczne i obliczeniowe projektowania łożysk elastomerowych zbrojonych blachami stalowymi. Projektuje się je z uwzględnieniem stanów granicznych nośności i użytkowania. Ze względu na funkcje łożysk elastomerowych, decydujące w wymiarowaniu są stany graniczne użytkowania, czyli ograniczenia na ich dopuszczalne deformacje kątowe i przemieszczenia.

W rozdziale tym zaproponowano modele numeryczne typowych zbrojonych łożysk elastomerowych [6], patrz pkt.2. Stosowana jest metoda elementów skończonych i pakiet programów ABAQUS/Standard [1-3]. Rozpatrywane są statyczne, dwuwymiarowe i trójwymiarowe zagadnienia brzegowe nieliniowej mechaniki kontinuum. W celu modelowania materiałów łożyska, tzn. stali i elastomeru, zastosowano odpowiednio teorię plastyczności i teorię hipersprężystości [14,15]. Parametry materiałowe wyznaczono na podstawie danych doświadczalnych dostępnych w literaturze [8]. Poddano analizie kilka wariantów modeli konstytutywnych elastomerów, natomiast w przypadku modelowania stali zastosowano teorię sprężysto-plastyczności z warunkiem plastyczności Hubera-Misesa [15].

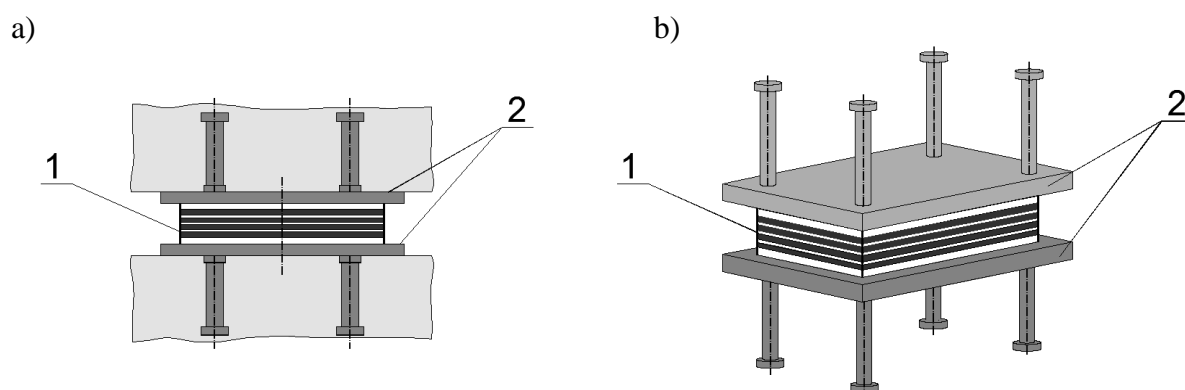
Głównym celem tego rozdziału jest pokazanie symulacji numerycznych deformacji wybranych zbrojonych łożysk elastomerowych wywołanych typowymi obciążeniami statycznymi przy zastosowaniu zaproponowanych modeli konstytutywnych.

Słowa kluczowe: *mostowe łożyska elastomerowe, hipersprężystość, plastyczność, metoda elementów skończonych, ABAQUS,*

2. Zbrojone łożyska elastomerowe

2.1. Łożyska elastomerowe w budownictwie mostowym

Oparcie elementów przejazdowych konstrukcji mostów, wiaduktów i kładek dla pieszych, realizowane jest najczęściej za pośrednictwem elementów elastycznych. Elementami takimi są m.in. łożyska elastomerowe, rys.2.1. Przenoszą one zarówno obciążenia stałe, jak i obciążenia wynikające z ruchu pojazdów i oddziaływań termicznych [36].



Rysunek 2.1. Łożysko elastomerowe wielokierunkowo przesuwne wraz z konstrukcją podtrzymującą obustronnie kotwioną w betonie; a) przekrój, b) aksonometria; 1- łożysko elastomerowe, 2- konstrukcja podtrzymująca

Odpowiednia konstrukcja łożysk elastomerowych opiera się głównie na zachowaniu równowagi pomiędzy osiągnięciem wytrzymałości wystarczającej do przeniesienia dużej siły ściskającej, a zapewnieniem elastyczności umożliwiającej założony przesuw oraz rotację łożyska. Odporność na obciążenia zapewnia wewnętrzne zbrojenie stalowymi płytami [6].

Zgodnie z normą PN-EN 1337 [27], elastomer stosowany do wytwarzania łożysk elastomerowych powinien być określony w dokumentacji projektowej albo jako kauczuk naturalny (NR), albo kauczuk chloroprenowy (CR) jako surowy polimer. Dozwolone jest w mieszanie 5% innego polimeru, który można dodać w celu ułatwienia przebiegu procesu technologicznego. Nie należy stosować gumy z odzysku ani uprzednio wulkanizowanej w temperaturze otoczenia.

Ze względu na przekrój poprzeczny łożyska elastomerowego rozróżnia się następujące jego typy [26]:

- A: łożysko zbrojone całkowicie pokryte elastomerem, zawierające tylko jedną stalową blachę zbrojenia,
- B: łożysko zbrojone całkowicie pokryte elastomerem, zawierające co najmniej dwie stalowe blachy zbrojenia,
- C: łożysko zbrojone z zewnętrznymi blachami stalowymi (profilowanymi lub pozwalającymi na mocowanie),
- D: łożysko typu B z arkuszem politetrafluoroetyleny (PTFE) mocowanym do elastomeru,
- E: łożysko typu C z jedną zewnętrzną blachą zwulkanizowaną z elastomerem oraz arkuszem PTFE osadzonym w stali,
- F: łożyska w kształcie płaskich poduszek i taśm.

Dodatkowo norma [27] dopuszcza tworzenie łożysk elastomerowych poprzez łączenie określonych powyżej typów łożysk ze sobą.

Z reguły łożyska elastomerowe nie są projektowane przez inżynierów o specjalności mostowej [36]. Dobiera się je na podstawie wymagań normowych z katalogów opracowanych

przez producentów. W praktyce inżynierskiej dobiera się łożyska na podstawie następujących danych:

- maksymalny i minimalny nacisk na łożysko wynikające z zestawienia obciążeń na podporę (zapewnienie odpowiedniej nośności łożyska oraz zabezpieczenie przed poślizgiem),
- maksymalny przesuw między elementami obiektu mostowego,
- kąt obrotu wynikający z działającego na łożysko momentu zginającego,
- kształt łożyska (okrągłe lub prostokątne),
- powierzchnie styku (stal, beton),
- maksymalne wymiary (jeżeli strefa montażu jest ograniczona).

2.2. Geometria i sposób obciążenia wybranych łożysk elastomerowych

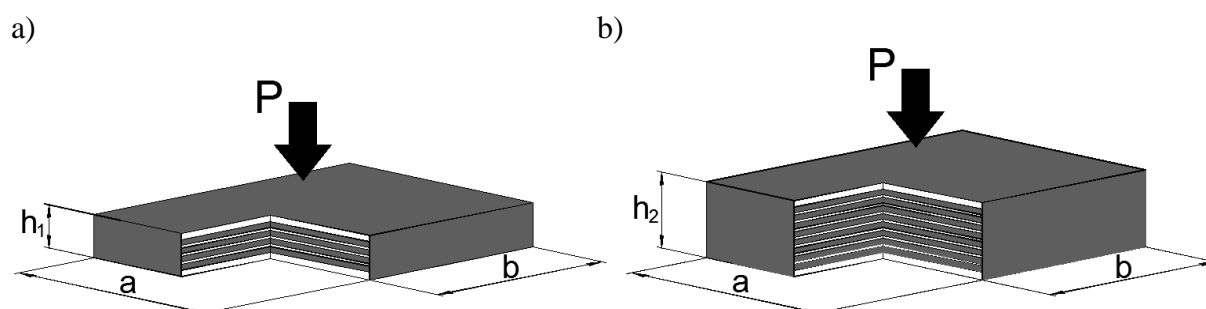
W odniesieniu do normy [27] oraz katalogu producenta łożysk elastomerowych [6] analizie numerycznej w tym rozdziale poddano dwa warianty prostokątnego łożyska typu C: z czterema oraz ośmioma warstwami elastomeru (rys. 2.2). Analizowane łożyska składają się z dwóch płyt stalowych grubości 20 [mm], pomiędzy którymi znajduje się laminat elastomerowy wzmocniony stalowymi płytkami. Grubość jednej warstwy elastomeru wynosi 16 [mm], a warstwy zbrojenia stalowego 5 [mm]. Wymiary w rzucie obu łożysk są takie same i wynoszą $a \times b = 600 \times 700$ [mm]. Całkowite wysokości łożysk w dwóch wariantach są następujące:

$$\text{- łożysko niższe (ŁN): } h_1 = 2 \cdot 20 + 4 \cdot 16 + 3 \cdot 5 = 119 [\text{mm}],$$

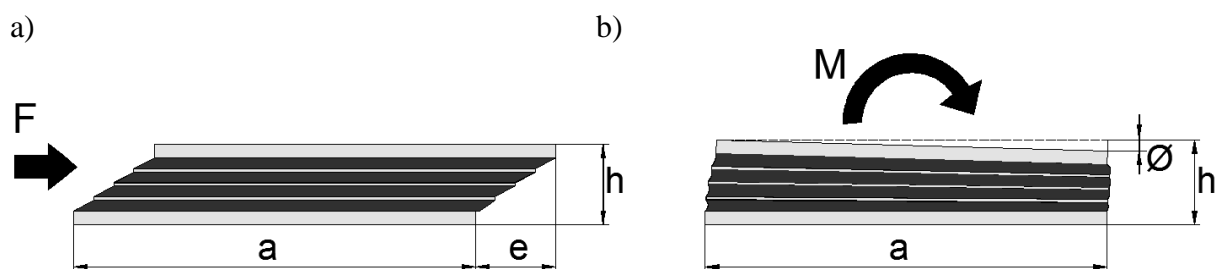
$$\text{- łożysko wyższe (ŁW): } h_2 = 2 \cdot 20 + 8 \cdot 16 + 7 \cdot 5 = 203 [\text{mm}].$$

Zgodnie z katalogiem producenta [6] maksymalne dopuszczalne obciążenie pionowe rozpatrywanego łożyska wynosi $P=6300$ [kN] (jest to wartość charakterystyczna obciążenia). W katalogu określono także zakres deformacji (por. rys. 2.3), w którym łożysko może pracować i poprawnie spełniać swoją funkcję. Maksymalny dopuszczalny przesuw między elementami obiektu mostowego e wynosi 42 [mm] w przypadku wariantu łożyska niższego i 84 [mm] w przypadku łożyska wyższego. Dopuszczalne kąty obrotu wokół osi wzdłużnej wynoszą odpowiednio 8/1000 i 16/1000 [rad].

Na rys.2.2 i 2.3 zaznaczono schematycznie także sposób obciążeń analizowanych łożysk, zgodnie z normą [27].



Rysunek 2.2. Dwa warianty łożysk elastomerowych przyjęte do obliczeń numerycznych;
a) łożysko z czterema warstwami elastomeru o wys. całkowitej $h_1 = 119$ [mm],
b) łożysko z ośmioma warstwami elastomeru o wys. całkowitej $h_2 = 203$ [mm]



Rysunek 2.3. Typowe deformacje łożyska elastomerowego wskutek przyłożonego obciążenia [27];
a) ścinanie łożyska, b) obrót płyty górnej łożyska

3. Modele materiałów składowych łożyska

3.1. Uwagi o wyborze stosowanej teorii i metodach obliczeniowych

Łożyska elastomerowe ulegają znacznym deformacjom i odkształceniom, które wykraczają poza klasyczne teorie małych przemieszczeń i odkształceń. W konsekwencji, w celu adekwatnego modelowania przemieszczeń i odkształceń musi być stosowana mechanika kontinuum [1,2]. W przypadku przekładek z blachy i płyt stalowych przyjęto idealnie sprężysto-plastyczny model materiału o stałych sprężystości $E = 210$ GPa i $\nu = 0,3$ i prawie płynięcia stowarzyszonym z warunkiem plastyczności Hubera-Misesa [1]. Początek uplastycznienia następuje przy osiągnięciu granicy plastyczności $f_y = 235$ [MPa] (wyznaczonej w teście jednoosiowego naprężenia). Natomiast elastomer modelujemy nieliniową teorią sprężystości [1,2,24] z różnymi potencjałami w postaci jednostkowej energii sprężystości zależnej od niezmienników deformacji izochorycznej, patrz pkt.3.2. Ponieważ w mechanice kontinuum rozróżnia się konfiguracje odkształconego i nieodkształconego ciała, to także w modelu stali zastosowano nieliniową kinematykę, dostępną w ramach opcji NLGEOM programu ABAQUS [1-3].

3.2. Modele konstytutywne hipersprężystości

Stosujemy model konstytutywny izotropowych nieściśliwych elastomerów w ramach teorii hipersprężystości zaproponowany w pracach pierwszego autora [13,14]. W rozprawie [14] podano m.in. sposób wyznaczenia stałych sprężystości na podstawie znajomości podstawowych testów doświadczalnych i wykazano bardzo dobrą zgodność wyników teoretycznych i eksperymentalnych.

Podstawową ideą modelu wg [13,14] był postulat, że funkcja jednostkowej energii sprężystej nieściśliwego materiału gumo-podobnego jest funkcją regularną względem tensorów deformacji izochorycznej. W konsekwencji rozpatrywano w [13,14] aproksymacje tej funkcji względem normy tych tensorów w następującej postaci:

$$W(\bar{I}_1, \bar{I}_2) = \frac{1}{2} \left[a_1(\bar{I}_1 - 3) + \frac{1}{2} a_2(\bar{I}_1^2 - 9) + \frac{1}{3} a_3(\bar{I}_1^3 - 27) + a_4(\bar{I}_2 - 3) + a_5(\bar{I}_1 \bar{I}_2 - 9) \right] + O(\|\bar{\mathbf{C}}\|^4), \quad (3.1)$$

gdzie a_i są stałymi materiałowymi, zaś niezmienniki deformacji izochorycznej zdefiniowane są wzorami,

$$\bar{I}_1 = \text{tr} \bar{\mathbf{B}} = \text{tr} \bar{\mathbf{C}}, \quad \bar{I}_2 = \text{tr} \bar{\mathbf{B}}^{-1} = \text{tr} \bar{\mathbf{C}}^{-1}. \quad (3.2)$$

Przypominamy, że każda deformacja ciała nieściśliwego jest określona więzami,

$$J - 1 = \det \mathbf{F} - 1 = 0, \quad \det \mathbf{C} - 1 = \det \mathbf{B} - 1 = 0, \quad (3.3)$$

gdzie \mathbf{F} jest tensorem gradientów deformacji, \mathbf{C} i \mathbf{B} są zaś tensorami deformacji Cauchy'ego-Greena, odpowiednio prawym i lewym ($\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$, $\mathbf{B} = \mathbf{F} \mathbf{F}^T$, gdzie „T” oznacza transpozycję tensora), por. [1,2,14,25]. Symbole „tr” oraz „det” oznaczają odpowiednio ślad i wyznacznik tensora. Występujące w relacji konstytutywnej tensory deformacji i ich niezmienniki wynikają z multiplikatywnej dekompozycji tensora \mathbf{F} na część objętościową i izochoryczną ($\mathbf{F} = \sqrt[3]{J} \bar{\mathbf{F}}$, $\bar{\mathbf{C}} = \bar{\mathbf{F}}^T \bar{\mathbf{F}}$, $\bar{\mathbf{B}} = \bar{\mathbf{F}} \bar{\mathbf{F}}^T$), por. [1,2,14].

Z zasady zachowania energii mechanicznej i więzów (3.3), por. [1,14,25]) wynika, że równanie konstytutywne hipersprężystości (w opisie Eulera) ma postać:

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \bar{\beta}_1 \bar{\mathbf{B}} + \bar{\beta}_{-1} \bar{\mathbf{B}}^{-1}, \quad (3.4)$$

gdzie

$$\bar{\beta}_1 = 2 \frac{\partial W}{\partial \bar{I}_1} = a_1 + a_2 \bar{I}_1 + a_3 \bar{I}_1^2 + a_5 \bar{I}_2, \quad \bar{\beta}_{-1} = -2 \frac{\partial W}{\partial \bar{I}_2} = -(a_4 + a_5 \bar{I}_1) \quad (3.5)$$

W ogólności, skalar p można wyznaczyć rozwiązując dany problem brzegowy. W (3.4) występuje tensor naprężenia Cauchy'ego, czyli tzw. naprężenia rzeczywiste.

Już we wczesnych wersjach programu ABAQUS [1] zaimplementowany został model materiału hipersprężystego wg tzw. zmodyfikowanej wielomianowej propozycji Rivlina z 1948 roku [29], w następującej postaci:

$$W = W_D(\bar{I}_1, \bar{I}_2) + W_I(J) = \sum_{k+l=1}^N C_{kl} (\bar{I}_1 - 3)^k (\bar{I}_2 - 3)^l + \sum_{k=1}^N \frac{1}{D_k} (J - 1)^{2k}, \quad (3.6)$$

gdzie, dodatkowe w stosunku do stałych C_{kl} , parametry D_k określają ściśliwość materiału (dla $D_k \rightarrow 0$ otrzymujemy model materiału nieściśliwego). W przypadku rozpatrywania materiału nieściśliwego należy, w danych do programu ABAQUS, podstawić zerowe parametry D_k .

Funkcja (3.1) jest szczególnym przypadkiem (3.6) dla stałych a_i o postaci

$$\begin{aligned} a_1 &= 2(C_{10} - 3C_{11} - 6C_{20} + 27C_{30}), \\ a_2 &= 4(C_{20} - 9C_{30}), \quad a_3 = 6C_{30}, \quad a_4 = 2(C_{01} - 3C_{11}), \quad a_5 = 2C_{11}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Pozostałe parametry materiałowe należy przyjąć jako zerowe. Zależności odwrotne do (3.7) są następujące:

$$\begin{aligned} C_{10} &= \frac{1}{2}(a_1 + 3a_2 + 9a_3 + 3a_5), \\ C_{20} &= \frac{1}{4}(a_2 + 6a_3), \quad C_{30} = \frac{1}{6}a_3, \quad C_{01} = \frac{1}{2}(a_4 + 3a_5), \quad C_{11} = \frac{1}{2}a_5. \end{aligned} \quad (3.8)$$

W pracach [13,14] wykazano, że model nieściśliwego materiału o energii sprężystości (3.1) prowadzi do poprawnej oceny wpływu niezmiennika \bar{I}_2 i jego sprzężenia z niezmiennikiem \bar{I}_1 , w funkcji jednostkowej energii sprężystości materiałów nieściśliwych. Wykazano także, że funkcja jednostkowej energii sprężystej (3.1), ze stałymi a_i , jest wygodniejsza do analizy zagadnień brzegowych hipersprężystości elastomerów niż propozycja Mooney'a-Rivlina (3.6) stosowana w programie ABAQUS [1-4, 19].

Należy zaznaczyć, że szczególnymi przypadkami modelu wg propozycji (3.1) są między innymi modele materiałów nieściśliwych: Mooney'a-Rivlina [19,29] ($a_2 = a_3 = a_5 = 0$) i neo-

Hooke'a jeżeli dodatkowo $a_4 = 0$, Yeoha [35] ($a_4 = a_5 = 0$), Bidermana oraz Zahorskiego ($a_3 = a_5 = 0$), por. [14].

3.3. Wyznaczenie parametrów materiałowych elastomeru

Stałe sprężystości „występują” liniowo w proponowanych w pkt.3.2 modelach elastomerów. Dlatego do wyznaczenia parametrów funkcji jednostkowej energii sprężystości (3.1) zastosujemy metody optymalizacji liniowej (metodę najmniejszych kwadratów). Należy podkreślić, że jest to istotna zaleta modelu (w porównaniu np. z modelami Ogdena [25], gdzie należy stosować metody optymalizacji nieliniowej), ponieważ w sensie optymalizacji liniowej parametry materiałowe można wyznaczyć jednoznacznie na podstawie znajomości wyników badań doświadczalnych. W pracy [14] zaproponowano tzw. optymalizację jednoczesną dla trzech podstawowych niezależnych testów doświadczalnych: jednoosiowego i dwuosiowego, równomiernego ściskania/rozciągania i czystego ścinania. W przypadku materiałów nieściśliwych czyste ścinanie (pure shear) realizuje się doświadczalnie testem rozciągania z warunkami brzegowymi odpowiadającymi PSO (planar tension [1,25]).

Z relacji konstytutywnych (3.4) i (3.5) oraz więzów nieściśliwości (3.3) wynika, że zależności pomiędzy naprężeniami nominalnymi i wydłużeniami próbki dla każdego materiału nieściśliwego i wymienionych powyżej testów są następujące [14]:

a) jednoosiowe rozciąganie

$$\bar{I}_1 = \bar{\lambda}_1^2 + 2\bar{\lambda}_1^{-1}, \quad \bar{I}_2 = \bar{\lambda}_1^{-2} + 2\bar{\lambda}_1, \quad (3.9)$$

$$S_1 = \frac{\partial W(\bar{\lambda}_1)}{\partial \bar{\lambda}_1} = (1 - \bar{\lambda}_1^{-3})(\bar{\lambda}_1 \bar{\beta}_1 - \bar{\beta}_{-1}), \quad (3.10)$$

b) dwuosiowe równomierne rozciąganie

$$\bar{\lambda}_1 = \bar{\lambda}_2, \quad \bar{\lambda}_3 = \bar{\lambda}_1^{-2}, \quad \bar{I}_1 = 2\bar{\lambda}_1^2 + \bar{\lambda}_1^{-4}, \quad \bar{I}_2 = 2\bar{\lambda}_1^{-2} + \bar{\lambda}_1^4, \quad (3.11)$$

$$S_1 = S_2 = \frac{1}{2} \frac{\partial W(\bar{\lambda}_1)}{\partial \bar{\lambda}_1} = (\bar{\lambda}_1 - \bar{\lambda}_1^{-5})(\bar{\beta}_1 - \bar{\lambda}_1^2 \bar{\beta}_{-1}), \quad (3.12)$$

c) czyste ścinanie (jednoosiowe rozciąganie dla PSO)

$$\bar{\lambda}_2 = 1, \quad \bar{\lambda}_3 = \bar{\lambda}_1^{-1}, \quad \bar{I}_1 = \bar{I}_2 = \bar{\lambda}_1^2 + \bar{\lambda}_1^{-2} + 1, \quad (3.13)$$

$$S_1 = \frac{\partial W(\bar{\lambda}_1)}{\partial \bar{\lambda}_1} = (\bar{\lambda}_1 - \bar{\lambda}_1^{-3})(\bar{\beta}_1 - \bar{\beta}_{-1}). \quad (3.14)$$

Należy zaznaczyć, że występujące w powyższych wzorach naprężenia nominalne są reprezentacją pierwszego (niesymetrycznego) tensora naprężenia Pioli-Kirchhoffa $\mathbf{S} = \mathbf{J}\boldsymbol{\sigma}\mathbf{F}^{-T}$, (por. np. [1,2,13,14,25]), który występuje w równaniach równowagi w konfiguracji odniesienia (w opisie Lagrange'a). We wzorach (3.10), (3.12) i (3.14) podstawiamy (3.5), a później odpowiednio uwzględniamy niezmienniki \bar{I}_1 i \bar{I}_2 wg (3.9), (3.11) i (3.13).

Do wyznaczenia parametrów sprężystości stosuje się także wyniki testów prostego ścinania zamiast testu czystego ścinania [8]. W zakresie umiarkowanie dużych odkształceń, przyjmuje się uproszczoną zależność na składowe stanu naprężenia. Uproszczenie polega na pominięciu naprężeń normalnych, które są konieczne w przypadku dowolnych odkształceń do realizacji deformacji prostego ścinania. W przypadku modelu o relacji konstytutywnej (3.4)

i (3.5) naprężenie styczne (w funkcji parametru ścinania γ) w teście prostego ścinania jest następujące [14]:

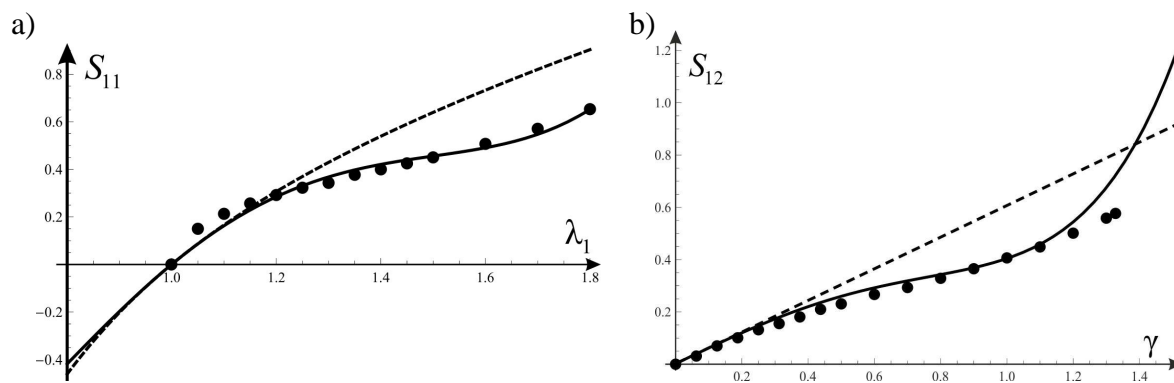
$$S_{12} = (a_1 + 3a_2 + 9a_3 + a_4 + 6a_5)\gamma + (a_2 + 6a_3 + a_4 + 5a_5)\gamma^3 + (a_3 + a_5)\gamma^5, \quad (3.15)$$

Z (3.15) wynika, że początkowy moduł ścinania jest następujący:

$$\mu_0 = a_1 + 3a_2 + 9a_3 + a_4 + 6a_5. \quad (3.16)$$

W zakresie małych odkształceń naprężenia styczne są równe $\mu_0\gamma$, a γ jest kątem odkształcenia postaciowego.

W rozdziale tym wyznaczamy parametry sprężystości elastomeru stosowanego w łożyskach na podstawie wyników eksperymentów opublikowanych w pracy [8], gdzie zamieszczone są wyniki m.in. testu jednoosiowego rozciągania/ściskania oraz testów czystego i prostego ścinania. Rozpatrzono kilka przypadków (tzn. różnych kombinacji danych doświadczalnych) i otrzymano stałe sprężystości w modelu o potencjale sprężystości (3.1), które prowadzą do dobrej aproksymacji wyników eksperymentów. Także w przypadku modelu uproszczonego, tzn. modelu Yeoha otrzymano zadowalającą zgodność wyników teoretycznych wg zależności (3.10), (3.14) lub (3.16). Przykładowe wyniki pokazano na rys.3.1.



Rysunek 3.1. Porównanie modelu Yeoha (linia ciągła) i neo-Hooke'a (linia przerywana) z wynikami badań doświadczalnych (a) jednoosiowe rozciąganie (b) proste ścianie

Tablica 3.1. Parametry modelu Yeoha

Model	C_{10} [MPa]	C_{20} [MPa]	C_{30} [MPa]
MY_1 (dane wg jednoosiowego rozciągania i prostego ścinania)	0.27337	-0.06226	0.01874
MY_2 (dane wg jednoosiowego rozciągania i czystego ścinania)	0.30256	-0.10768	0.03778

Z dyskusji przeprowadzonej w rozprawie [14] wynika, że jeżeli dysponujemy niewystarczającą liczbą danych eksperymentalnych (dotyczy to głównie braku wyników testów dwuosiowych) to należy przyjmować modele hipersprężystości, które są niezależne od drugiego niezmiennika deformacji izochorycznej. Wniosek ten potwierdzają także wyniki przeprowadzonych analiz z danymi publikowanymi w pracy [8].

W modelach MES w pkt.4 i 5 przyjęto dwa zestawy danych materiałowych zamieszczonych w tabl.3.1. W celu porównań przyjęto także parametry modelu neo-Hooke'a (czyli model tylko ze stałą C_{10}). Nie analizowano innych modeli uproszczonych, gdyż nie prowadzą one do zadowalającej zgodności z eksperymentami.

4. Modelowanie MES mostowych łożysk elastomerowych

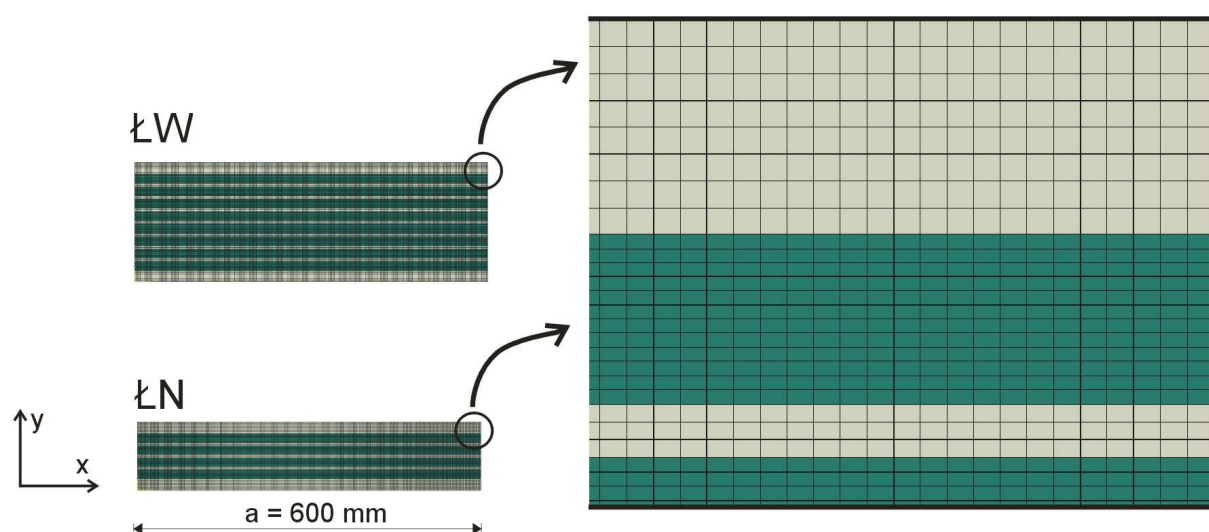
4.1. Uwagi wstępne o modelowanych łożyskach

Ze względu na złożoność numeryczną zagadnień nieliniowej mechaniki kontinuum, w rozdziale tym zaproponowano dwa zasadniczo różne modele numeryczne wybranych w pkt.2.2 zbrojonych łożysk elastomerowych. Rozpatrywane będą zagadnienia dwuwymiarowe, tzn. płaski stan odkształcenia (PSO) i zagadnienia trójwymiarowe, a dodatkowo przeanalizowany zostanie wpływ siatki MES, warunków brzegowych oraz modelu elastomeru na uzyskiwane wyniki.

4.2. Modele PSO

W płaskim stanie odkształcenia (PSO) przeanalizowano dwa warianty siatki elementów skończonych - siatkę gęstą (S_1) oraz zgrubną (S_2). W wariantcie pierwszym zaproponowano siatkę z elementów prostokątnych o przybliżonej długości krawędzi elementu wynoszącej: 2.5 [mm] w przypadku zewnętrznych blach stalowych (8 warstw elementów skończonych po grubości blachy), 1.33 [mm] w przypadku elastomeru (12 warstw elementów skończonych po grubości elastomeru), 1.67 [mm] w przypadku przekładek z blachy stalowej (3 warstwy elementów skończonych po grubości blachy). W wariantcie drugim przyjęto elementy skończone o długości krawędzi odpowiednio: 6.67 [mm] w przypadku zewnętrznych blach stalowych (3 warstwy elementów skończonych po grubości blachy), 4 [mm] w przypadku elastomeru (4 warstwy elementów skończonych po grubości elastomeru), 2.5 [mm] w przypadku przekładek z blachy stalowej (2 warstwy elementów skończonych po grubości blachy). Przykładową siatkę MES S_1 łożysk elastomerowych przedstawiono na rys. 4.1. Gęstość siatki MES w przypadku ŁN i ŁW jest taka sama.

W związku z zastosowaniem modeli hipersprężystych materiałów nieściśliwych skorzystano z elementów skończonych typu CPE4RH. Są to hybrydowe czterowęzłowe elementy płaskiego stanu odkształcenia z liniowymi funkcjami kształtu i zredukowanym całkowaniem. W tabl.4.1 zestawiono liczbę elementów skończonych i węzłów w modelach w zależności od wysokości łożyska i analizowanego wariantu siatki elementów skończonych.



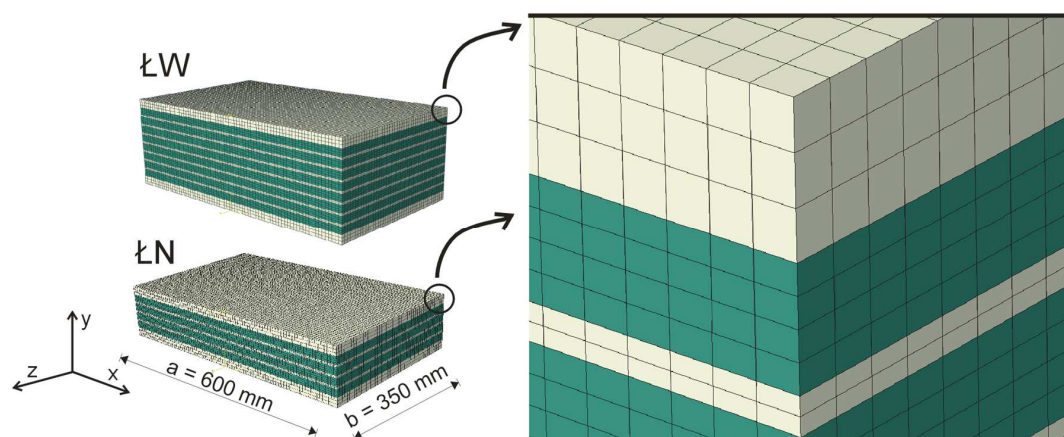
Rysunek 4.1. Przykładowa siatka elementów skończonych (S_1- siatka gęsta) w przypadku modeli łożysk elastomerowych w PSO

Tablica 4.1. Liczba elementów skończonych i węzłów w modelach PSO w zależności od wysokości łożyska elastomerowego i analizowanego wariantu siatki elementów skończonych

		Liczba elementów skończonych	Liczba węzłów
Łożysko niższe (ŁN)	Wariant siatki S_1	17520	35355
	Wariant siatki S_2	2520	5160
Łożysko wyższe (ŁW)	Wariant siatki S_1	31920	64215
	Wariant siatki S_2	4680	9504

4.3. Modele trójwymiarowe

W przypadku trójwymiarowego modelowania łożysk wykorzystano symetrie ich geometrii oraz obciążenia. Pozwoliło to na wykonanie modeli połówkowych (z uwzględnieniem odpowiednich warunków brzegowych symetrii), co znacznie skróciło czas obliczeń numerycznych. Rozpatrzono jeden wariant siatki elementów skończonych z wykorzystaniem elementów prostopadłościennych. Utworzono siatkę z elementów o przybliżonej długości krawędzi elementu wynoszącej: 6.67 [mm] w przypadku zewnętrznych blach stalowych (3 warstwy elementów skończonych po grubości blachy), 4 [mm] w przypadku elastomeru (4 warstwy elementów skończonych po grubości elastomeru), 2.5 [mm] w przypadku przekładek z blachy stalowej (2 warstwy elementów skończonych po grubości blachy). Siatki MES trójwymiarowych modeli łożysk elastomerowych przedstawiono na rys. 4.2. Gęstość siatki MES w przypadku ŁN i ŁW jest taka sama. Zastosowano elementy skończone typu C3D8RH, tj. hybrydowe elementy ośmiowęzłowe o liniowych funkcjach kształtu i zredukowanym całkowaniu. W tabl.4.2 zestawiono liczbę elementów skończonych i węzłów w modelach w zależności od wysokości łożyska.



Rysunek 4.2. Siatka elementów skończonych w przypadku modeli przestrzennych (3D)

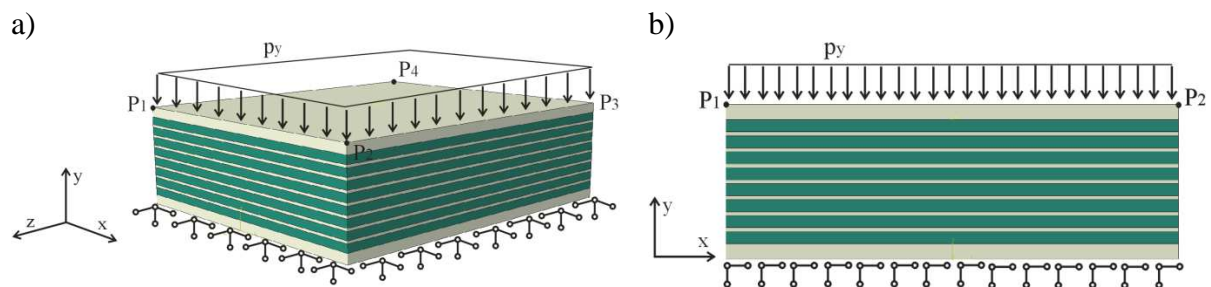
Tablica 4.2. Liczba elementów skończonych i węzłów w modelach 3D w zależności od wysokości łożyska elastomerowego

	Liczba elementów skończonych	Liczba węzłów
Łożysko niższe (ŁN)	120400	249074
Łożysko wyższe (ŁW)	243360	498980

4.4. Dyskusja wyboru warunków brzegowych

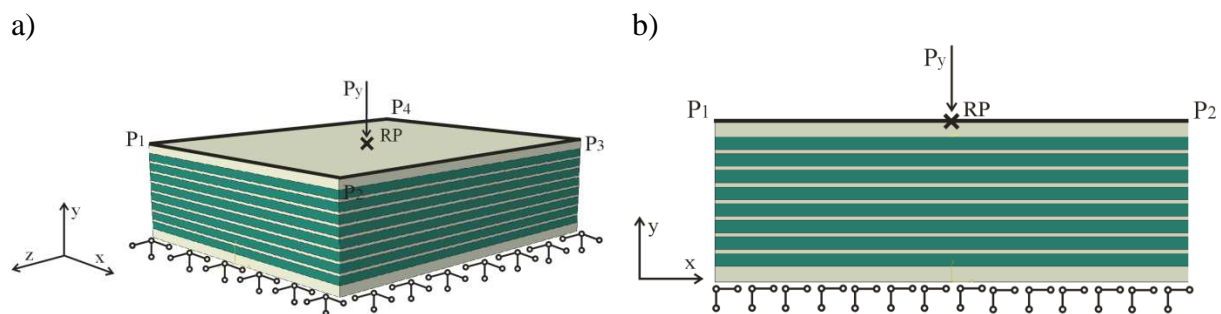
Biorąc pod uwagę zalecenia normowe oraz praktykę inżynierską odnośnie dobierania łożysk elastomerowych, wybór odpowiednich warunków brzegowych spośród naprężeniowych i przemieszczeniowych, które należy zadać w przypadku realizacji obciążeń oraz wymuszeń kinematycznych, wydaje się problematyczny. Jest to szczególnie istotnie w przypadku przeprowadzania analiz numerycznych.

W przypadku realizacji ściskania łożyska, można je obciążyć równomiernie na całej powierzchni (por. rys. 4.3), gdzie na powierzchni płyty górnej zrealizowano naprężeniowe warunki brzegowe odpowiednio w przypadku modelu przestrzennego (a) i płaskiego w płaskim stanie odkształcenia (PSO) (b).



Rysunek 4.3. Realizacja przemieszczeniowych warunków brzegowych na płycie dolnej łożyska oraz naprężeniowych na płycie górnej w przypadku testu ściskania; a) model 3D, b) model w PSO

Obciążenie łożyska przy ściskaniu/ściananiu można także zrealizować przez mieszane warunki brzegowe, zadając we wszystkich węzłach na powierzchni górnej płyty odpowiednie przemieszczenia i naprężenia. Należy podkreślić, że zadając np. w teście ściskania przemieszczenie pionowe wynoszące $u_y = -\delta$, pozostawia się swobodę przemieszczenia w kierunku osi x (co oznacza, że na brzegu naprężenia styczne są zerowe).

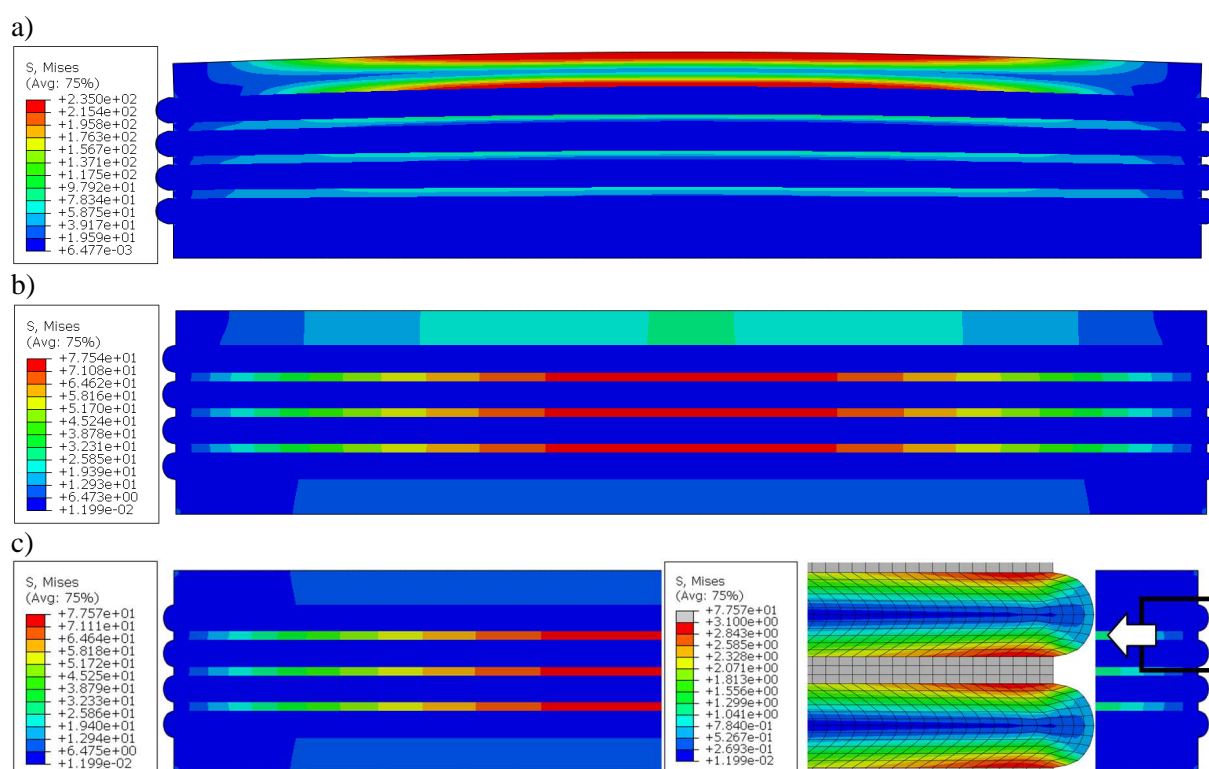


Rysunek 4.4. Realizacja przemieszczeniowych warunków brzegowych na płycie dolnej łożyska oraz warunków brzegowych z wykorzystaniem opcji MPC [1,3] na płycie górnej; a) model 3D, b) model w PSO (RP oznacza węzeł odniesienia)

W związku z tym, że płyta górna łożyska połączona z przęsłem mostowym jest elementem o znacznej sztywności wydaje się, że zastosowanie przemieszczeniowych warunków brzegowych realizujących ściskanie/ściananie jest uzasadnione. Jednak uzyskanie wypadkowej reakcji na przemieszczenia w takim przypadku wymaga sumowania reakcji w poszczególnych węzłach. Wobec tego dla wygody można wprowadzić tzw. węzeł odniesienia, który jest powiązany z węzłami leżącymi na powierzchni płyty górnej przy zastosowaniu opcji MPC [3,5]. Zastosowanie tej opcji prowadzi do utworzenia sztywnego

połączenia między wszystkimi węzłami położonymi na krawędzi/powierzchni $P_1P_2/P_1P_2P_3P_4$ a węzłem odniesienia RP (por. rys.4.4). Obciążenie tak utworzonego sztywnego elementu jest możliwe przez węzeł RP. W węźle tym przy tzw. sterowaniu siłowym możliwe jest zadanie trzech składowych siły i trzech składowych momentu, natomiast przy tzw. sterowaniu przemieszczeniowym trzech składowych przemieszczenia i trzech kątów obrotu. Ponieważ oddziaływania są przekazywane przez sztywny element, to te dwa typy sterowania są równoważne.

Wpływ realizacji warunków brzegowych na uzyskiwane wyniki w przypadku modelu PSO i testu ściskania przedstawiono na rys. 4.5-4.6. Do analiz przedstawionych w tym podpunkcie w przypadku materiału elastomerowego przyjęto model konstytutywny Yeoha z parametrami wyznaczonymi w pkt.3.3 i oznaczonego jako MY_1. Na rysunkach widoczne są wykresy warstwiczne naprężeń zastępczych Hubera-Misesa na zdeformowanej konfiguracji łożyska.

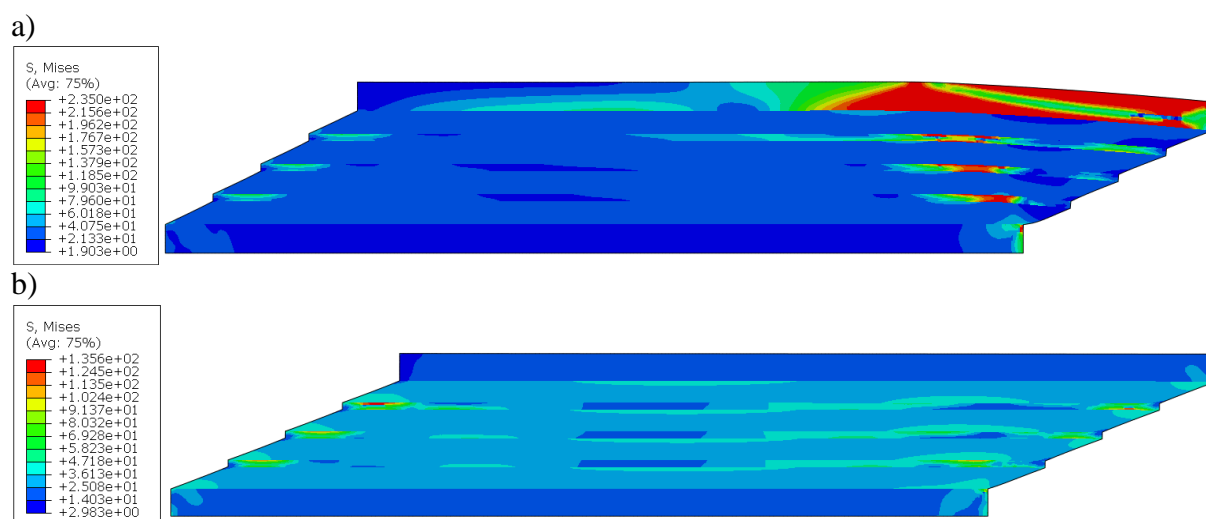


Rysunek 4.5. Wykres warstwiczny naprężeń zastępczych Hubera-Misesa w przypadku trzech różnych warunków brzegowych realizujących równomierne ściskanie łożyska wypadkową siłą 6300 [kN]: a) warunki naprężeniowe, b) mieszane warunki brzegowe -zadano równomierne przemieszczenie każdego węzła płyty górnej, c) przemieszczeniowe warunki brzegowe - siła przyłożona w węźle referencyjnym RP

Zasadnicza różnica wyników występuje w przypadku realizacji obciążenia przez naprężeniowe i przemieszczeniowe warunki brzegowe, patrz rys.4.4a i c. W pierwszym przypadku widoczne jest wyraźne wygięcie się płyty górnej, a maksymalne naprężenia zastępcze osiągają wartość 235[MPa], czyli zadaną granicę plastyczności stali i występują przy powierzchni górnej stalowej płyty wierzchniej łożyska elastomerowego. W przypadku realizacji ściskania przez przemieszczeniowe warunki brzegowe ekstremalne naprężenia lokalizują się w warstwach zbrojenia i nieznacznie przekraczają wartość 77 [MPa]. Naprężenia w elastomerze osiągnęły wartość 3 [MPa]. Różnice w przypadku realizacji mieszanych warunków brzegowych i przy zastosowaniu opcji MPC oraz węzła odniesienia

RP są bardzo małe i wynikają wyłącznie z faktu, że w przypadku realizacji warunków mieszanych dopuszcza się możliwość przemieszczenia węzłów na powierzchni płyty w kierunku osi x, zaś w przypadku warunków przemieszczeniowych tworzona jest sztywna powierzchnia, a więc blokowana jest możliwość przemieszczenia w kierunku osi x.

Na rys. 4.6a i b zamieszczono wykresy warstwiczne naprężeń zastępczych Hubera-Misesa w przypadku testu ścinania realizowanego dwoma różnymi typami warunków brzegowych. W przypadku zastosowania naprężeniowych warunków brzegowych widoczna jest znaczna deformacja stalowej płyty górnej, a wartość maksymalnych naprężeń zastępczych osiąga wartość 235[MPa]. Ekstrema te są zlokalizowane w stali, w górnej płycie łożyska. W przypadku testu ścinania i realizacji warunków brzegowych przez węzeł odniesienia RP, stalowa płyta górna bardzo mało się deformuje, a ekstremalne naprężenia zastępcze występują w warstwach zbrojenia i wynoszą około 135[MPa].



Rysunek 4.6. Wykres warstwiczny naprężeń zastępczych Hubera-Misesa w przypadku ścinania (wartość przemieszczenia odpowiada czterokrotnej wartości przemieszczenia granicznego podanego przez producenta łożyska), a) naprężeniowe warunki brzegowe- zadano równomierne przemieszczenie każdego węzła płyty górnej, b) przemieszczeniowe warunki brzegowe- przemieszczenie węzła referencyjnego RP

Przedstawiona analiza wpływu warunków brzegowych na uzyskiwane wyniki, specyfika pracy i montażu łożyska (współpraca stalowej płyty górnej ze stosunkowo sztywnymi dźwigarami) prowadzi do wniosku, że w przypadku modelowania łożysk mostowych najbardziej racjonalne będzie realizowanie warunków brzegowych przez tzw. węzeł odniesienia, czyli tak jak to przedstawiono na rys. 4.4. Prezentowane w dalszej części tego rozdziału przykłady rozwiązano realizując obciążenie łożyska w ten sposób.

5. Analiza i interpretacja wyników obliczeń numerycznych

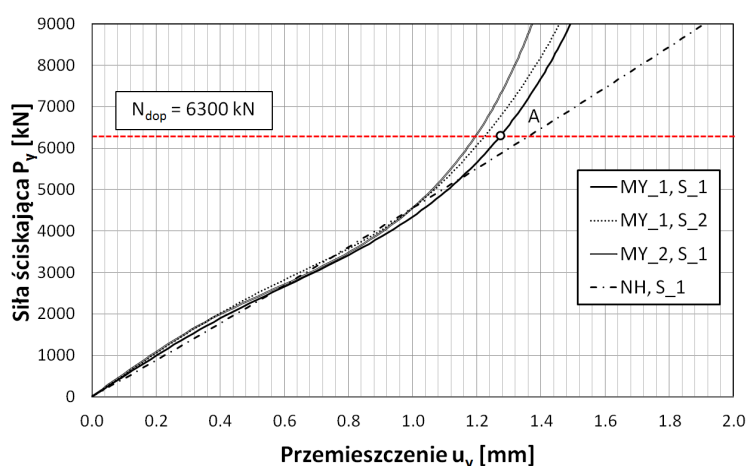
5.1. Test ściskania

W przypadku testu ściskania rozwiązano zadania w PSO dla dwóch wariantów wysokości łożysk elastomerowych (ŁN i ŁW). Wykorzystano trzy modele konstytutywne materiału hipersprężystego: NH, MY_1, MY_2 oraz dwa warianty siatek elementów skończonych: S_1 i S_2. Test zrealizowano poprzez przyłożenie siły ściskającej w kierunku osi y w węźle

referencyjnym RP, jednocześnie blokując możliwość przemieszczenia tego węzła w kierunku osi x i obrotu względem osi z.

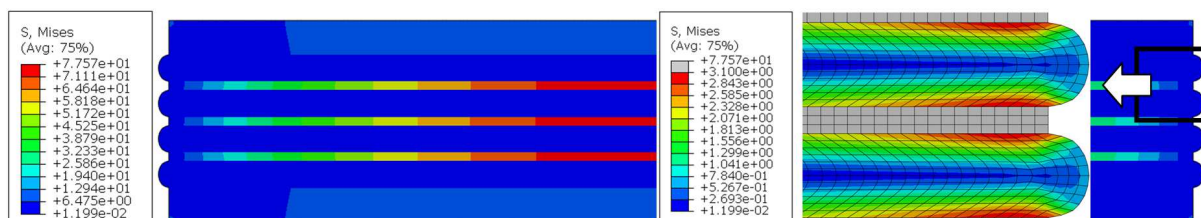
Wartość bezwzględna przemieszczenia u_y punktu referencyjnego w funkcji siły P_y ściskającej łożysko w zależności od przyjętej siatki elementów skończonych przedstawiono na rys. 5.1. Wyniki uzyskano w przypadku ŁN i modelu MY_1. W przypadku gęstszej siatki (S_1) przy sile równej wartości dopuszczalnej wg normy (tj. 6300[kN]) przemieszczenie wynosi $|u_y| = 1.274$ mm, zaś w przypadku siatki zgrubnej (S_2) $|u_y| = 1.195$ mm, co oznacza, że różnica nie jest większa niż 6.2 %.

Wartość bezwzględna siły P_y ściskającej łożysko w funkcji przemieszczenia u_y węzła referencyjnego w zależności od przyjętego modelu konstytutywnego elastomeru przedstawiono na rys. 5.1. Wyniki uzyskano w przypadku zastosowania łożyska niższego ŁN i siatki elementów skończonych S_1.



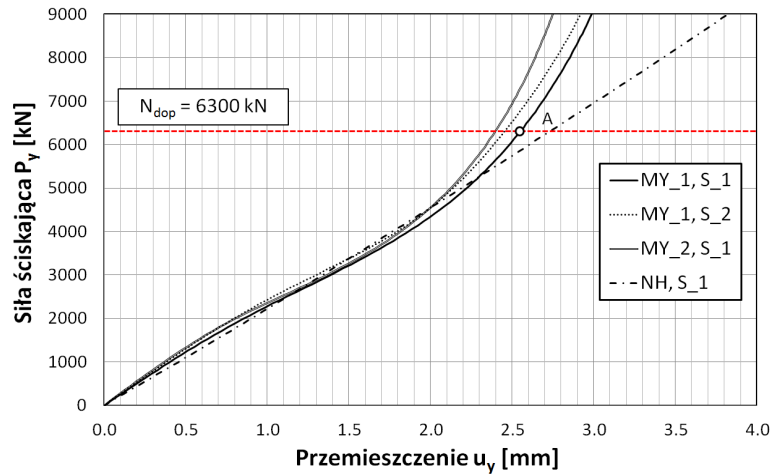
Rysunek 5.1. Siła P_y ściskająca ŁN w funkcji przemieszczenia u_y węzła referencyjnego w zależności od przyjętej siatki elementów skończonych w przypadku modelu elastomeru MY_1 oraz założonego modelu konstytutywnego elastomeru: MY_1, MY_2 i NH

Na rys. 5.2 przedstawiono wykres warstwiczny naprężeń zastępczych Hubera-Misesa łożyska elastomerowego obciążonego siłą ściskającą przyłożoną w punkcie referencyjnym RP o wartości $P_y = 6300$ [kN]. Wyniki dotyczą modelu ŁN i materiału MY_1. Warto zauważyć, że w tym przypadku maksymalne naprężenia zastępcze Hubera-Misesa wynoszą około 77 [MPa] i zlokalizowane są w płytach zbrojenia i okolicy osi symetrii łożyska. Maksymalne naprężenia w elastomerze nieznacznie przekroczyły wartość 3 [MPa].



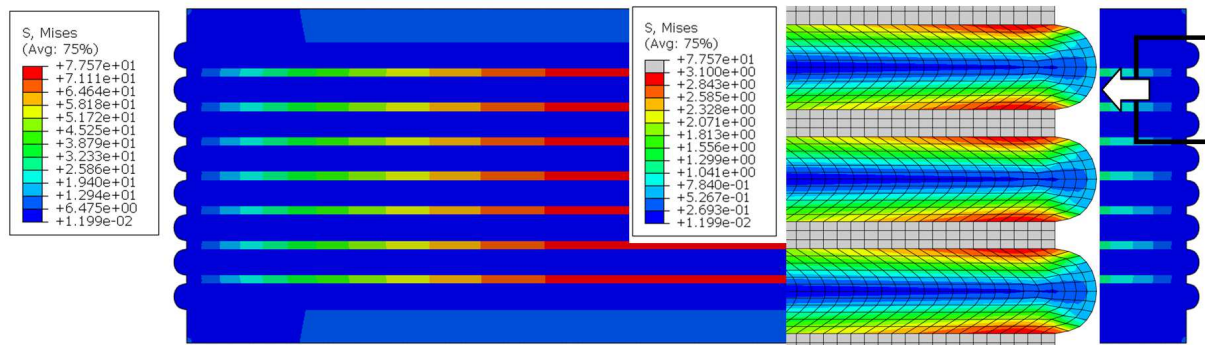
Rysunek 5.2. Wykres warstwiczny naprężeń zastępczych Hubera-Misesa ŁN obciążonego siłą ściskającą przyłożoną w węzle referencyjnym RP o wartości $P_y = 6300$ [kN] (pkt. A na rys. 5.1)

Na rys. 5.3 zamieszczono dla ŁW analogiczne wykresy jak przedstawiono dla ŁN na rys.5.1. Na ich podstawie sformułować można identyczne wnioski. Dodatkowo na rys. 5.4 zamieszczono wykresy warstwicowe naprężeń zastępczych Hubera-Misesa, których wartość ekstremalna jest taka sama jak w przypadku ŁN.

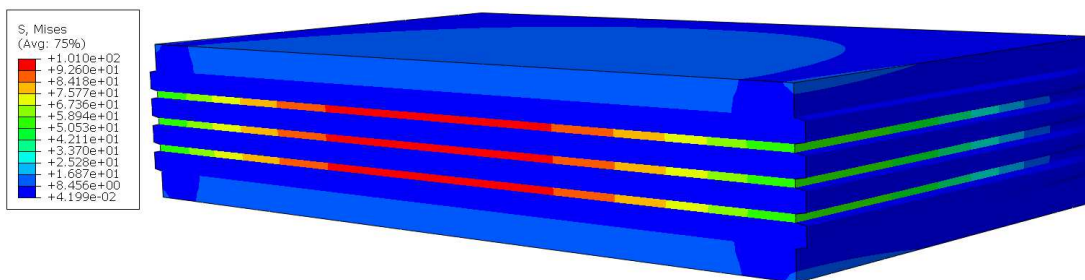


Rysunek 5.3. Siła P_y ściskająca ŁW w funkcji przemieszczenia u_y węzła referencyjnego w zależności od przyjętej siatki elementów skończonych w przypadku modelu elastomeru MY_1 oraz założonego modelu konstytutywnego elastomeru: MY_1, MY_2 i NH

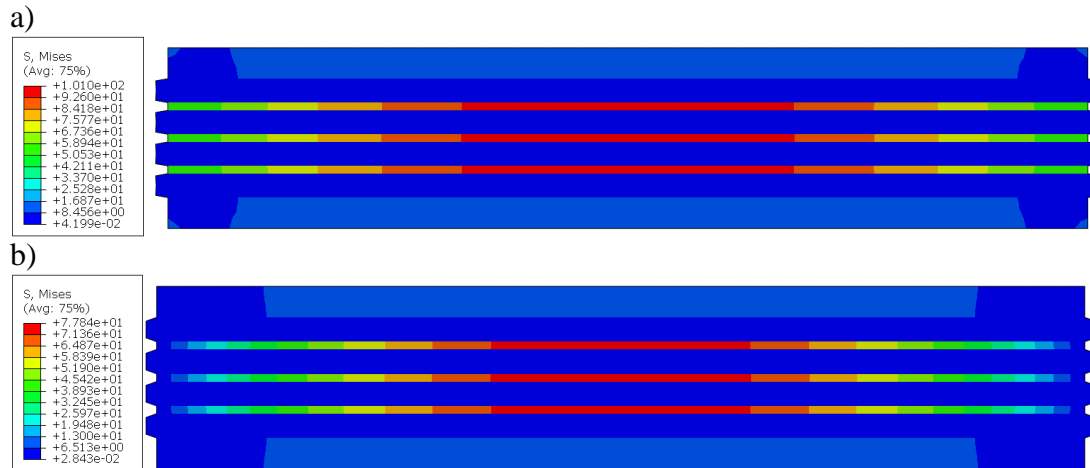
Dodatkowo na rys.5.5-5.6 zamieszczono przykładowe wyniki numeryczne uzyskane dla modelu trójwymiarowego.



Rysunek 5.4. Wykres warstwicowy naprężeń zastępczych Hubera-Misesa ŁW obciążonego siłą ściskającą przyłożoną w węźle referencyjnym RP o wartości $P_y = 6300$ [kN] (pkt. A na rys. 5.3)

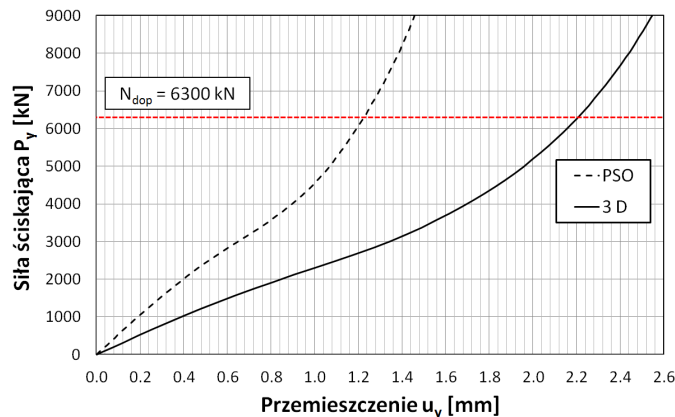


Rysunek 5.5. Łożysko ŁN, model połówkowy 3D, materiał MY_1, siatka S_2 (zgrubna), ściskanie - wypadkowa siła 6300 [kN], aksonometria



Rysunek 5.6. Łożysko ŁN, materiał MY_1, siatka S_2 (zgrubna), ściskanie - wypadkowa siła 6300 [kN], przekrój: a) model połówkowy 3D, b) PSO

Porównanie wyników modeli PSO i 3D zamieszczono na rys.5.7. Zauważmy, że w teście ściskania model PSO przewiduje znacznie większą sztywność łożyska niż model 3D (przemieszczenia wg PSO są około dwukrotnie mniejsze niż wg 3D).



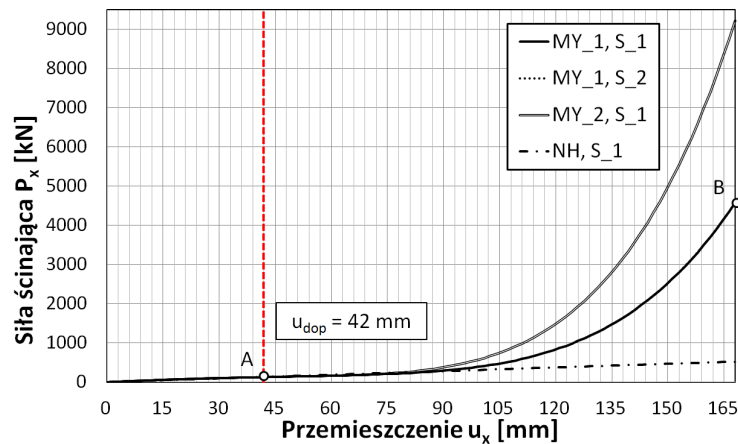
Rysunek 5.7. Porównanie wyników w teście ściskania ŁN w przypadku modelu elastomeru MY_1 i siatki elementów skończonych S_2

5.2. Test ścinania

W przypadku testu ścinania w PSO rozwiązano zadania dla dwóch wariantów wysokości łożysk elastomerowych (ŁN i ŁW). Wykorzystano trzy modele konstytutywne materiału hipersprężystego: NH, MY_1, MY_2 oraz dwa warianty siatek elementów skończonych: S_1 i S_2. Test zrealizowano zadając przemieszczenie u_x węzła referencyjnego RP (nie zablokowano przemieszczenia w kierunku osi y i kąta obrotu w płaszczyźnie). Wartość siły ścinającej P_x w funkcji przemieszczenia u_x węzła referencyjnego RP w zależności od przyjętej siatki elementów skończonych przedstawiono na rys. 5.8. Okazuje się, że w przypadku ŁN i modelu MY_1 wpływ siatki jest pomijalny (wykresy na rys. 5.8 pokrywają się).

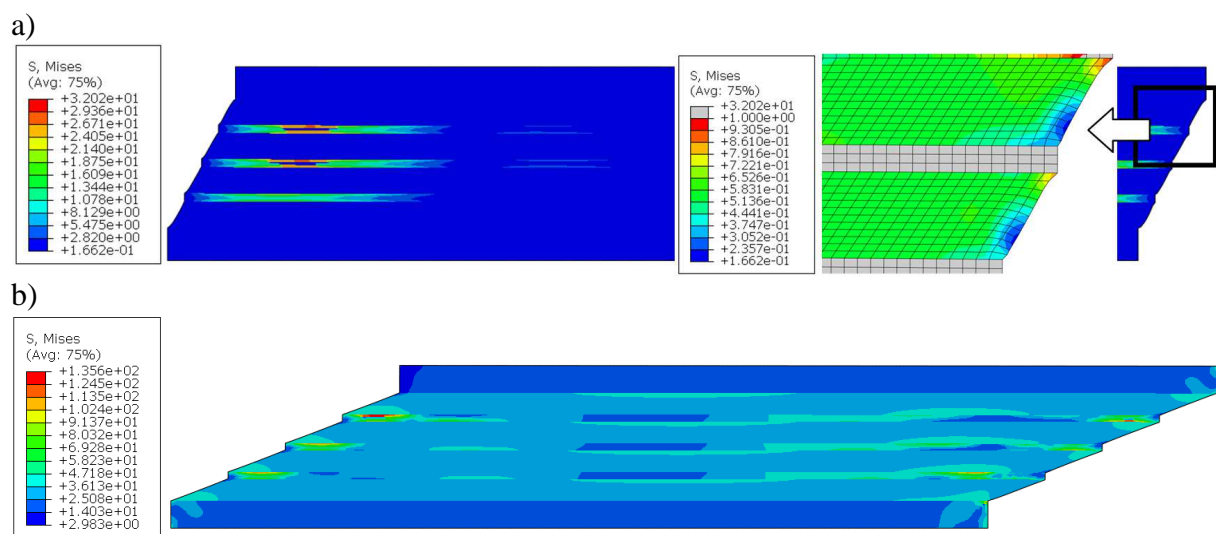
Wartość siły ścinającej P_x w funkcji przemieszczenia u_x węzła referencyjnego RP w zależności od przyjętego modelu konstytutywnego elastomeru przedstawiono na rys. 5.8. Wyniki uzyskano dla ŁN i siatki elementów skończonych S_1. Na wykresach widać wyraźne

usztynwienie łożyska w przypadku modeli MY_1 i MY_2 po przekroczeniu wartości przemieszczenia $u_x=78$ [mm]. Sztywność łożyska w przypadku modelu NH jest na porównywalnym poziomie w całym zakresie przemieszczeń. Należy również podkreślić, że w zakresie przemieszczeń określonym przez normę (tj. przy $u_x \in [0, u_{dop}]$) niezależnie od modelu konstytutywnego wykresy te pokrywają się, por. rys. 5.8.



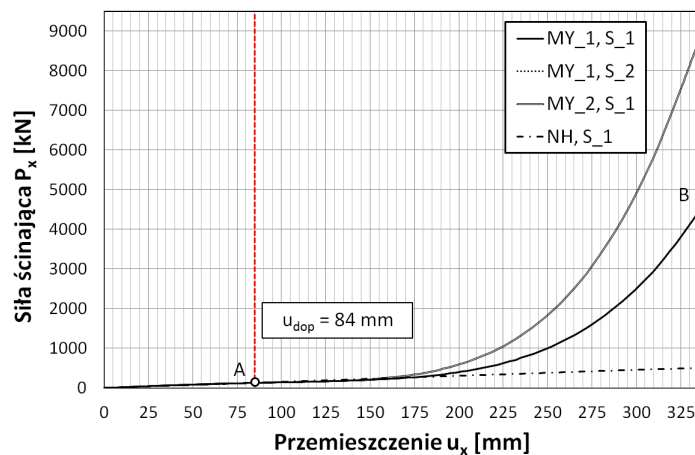
Rysunek 5.8. Siła P_x ścinająca ŁN w funkcji przemieszczenia u_x węzła referencyjnego w zależności od przyjętej siatki elementów skończonych w przypadku modelu elastomeru MY_1 oraz założonego modelu konstytutywnego elastomeru: MY_1, MY_2 i NH. W przypadku zastosowania siatek S_1 i S_2 na wykresie występuje zgodność co do grubości linii

Na rys. 5.9 przedstawiono wykres warstwiczny naprężeń zastępczych Hubera-Misesa łożyska elastomerowego ŁN i materiału MY_1. Na podstawie tych wykresów można stwierdzić, że czterokrotne zwiększenie przemieszczenia węzła RP powoduje blisko czterokrotne zwiększenie maksymalnej wartości naprężeń zastępczych. Jakościowa różnica polega na tym, że obszar występowania naprężeń zbliżonych do ekstremalnych zwiększył się kilkunastokrotnie.

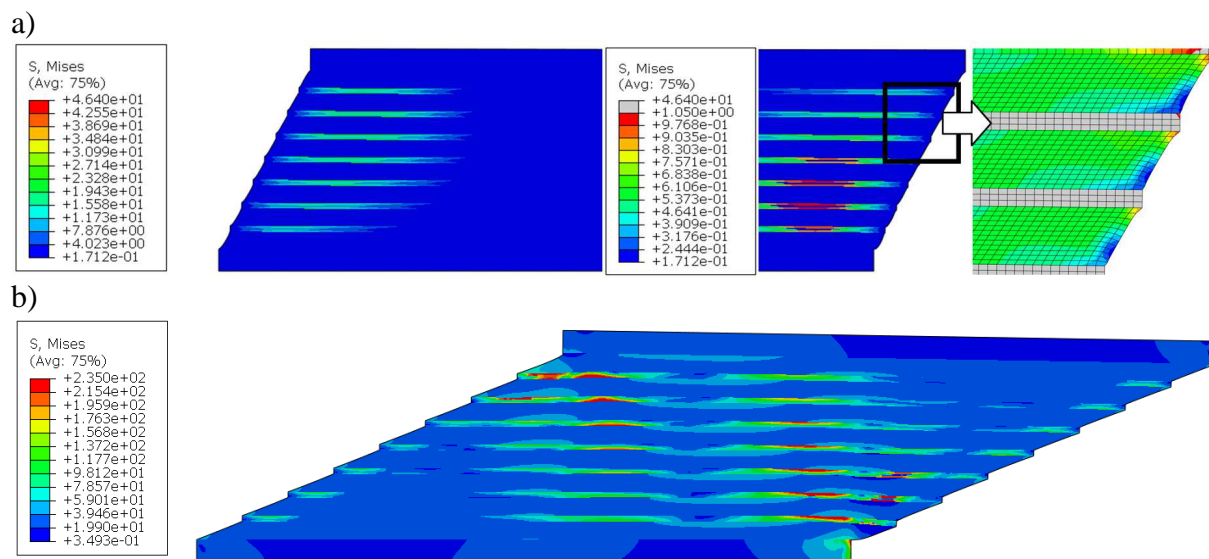


Rysunek 5.9. Wykres warstwiczny naprężeń zastępczych Hubera-Misesa ŁN w przypadku przemieszczenia węzła RP o: a) $u_x=42$ [mm] (pkt. A na rys. 5.8), b) $u_x=168$ [mm] (pkt. B na rys. 5.8)

Na rys. 5.10 i 5.11 przedstawiono wyniki w sposób analogiczny, jednak w odniesieniu do ŁW. Należy zauważyć, że przy takich samych proporcjach przemieszczenia w kierunku osi x do wysokości łożyska ekstremalne naprężenia zastępcze są niemal dwukrotnie większe, por. rys. 5.9 z rys. 5.11.



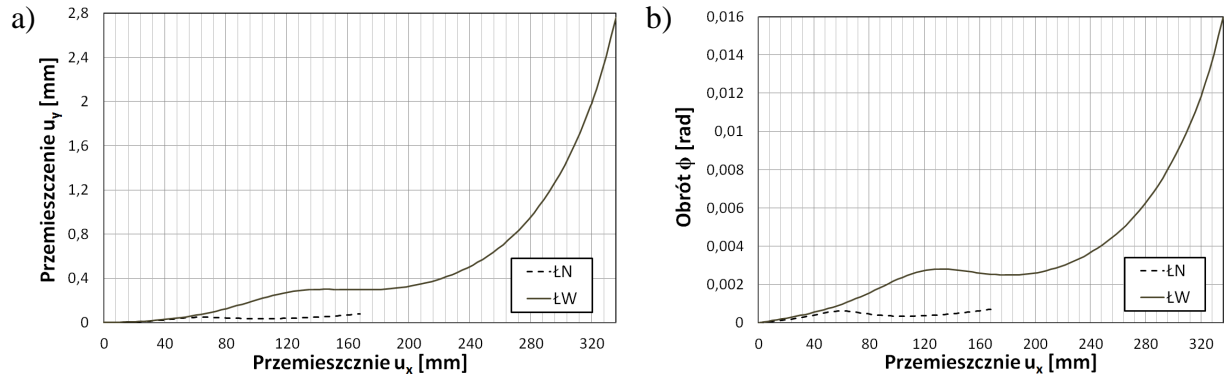
Rysunek 5.10. Siła P_x ścinająca ŁW w funkcji przemieszczenia u_x węzła referencyjnego w zależności od przyjętej siatki elementów skończonych w przypadku modelu elastomeru MY_1 oraz założonego modelu konstytutywnego elastomeru: MY_1, MY_2 i NH. W przypadku zastosowania siatek S_1 i S_2 na wykresie występuje zgodność co do grubości linii



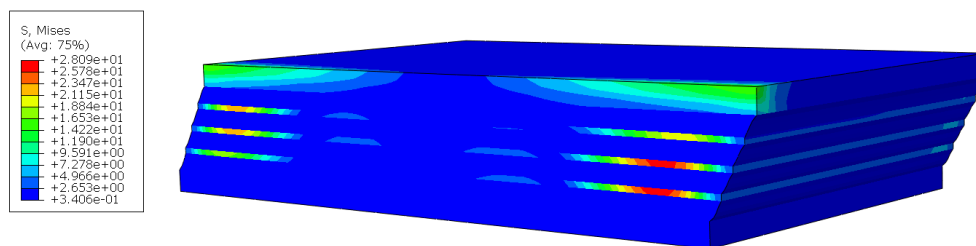
Rysunek 5.11. Wykres warstwowy naprężeń zastępczych Hubera-Misesa w przypadku ŁW i przemieszczenia węzła RP o: a) $u_x = 84$ [mm] (pkt. A na rys. 5.10), b) $u_x = 336$ [mm] (pkt. B na rys. 5.10b)

Dodatkowo na rys. 5.12a zamieszczono wykresy przemieszczenia pionowego u_y (które w całym zakresie ścinania ma wartość ujemną) w węzle RP w funkcji przemieszczenia wymuszającego ścinanie łożyska u_x w przypadku ŁN i ŁW. W przypadku ŁW po przekroczeniu $u_x = 200$ [mm] obserwuje się gwałtowny wzrost wartości bezwzględnej przemieszczenia pionowego, aż do wartości 2.8 [mm] przy $u_x = 336$ [mm]. Na rysunku 5.12b

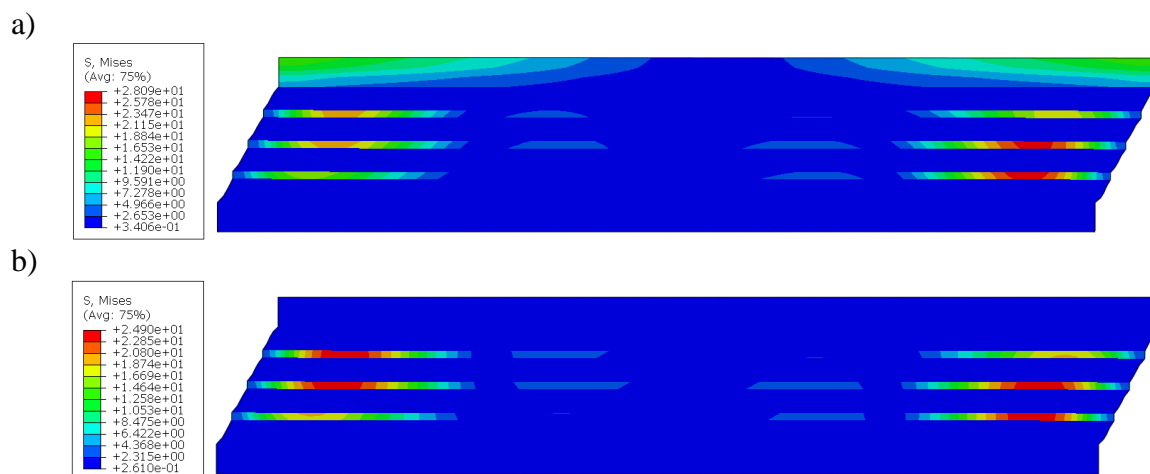
zamieszczono analogiczne wykresy kąta obrotu ϕ w węźle RP w funkcji przemieszczenia wymuszającego ścinanie łożyska u_x w przypadku ŁN i ŁW. Podobnie, w przypadku ŁW po przekroczeniu $u_x=200$ [mm] obserwuje się gwałtowny wzrost kąta obrotu, aż do wartości 0.016[rad] przy $u_x=336$ [mm].



Rysunek 5.12. a) Wartość bezwzględna przemieszczenia pionowego u_y w węźle RP oraz b) kąt obrotu ϕ w węźle RP, w funkcji przemieszczenia wymuszającego ścinanie łożyska u_x w przypadku ŁN i ŁW

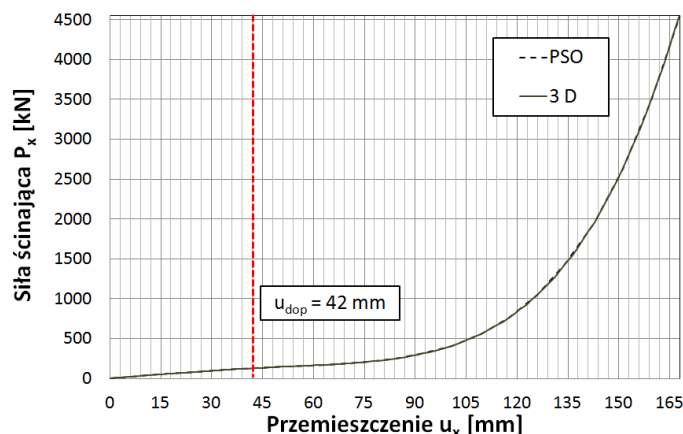


Rysunek 5.13. Łożysko ŁN, Model półwkowy 3D, materiał MY_1, siatka S_2 (zgrubna), przemieszczenie RP $u_x = 42$ [mm], aksonometria



Rysunek 5.14. Łożysko ŁN, Model półwkowy 3D, materiał MY_1, siatka S_2 (zgrubna), przemieszczenie RP $u_x = 42$ [mm], przekrój: a) model półwkowy 3D, b) model PSO

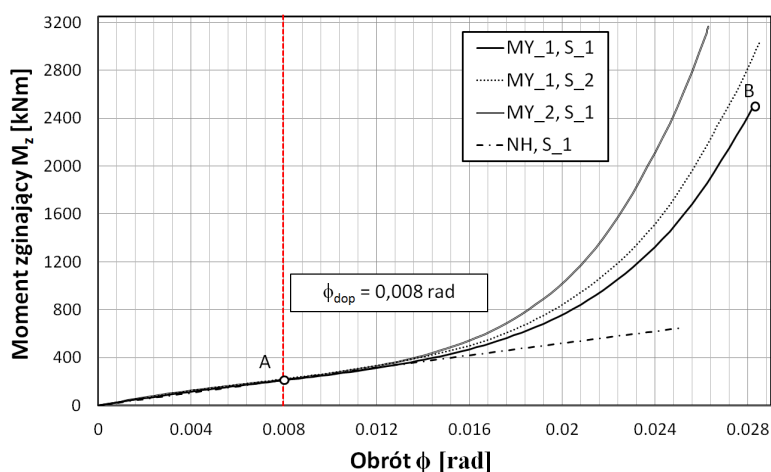
Wyniki dotyczące modelu 3D zamieszczono na rys.5.13 i 5.14a. W teście ścinania wyniki uzyskane przy zastosowaniu modelu 3D i modelu PSO są bardzo podobne (z wyjątkiem obszarów blisko brzegów łożyska). Natomiast globalne krzywe między przemieszczeniem poziomym łożyska, a siłą ścinającą są praktycznie identyczne, patrz rys.5.15.



Rysunek 5.15. Porównanie wyników w teście ścinania łożyska

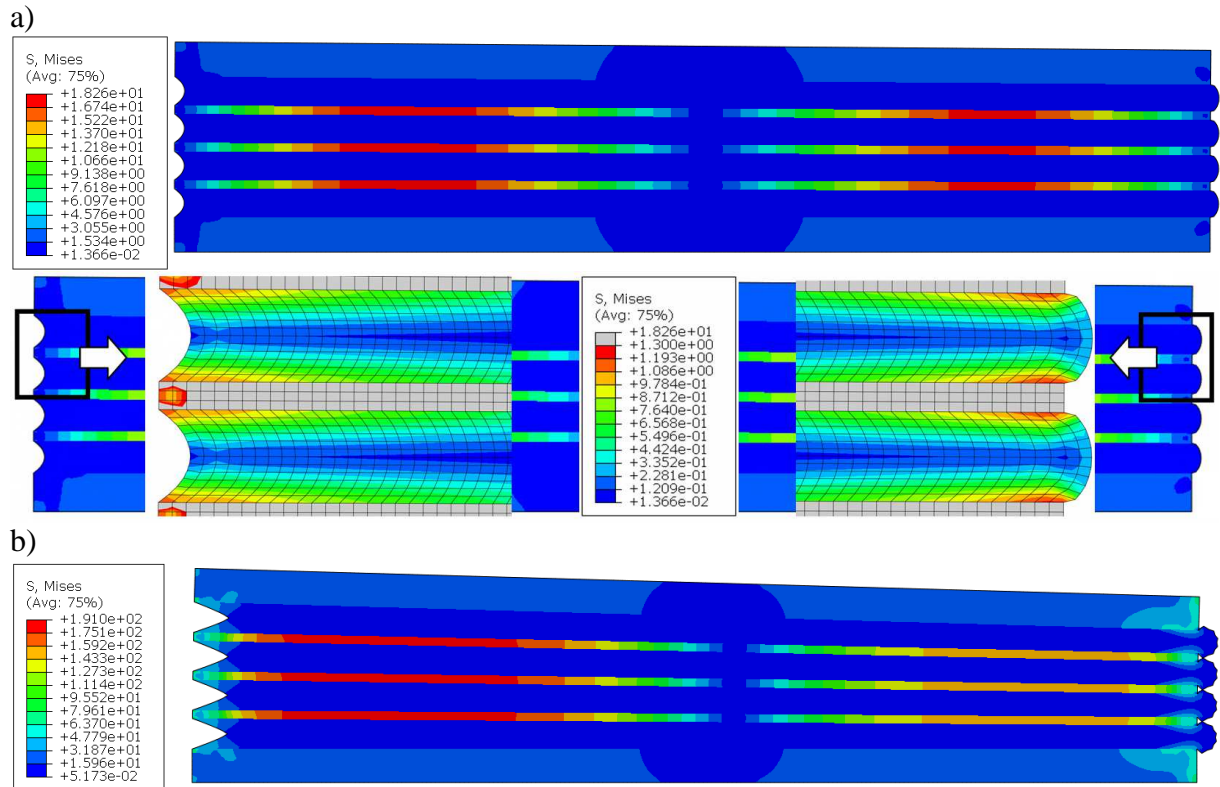
5.3. Test obrotu płyty górnej łożyska

W tym podpunkcie zaprezentowano wyniki testu obrotu płyty górnej realizowanego przez zadanie kąta obrotu w węźle RP. W węźle tym nie blokowano możliwości przemieszczenia w kierunku osi x i y. Na rys. 5.16 zamieszczono wykresy pokazujące wpływ gęstości siatki MES na uzyskiwane wyniki w przypadku ŁN i modelu konstytutywnego MY_1. Na tym samym rysunku przyjmując siatkę S_1 przeanalizowano wpływ modelowania konstytutywnego elastomeru na wartość momentu zginającego przy zmieniającym się kącie obrotu wymuszenia w węźle RP.

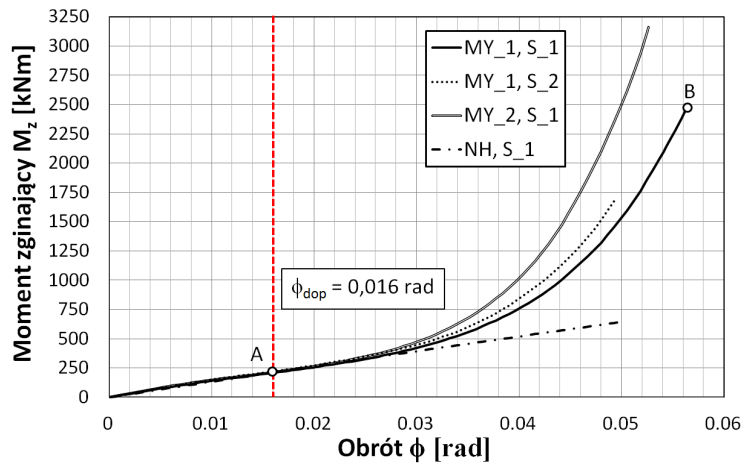


Rysunek 5.16. Moment zginający M_z jako reakcja na kąt obrotu ϕ w węźle RP w przypadku ŁN w zależności od przyjętej siatki elementów skończonych w przypadku modelu elastomeru MY_1 oraz założonego modelu konstytutywnego elastomeru: MY_1, MY_2 i NH.

Wykresy warstwiczne naprężeń zastępczych Hubera-Misesa zamieszczono na rys. 5.17a i b odpowiednio przy $\phi=0.008$ i $\phi=0.02824$. Wartość maksymalnych naprężeń zastępczych wzrasta blisko dziesięciokrotnie przy czterokrotnym wzroście kąta obrotu. W zakresie zmienności kątów obrotu dopuszczanych przez normę, wszystkie z analizowanych modeli konstytutywnych dają taką samą odpowiedź globalną. Po przekroczeniu ϕ_{dop} różnice między poszczególnymi modelami konstytutywnymi są znaczące, patrz rys.5.16. Podobne wnioski dotyczą przypadku ŁW, rys.5.18.

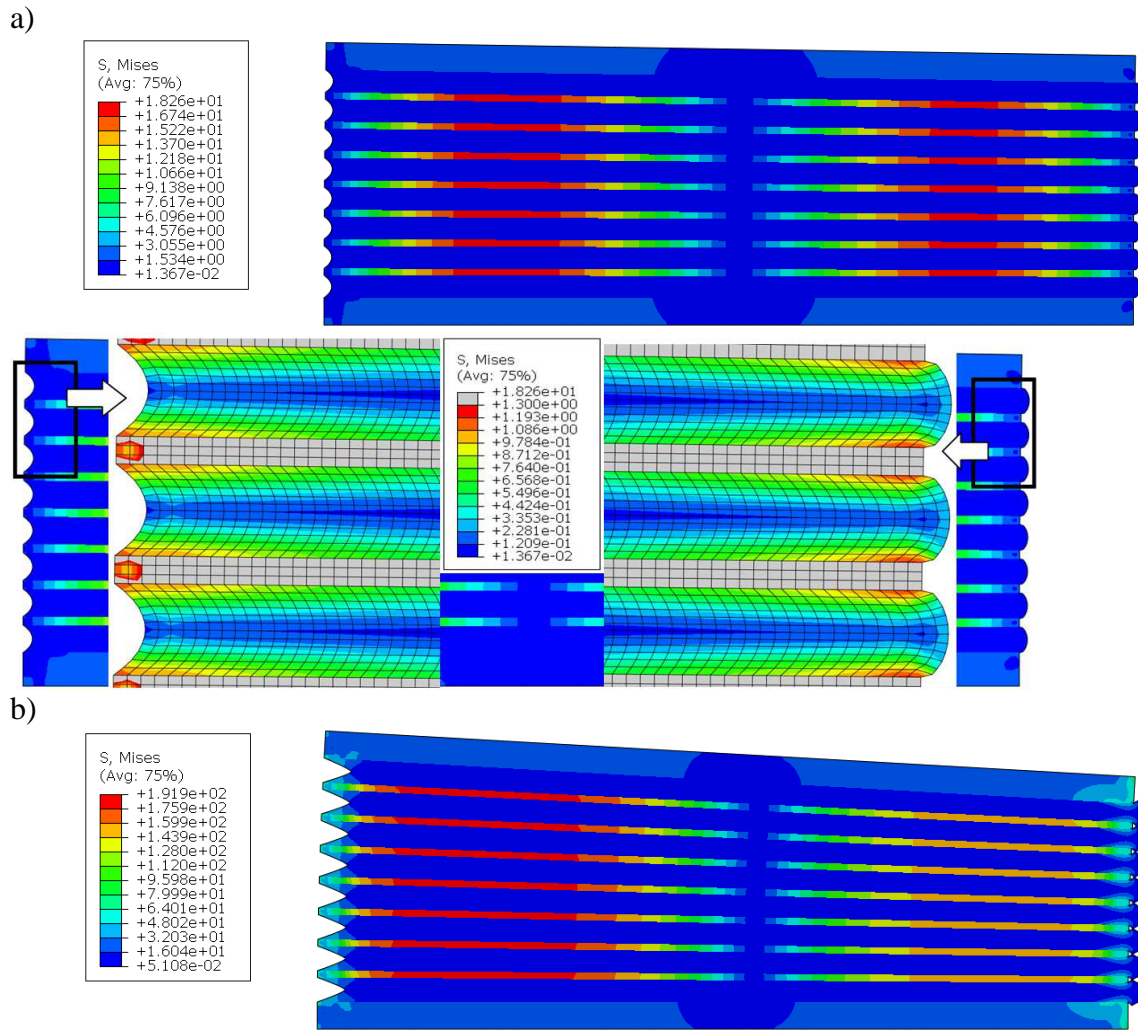


Rysunek 5.17. Wykres warstwowy naprężeń zastępczych Hubera-Misesa w przypadku ŁN przy: a) $\phi = 0.008$ (S_1, MY_1, punkt A, na rys. 5.16), b) $\phi = 0.02824$ (S_1, MY_1, punkt B, na rys. 5.16)

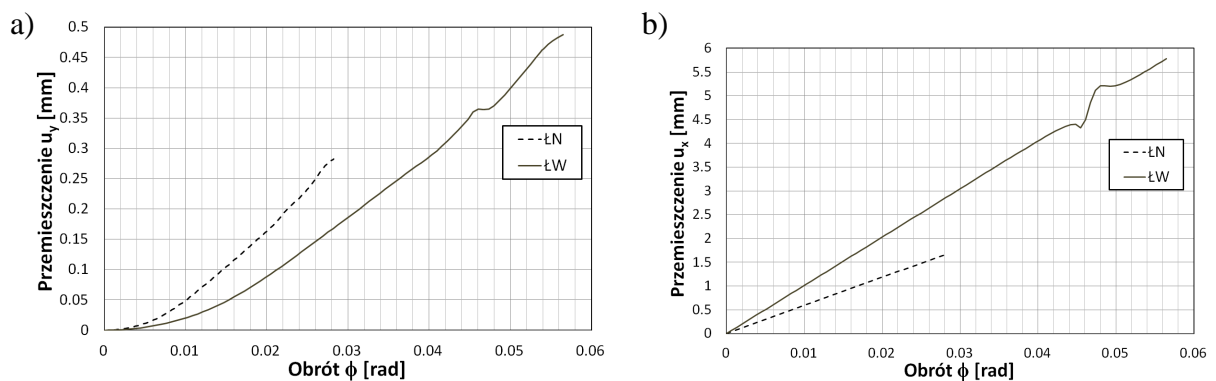


Rysunek 5.18. Moment zginający M_z jako reakcja na kąt obrotu ϕ w węzle RP w przypadku ŁW w zależności od przyjętej siatki elementów skończonych w przypadku modelu elastomeru MY_1 oraz założonego modelu konstytutywnego elastomeru: MY_1, MY_2 i NH.

Wykresy naprężeń zastępczych Hubera-Misesa w przypadku ŁW zamieszczono na rys.5.19. Ekstremalne wartości naprężeń są podobne jak w przypadku ŁN.



Rysunek 5.19. Wykres warstwiczny naprężeń zastępczych Hubera-Misesa w przypadku ŁW przy a) $\phi=0.016$ (S_1, MY_1, punkt A, na rys. 5.8), $\phi=0.0565$ (S_1, MY_1, punkt B, na rys. 5.8)

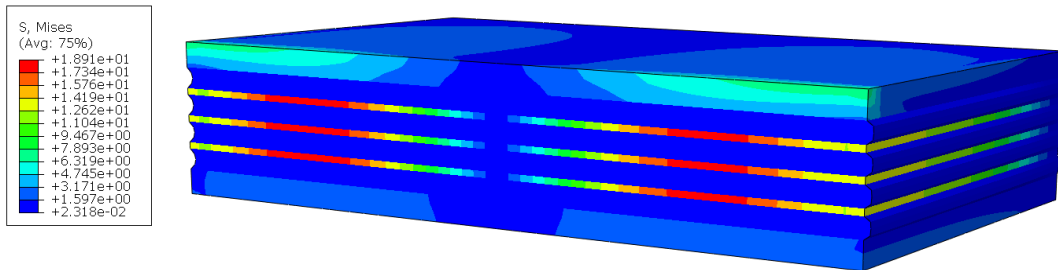


Rysunek 5.20. a) Wartość przemieszczenia pionowego u_y w węźle RP oraz b) wartość przemieszczenia poziomego u_x w węźle RP, w funkcji obrotu łożyska ϕ w przypadku ŁN i ŁW

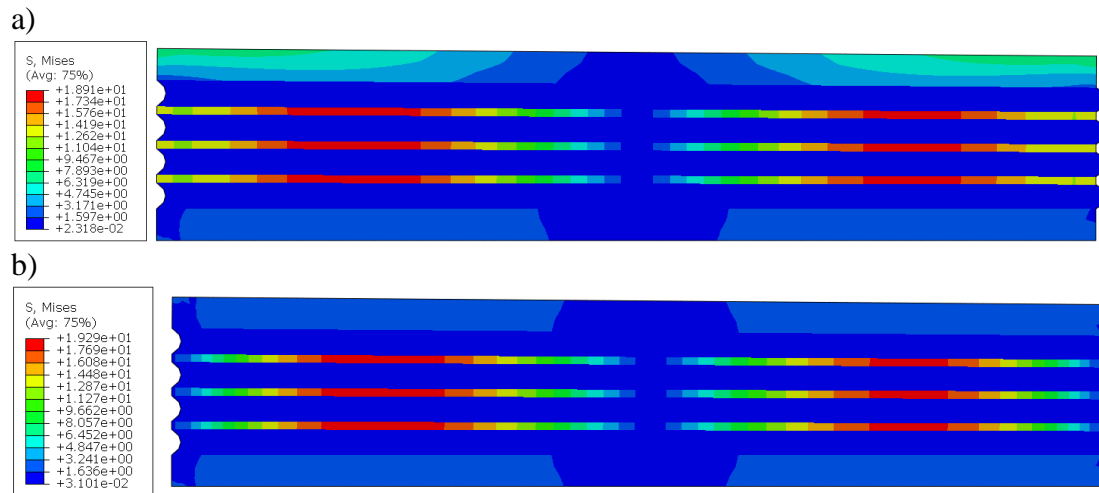
Na rys. 5.20a zamieszczono wykresy przemieszczenia pionowego u_y (które w całym zakresie obrotu łożyska ma wartość dodatnią) w węźle RP w funkcji obrotu płyty górnej

łożyska ϕ w przypadku ŁN i ŁW. Na rys. 5.20b zamieszczono analogiczne wykresy przemieszczenia poziomego u_x w węźle RP w funkcji obrotu płyty górnej łożyska ϕ w przypadku ŁN i ŁW.

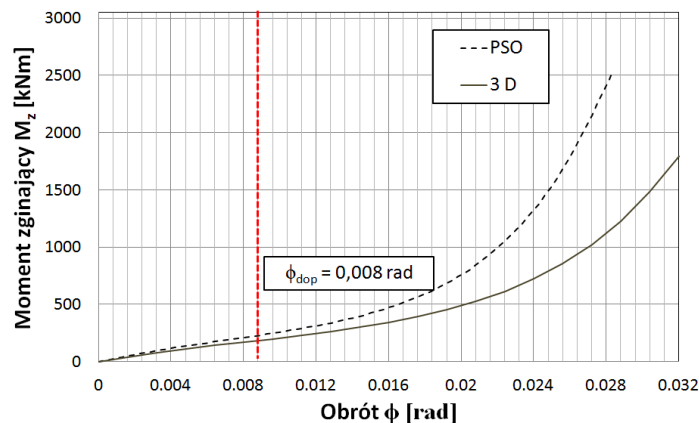
Obliczenia przeprowadzono także dla modelu 3D. Przykładowe wyniki zamieszczone są na rys.5.21 i 5.22. Porównanie wyników globalnych, dotyczących zależności momentu zginającego od kąta, w przypadku modeli 3D i PSO zamieszczono na rys.5.23. W zakresie dopuszczalnych odkształceń łożyska różnice między wynikami są nieznaczne, ale istotnie większe niż w teście ścinania.



Rysunek 5.21. Łożysko ŁN, model połówkowy 3D, materiał MY_1, siatka S_2 (zgrubna), obrót RP $\phi = 0.008$, aksonometria



Rysunek 5.22. Łożysko ŁN, materiał MY_1, siatka S_2 (zgrubna), obrót RP $\phi = 0.008$, przekrój: a) model połówkowy 3D, b) model PSO



Rysunek 5.23. Porównanie wyników na moment odporowy w funkcji kąta obrotu płyty górnej łożyska

6. Wnioski i uwagi końcowe

W rozdziale przedstawiono zagadnienie modelowania MES deformacji mostowych łożysk elastomerowych zbrojonych blachami stalowymi w przypadku typowych obciążeń statycznych. Zastosowano teorię nieliniową oraz program ABAQUS, w którym elastomer opisano relacjami konstytutywnymi hipersprężystości, natomiast stal relacjami sprężysto-plastyczności z prawem płynięcia stowarzyszonym z warunkiem plastyczności Hubera-Misesa [1,2]. Wykazano, że model hipersprężystości Yeoha [35] jest wystarczający do modelowania sprężystych odkształceń elastomeru w zakresie dopuszczalnych deformacji łożysk. Stosowanie uproszczonego modelu neo-Hooke'a nie prowadzi, w zakresie znacznych deformacji łożysk, do zadawalających wyników, por. pkt.4. i 5 oraz [10]. Wykazano, że modele uproszczone (tzn. przy założeniu płaskiego stanu odkształcenia) w stosunku do modeli przestrzennych łożyska, są wystarczająco dokładne w przypadku testu ścinania i obrotu.

Z punktu widzenia modelowania MES mostowych łożysk elastomerowych przyszłe prace naukowe powinny uwzględnić kilka dodatkowych właściwości mechanicznych materiałów składowych łożyska i ich połączenia. Na przykład uwzględnienie właściwości reologicznych elastomeru pozwoli na prawidłowe modelowanie i ocenę właściwości tłumiących łożysk mostowych oraz prawidłową ocenę ich nośności, por. np. [15,30,32,33]. W przypadku oceny nośności granicznej należy także uwzględnić m.in. właściwości połączenia elastomeru z blachami stalowymi, gdyż rozwarstwienie jest istotnym czynnikiem decydującym o nośności łożyska [21,23].

Istotna jest walidacja zaproponowanych modeli mostowych łożysk elastomerowych. Zastosowanie symulacji numerycznych, w połączeniu z racjonalnie przeprowadzonymi badaniami doświadczalnymi, w znacznym stopniu może ułatwić wprowadzanie nowych rozwiązań konstrukcyjnych i ich optymalizację.

Bibliografia

- [1] ABAQUS *Theory manual*, Version 6.1., Hibbitt, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, 2000.
- [2] ABAQUS *Theory Manual*, Version 6.11, Dassault Systèmes, 2011.
- [3] ABAQUS/Standard *User's manual*, Version 6.1., Hibbitt, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, 2000.
- [4] ABAQUS/Standard *Verification manual*, Version 5.8., Hibbitt, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, 1998.
- [5] ABAQUS/Standard *Example problems manual*, Version 5.7., Hibbitt, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, 1997.
- [6] Betomax Polska SA: Łożyska konstrukcyjne - elastomerowe, 2013, www.betomax.pl.
- [7] Bhuiyan A.R., Okui Y., Mitamura H., Imai T.: A rheology model of high damping rubber bearings for seismic analysis: Identification of nonlinear viscosity, *International Journal of Solids and Structures* 46, 2009, 1778-1792.
- [8] Burtscher S.L., Dorfmann A.: Compression and shear tests of anisotropic high damping rubber bearings, *Engineering Structures*, 26, 2004, 1979-1991.
- [9] Cardone D., Gesualdi G.: Experimental evaluation of the mechanical behavior of elastomeric materials for seismic applications at different air temperatures, *International Journal of Mechanical Sciences*, 64, 2012, 127-143.
- [10] Gjorgjiev I., Garevski M.: A polynomial analytical model of rubber bearings based on series of tests, *Engineering Structures*, 56, 2013, 600-609.
- [11] Dulińska J.M., Szczerba R.: Simulation of dynamic behaviour of RC bridge with steellaminated elastomeric bearings under high-energy mining tremors, *Key Engineering Materials*, Trans Tech

- Publications, Switzerland, Vol. 531–532, 2013, pp. 662-668, doi:10.4028/www.scientific.net/KEM.531-532.662.
- [12] Dulińska J.M., Szczerba R.: Assessment of Concrete Bridge Performance under Moderate Seismic Shock Using Concrete Damage Plasticity Model, *Procedia Engineering* 57, 2013, 1319 – 1328.
- [13] Jemioło S.: Hipersprężysty model nieściśliwych izotropowych materiałów gumopodobnych, *Theoretical Foundations of Civil Engineering, Polish-Ukrainian Transactions*, str. 123-136, W. Szcześniak [ed], Oficyna Wydawnicza PW, Warszawa, 2000.
- [14] Jemioło S., Studium hipersprężystych własności materiałów izotropowych, *Modelowanie i implementacja numeryczna, Zeszyty Naukowe PW, Budownictwo*, z. 140, Warszawa, 2002.
- [15] Jemioło S., Gajewski M.: *Hipersprężystoplastyczność*, Oficyna Wydawnicza PW, Warszawa 2014.
- [16] Kędzierski B.: *Postęp techniczny w mostownictwie*. WKŁ, Warszawa, 1972.
- [17] Lee D.J.: *Bridge bearings and expansion joint*, E and FN SPON, London-Madras, 1994.
- [18] Mori A., Carr A.J., Cooke N., Moss P.J.: Compression behaviour of bridge bearings used for seismic isolation, *Engineering Structures*, 18 (5), 1996, 351-362.
- [19] Mooney M.: A theory of large elastic deformation, *J. Appl. Phys.*, 11, 1940, 582-592.
- [20] Moor G., Siegart M., Spuler T.: Rozwój i zastosowanie łożysk mostowych, *Seminarium PW IDiM Z.M., ZMRP: Łożyska i urządzenia dylatacyjne*, str. 61-68, Warszawa 2006.
- [21] Niemierko A.: Podstawowe błędy w doborze i ustawieniu łożysk mostowych, *Drogi, mosty*, 5, 2005, 54-55.
- [22] Niemierko A.: Zalecenia dotyczące łożyskowania obiektów mostowych oraz kontroli łożysk podczas eksploatacji, *GDDKiA, Warszawa* 2006.
- [23] Niemierko A.: Wymagania techniczne stawiane łożyskom mostowym, *Seminarium PW IDiM Z.M., ZMRP: Łożyska i urządzenia dylatacyjne*, str. 29-46, Warszawa 2006.
- [24] Niemierko A.: Historia współczesnych łożysk mostowych. Łożyska elastomerowe i elastomerowo-ślizgowe. „*Drogownictwo*”, rok LXX, nr 1, 2015, s. 3-9.
- [25] Ogden R.W.: *Non-linear elastic deformations*, Ellis Horwood, Chichester, 1984.
- [26] Osgoee P.M., Tait M.T., Konstantinidis D.: Three-dimensional finite element analysis of circular fiber-reinforced elastomeric bearings under compression, *Composite Structures*, 108, 2014, 191-204.
- [27] PN-EN 1337-1:2003 Łożyska konstrukcyjne – Część 1: Postanowienia ogólne.
- [28] Radomski W.: *Bridge rehabilitation*, Imperial College Press, London-Singapore 2002.
- [29] Rivlin R.S.: Large elastic deformations of isotropic materials. II Some uniqueness theorems for pure homogeneous deformation. *Philos. Trans. Roy.Soc. London Ser.A* 240, 1948, 491-508.
- [30] Strauss A., Apostolidi E., Zimmermann T., Gerhaher U., Dritsos S.: Experimental investigations of fiber and steel reinforced elastomeric bearings: Shear modulus and damping coefficient, *Engineering Structures*, 75, 2014, 402-413.
- [31] Szczygieł J.: *Mosty z betonu zbrojonego i sprężonego*. WKŁ Warszawa, 1978.
- [32] Tsai Hsiang-Chuan, Hsueh Shaw-Jiun: Mechanical properties of isolation bearings identified by a viscoelastic model, *International Journal of Solids and Structures* 38, 2001, 53-74.
- [33] Warn G. P., Weisman J.: Parametric finite element investigation of the critical load capacity of elastomeric strip bearings, *Engineering Structures*, 33, 2011, 509-515.
- [34] Weseli J.: Systemy łożyskowania obiektów mostowych, *Seminarium PW IDiM Z.M., ZMRP: Łożyska i urządzenia dylatacyjne*, str. 13-28, Warszawa 2006.
- [35] Yeoh O.H.: Some forms of the strain energy function for rubber, *Rubber Chemistry and Technology*, 66, 1993, 754-771.
- [36] Zobel H.: *Naturalne zjawiska termiczne w mostach*, WK Ł, Warszawa, 2003.