

EKSPERYMENTALNA I NUMERYCZNA ANALIZA ŚCISKANIA RUR ALUMINIOWYCH

Cezary AJDUKIEWICZ*, Marcin GAJEWSKI**, Stanisław JEMIOŁO***

1. Wprowadzenie

W zadaniach ściskania elementów konstrukcji metalowych występować mogą tzw. niestabilności w rozumieniu lokalnym i globalnym. Niestabilności globalne można zidentyfikować np. na wykresie wypadkowej reakcji w funkcji przemieszczenia na końcu elementu ściskanego. Funkcja monotonicznie rośnie (maleje) aż do momentu osiągnięcia pewnego ekstremum, a następnie maleje (rośnie). Punkt ekstremalny na tym wykresie odpowiada wystąpieniu niestabilności, która zazwyczaj rozumiana jest jako przejście elementu zrównoważonego przy prostej osi do nowej postaci równowagi (wygiętej).

Zagadnienia związane z utratą stabilności w zadaniach teorii sprężystości i sprężysto-plastyczności przy małych i dowolnych deformacjach są szeroko analizowane w monografii Quoca [1]. Autor wyróżnia wśród niestabilnych zachowań elementów konstrukcji tzw. lokalizację odkształceń oraz wyboczenie sprężysto-plastyczne. Zjawisko niestabilnego zachowania się elementów przy ściskaniu klasycznie nazywane jest wyboczeniem.

Prezentowane dalej rozwiązania zadań dotyczących ściskania rur o małych smukłościach w żaden sposób nie należy wiązać z klasycznie rozumianym zagadnieniem wyboczenia. Pokazane są pewne rozwiązania zagadnień hipersprężysto-plastyczności w przypadku elementów o zadanej geometrii, warunkach brzegowych i modelu materiału przy określonej dyskretyzacji MES, które uzyskane zostały z założoną dokładnością. Należy jednak podkreślić, że nie zakłada się żadnych imperfekcji dotyczących np. kształtu ciała, niejednorodności materiału itd. Uzyskanie rozwiązania zadania utraty prostoliniowej postaci równowagi i śledzenie stanów pokrytycznych bez zakładania żadnych imperfekcji jest możliwe dzięki zastosowaniu teorii dowolnych deformacji z relacjami konstytutywnymi hipersprężysto-plastyczności (por. np. [2] i [3]).

Podane dalej rozwiązania poddano weryfikacji doświadczalnej w podobny sposób jak przedstawiono to w pracy [4], gdzie przedstawiono wyniki próby weryfikacji wybranych modeli materiałowych dostępnych w programie LS-DYNA, pod kątem uwzględnienia wpływu wstępnych deformacji plastycznych na wyboczenie niesprężyste prętów.

*) Cezary Ajdukiewicz, Ph. D., WUT, Faculty of Civil Engineering, Institute of Structural Mechanics, Armii Ludowej Street 16, 00-637 Warsaw, Poland. Phone: (+4822) 660 57 54, E-mail: c.ajdukiewicz@il.pw.edu.pl

**) Marcin Gajewski, Ph. D., WUT, Faculty of Civil Engineering, Institute of Structural Mechanics, Armii Ludowej Street 16, 00-637 Warsaw, Poland. Phone: (+4822) 660 57 54, E-mail: m.gajewski@il.pw.edu.pl

***) Stanisław Jemioło, Prof. nzw., Ph. D., D. Sc WUT, Faculty of Civil Engineering, Institute of Structural Mechanics, Armii Ludowej Street 16, 00-637 Warsaw, Poland. Phone: (+4822) 660 57 54, E-mail: s.jemioło@il.pw.edu.pl

Analizę porównawczą w [4] wykonano na przykładzie ściskania prętów o przekroju pierścieniowym 20/2 [mm] i wysokości 250 [mm] poddanego różnym odkształceniom trwałym. Obliczenia numeryczne przeprowadzono dla założonego modelu materiałowego, a wyobczenie elementu w obliczeniach realizowano przyjmując klasyczne podejście polegające na przyjęciu pewnych wstępnych imperfekcji kształtu elementu. Dokonano następnie porównania obliczeń z wynikami badań doświadczalnych ściskania prętów, wykonanych z wybranego stopu metalu poddanego wstępnym wydłużeniom plastycznym. Nie uzyskano zadowalającej zgodności zarówno w zakresie wyznaczanej siły krytycznej jak i w opisie całego zjawiska.

W obecnej pracy podjęto kolejne próby zmieniając przy tym sposób numerycznego opisu zagadnienia, starając się nie wprowadzać imperfekcji geometrycznych pręta, lecz zastosować ściśle teorię i relacje konstytutywne oraz odpowiednie warunki brzegowe. W celu ograniczenia czynników mających wpływ na wyniki nie uwzględniano też wpływu wstępnych odkształceń trwałych jak w pracy [4]. Zagadnienie przeanalizowano na przykładzie rur ściskanych o średnicy 20 [mm] i grubości ścianki 2 [mm] w zakresie mniejszych od analizowanych w [4] smukłości tj. w granicach $10 \div 30$.

Podstawowym celem pracy jest odpowiedź na pytanie, czy przez odpowiedni dobór warunków brzegowych i modelu materiału i bez wprowadzania dodatkowych imperfekcji kształtu elementu, można zbliżyć się z wynikami obliczeń do wyników doświadczalnych. Chodzi przy tym nie tylko o zgodność w zakresie oceny siły krytycznej, lecz przede wszystkim o uzyskanie zgodności w opisie całego procesu, zwłaszcza w sanach pokrytycznych.

2. Badania doświadczalne

Do analizy numerycznej i porównawczych badań doświadczalnych wybrano rurki $\varnothing 20/2$ [mm] wykonane ze stopu aluminium, oznaczonego symbolami EN AW-6082 lub EN AW-6063 (PA4). Materiał ten, jak wykazały nasze badania wstępne, ma dobre własności wytrzymałościowe, dobrą plastyczność i dającą się łatwo aproksymować doświadczalną zależność σ - ε . Zależność tę, uzyskaną w próbie rozciągania rurek $\varnothing 20/2$ mm o długości roboczej 100 [mm], przedstawiono na Rys. 1. Badania przeprowadzono w maszynie wytrzymałościowej INSTRON 3382 o zakresie 100 kN przy wykorzystaniu ekstensometru mechanicznego INSTRON. W celu umożliwienia doświadczalnej weryfikacji rozwiązań uzyskiwanych z obliczeń przy wykorzystaniu MES, konieczne jest przyjęcie w modelu MES tzw. rzeczywistej krzywej σ - ε . Zależności pomiędzy rzeczywistymi (oznaczonymi indeksem T) i doświadczalnymi tzw. inżynierskimi (oznaczonymi indeksem E) miarami naprężeń i odkształceń wyrażamy następująco:

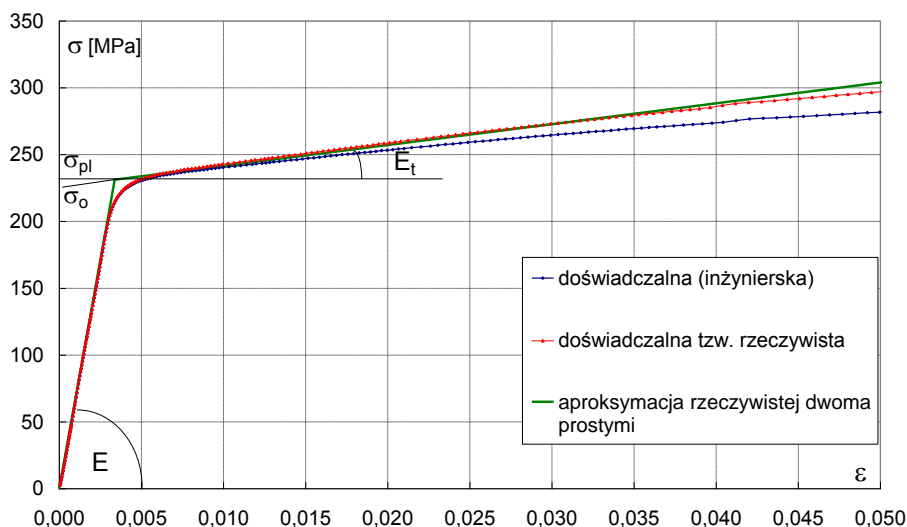
$$\sigma_T = \sigma_E(1 + \varepsilon_E) \quad \varepsilon_T = \ln(1 + \varepsilon_E) \quad (1)$$

Na Rys. 1 przedstawiono wyniki przeliczeń wg wzoru (1) wszystkich otrzymanych doświadczalnie punktów w postaci tzw. rzeczywistej krzywej σ - ε . Do obliczeń numerycznych zwykle przyjmuje się aproksymację tej funkcji. Do obliczeń przyjęto najprostszą aproksymację funkcji σ - ε w postaci dwóch funkcji liniowych (Rys. 1):

$$\sigma_T = \begin{cases} E\varepsilon_T & \text{gdy } \varepsilon_T < \varepsilon_{pl} \\ \sigma_0 + E_t\varepsilon_T & \text{gdy } \varepsilon_T > \varepsilon_{pl} \end{cases} \quad \text{lub} \quad \sigma_T = \begin{cases} E\varepsilon_T & \text{gdy } \varepsilon_T < \varepsilon_{pl} \\ E\varepsilon_{pl} + E_t(\varepsilon_T - \varepsilon_{pl}) & \text{gdy } \varepsilon_T > \varepsilon_{pl} \end{cases} \quad (2)$$

W wyniku przeprowadzonych prób przyjęto do obliczeń numerycznych następujące wartości w/w wymienionych parametrów $E = 68500$ [MPa], $\sigma_0 = 226$ [MPa], $E_t = 1560$ [MPa],

$\sigma_{pl} = 231,3$ [MPa] i $\varepsilon_{pl} = 0,003376$. Na podstawie tych danych wyznaczono $\mu = 25752$ [MPa] i $K = 67157$ [MPa] przyjęte do obliczeń omówionych w punkcie 3.



Rys. 1 Funkcje σ - ε stopu aluminium EN AW-6082 (PA4) otrzymane w próbie rozciągania
 Fig. 1 σ - ε functions obtained in tension tests for aluminum grade EN AW-6082 (PA4)

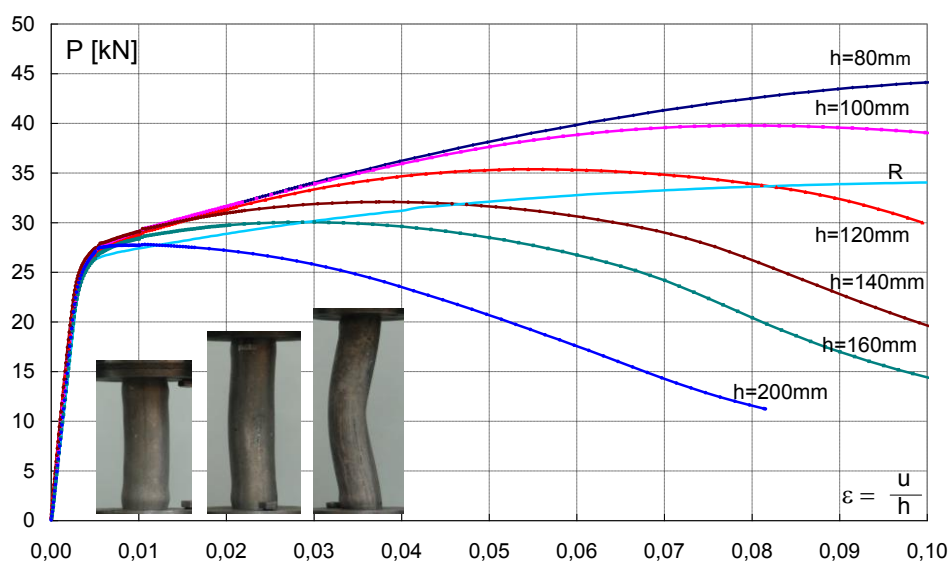
Do badań porównawczych (numerycznych i doświadczalnych) wybrano rurki $\varnothing 20/2$ o wysokościach: 80, 100, 120, 140, 160 i 200 [mm] co odpowiada kolejno smukłościom: 11.6; 14.8; 17.9; 21.1; 24.2; 30.5. Smukłości liczone jako stosunek długości próbki w świetle do jej promienia bezwładności, czyli bez uwzględnienia współczynnika wyboczenia. W badanym zakresie smukłości nośność ściskanych rurek odniesiona do ich powierzchni przekroju będzie większa od granicy plastyczności, zatem trudno tu mówić o sile krytycznej w jej klasycznym rozumieniu. Wszystkie próbki przeznaczone do badań wykonano z jednego pręta, gdyż celem tych badań było przygotowanie materiału do badań porównawczych a nie statystyczna analiza zagadnienia.

Wymienione wyżej próbki były ściskane w maszynie wytrzymałościowej INSTRON 3382 w specjalnie wykonanym uchwycie umieszczonym pomiędzy płytami dociskowymi. Uchwyt, w którym mocowane były próbki ma zagłębienie na 6 [mm] i obejmował rurkę zarówno wewnątrz jak i na zewnątrz. Zasadnym było zatem przyjęcie w obliczeniach numerycznych, że próbka jest w uchwycie utwierdzona.

Każdą próbkę ściskano z prędkością odkształcenia równą 0,02/min. W czasie ściskania w odstępach co jedną sekundę rejestrowano siłę i odpowiadającą tej sile wartość przemieszczenia. Do wartości odkształcenia całkowitego równego 0,5% odczyty przemieszczenia były przekazywane z tensometru. Po przekroczeniu 0,5% zdejmowano tensometr i odczyty były przekazywane z czujnika rejestrującego przemieszczanie się belki górnej z głowicą obciążającą. Ostatecznie wszystkie odczyty przemieszczenia były sprowadzane do przemieszczenia górnej płyty dociskowej w stosunku do dolnej. Ten sposób prowadzenia badania zapewnia jedną z procedur wpisana w program Series IX obsługujący maszynę INSTRON 3382. W czasie badań wykonywano również fotografie badanej próbki w określonych odstępach czasu tak, że wykonaną fotografię można było powiązać z określonym odczytem siły i przemieszczenia.

Z otrzymanych wyników badań przedstawiono tutaj tylko zestawienie zależności siły w funkcji odkształcenia wszystkich badanych próbek oraz trzy wybrane fotografie przedstawiające charakter odkształcania się prętów ściskanych kolejno o wysokościach 80, 100 i 120 [mm] (Rys. 2). Przy konstrukcji wykresu z Rys. 2 przyjęto umowne odkształcenie, jako sto-

sunek przemieszczenia górnego końca pręta w kierunku dolnego odniesione do całkowitej długości próbki.



Rys. 2. Funkcje P-ε badanych próbek ściskanych i jednej próbki rozciąganej (R) oraz postacie deformacji trzech wybranych próbek o wysokościach 80, 100 i 120 [mm]

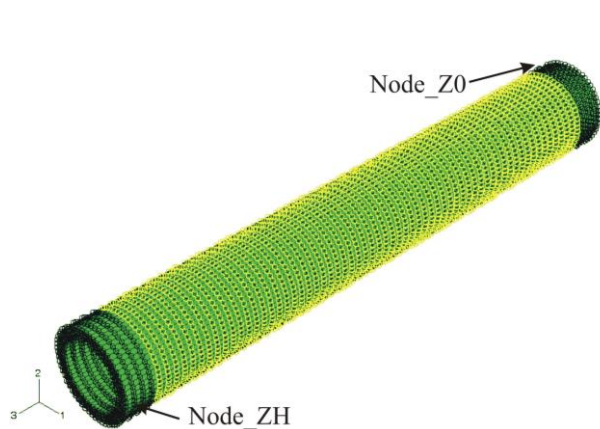
Fig. 2 P-ε functions for compressed samples and one for tensioned sample (R) and deformations for three chosen samples with height 80, 100 i 120 [mm]

3. Obliczenia numeryczne

Przedstawione w tym punkcie wyniki obliczeń numerycznych są rozwiązaniami zagadnienia brzegowego ściskania rury o przekroju kołowym, której materiał jest modelowany przy wykorzystaniu relacji konstytutywnych hipersprężysto-plastyczności (np. [2], [3]). Geometria rury jak i dane materiałowe są takie, jak przedstawiono w poprzednim punkcie po wzorze (2). Siatkę w postaci jednej warstwy elementów typu C3D8 (ośmiowęzłowy o liniowych funkcjach kształtu) w kierunku osi z wygenerowano automatycznie przy użyciu programu PATRAN, a następnie skopiowana tyle razy, żeby uzyskać siatki MES dla rur o różnej długości (np. 80 [mm] – 7200 elementów). Przykładową siatkę MES z wyróżnionymi grupami węzłów, w których zadano przemieszczeniowe warunki brzegowe zamieszczono na Rys.3

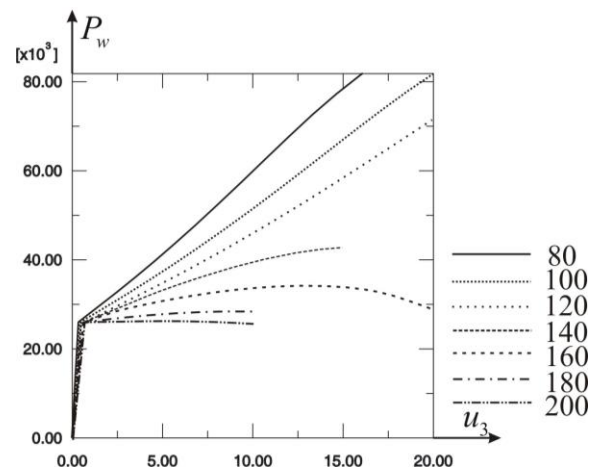
W zadaniu dla grupy węzłów oznaczonych jako Node_ZH (wszystkie węzły leżące na powierzchni definiującej górną krawędź walca oraz te leżące na poboczniczy wewnętrznej i zewnętrznej w odległości od krawędzi wynoszącej nie więcej niż 6 [mm]) przyjęto zerowe przemieszczeniowe warunki na wszystkie trzy składowe wektora przemieszczenia. Z kolei wszystkie węzły z grupy oznaczonej jako Node_ZH, por. Rys. 3, zostały połączone przez zastosowanie opcji MPC z węzłem 100000 dodatkowego sztywnego elementu belkowego RB3D2 umieszczonego w osi rury (dwa węzły oznaczone odpowiednio jako 100000 i 100001 definiujące ten element mają odpowiednie następujące współrzędne: (0,0,3) i (0,0,0)) co umożliwiła zadawanie przemieszczeniowych warunków brzegowych we wszystkich węzłach poprzez zadanie ich tylko w jednym węźle (100001) sztywnego elementu belkowego. Wobec tego w węźle 100001 przyjęto zerowe warunki dla składowych wektora przemieszczenia oznaczonych jako u_1 i u_2 , wymuszając w ten sposób zachowanie kształtu pierścienia oraz zerowe kąty obrotu względem wszystkich osi układu współrzędnych. Tego typu przemieszczeniowe warunki brzegowe miały zadanie modelować zamocowanie rurek w uchwytach stosowanych w badaniach ściskania próbek. Obciążenie zrealizowano zadając w tym samym węźle niezerowe przemieszczenie (np. dla rurki o długości 80 [mm] – $u_3 = 18$ [mm]). Dodatkowo na wszystkich pozostałych powierzchniach zewnętrznych, tj. częściach pobocznic wal-

ca zadano zerowe naprężeniowe warunki brzegowe. Zadania rozwiązano przy wykorzystaniu standardowego algorytmu przyrostowego Newtona-Raphsona przy wykorzystaniu programu ABAQUS. Wykresy wypadkowej siły w węźle 100001 przedstawiono na Rys.4.



Rys. 3 Przykładowa siatka MES dla rury o długości 140[mm] ze wskazaniem grup węzłów, w których zadano przemieszczeniowe warunki brzegowe

Fig. 3 FEM mesh example for pipe 140[mm] long with node group indication, where displacement boundary conditions were assumed



Rys. 4. Wyniki numeryczne w postaci wykresów wypadkowej siły w węźle 100001 w funkcji przemieszczenia u_3 tego węzła przy różnych długościach ściskanych rurek

Fig. 4 Numerical results, as a plot of resultant force in node 100001 in function of this node displacement u_3 for different heights of compressed pipes

Z wykresów tych wynika, że dla trzech długości próbek (80, 100 i 120 [mm]) nie następuje zjawisko globalnego wyboczenia elementu, a jedynie lokalne wyboczenia ścianek, przy ciągłym wzroście wypadkowej siły przy rosnącym przemieszczeniu (tylko w zakresie określonym przez niezerowe przemieszczeniowe warunki brzegowe). Dla pozostałych długości ściskane rury utraciły osiowość co jest interpretowane jako tzw. globalne wyboczenie.

W eksperymencie, którego wyniki w postaci fotografii przedstawiono na Rys. 2 stwierdzono, że tylko w próbce o wysokości 80 [mm] występuje zjawisko lokalnego wyboczenia ścianek. W próbce o wysokości 100 [mm] widać zarówno lokalne jak i globalne wyboczenie. W próbkach wyższych obserwujemy tylko zjawisko globalnego wyboczenia.

Sam charakter deformacji określony numerycznie jest zbliżony do tego uzyskiwanego w eksperymentach z wyjątkiem próbek o wysokościach 100 i 120 [mm]. Jednak bardziej szczegółowe porównanie wyników, np. wypadkowej siły ściskającej w funkcji przemieszczenia (tzw. ścieżki równowagi) pozwala zauważyć, że wyniki są identyczne tylko w pierwszej fazie procesu obciążania, tj. w zakresie sprężystości. Po przekroczeniu zakresu sprężystości ścieżki równowagi uzyskane doświadczalnie i numerycznie się rozbiegają. Przyczyn takiego zachowania należy doszukiwać się w sposobie modelowania przemieszczeniowych warunków brzegowych oraz w zaproponowanym modelu konstytutywnym.

Z analizy wykresów i postaci wyboczenia oraz fotografii kształtu rurek po badaniu nasuwa się wniosek, że wpływ na uzyskiwane wyniki może mieć nieosiowe obciążanie próbki oraz jej wyslizgiwanie się z uchwytów połączone z obrotem skrajnych przekrojów rurek. Wobec tego, przeanalizowano kilka przypadków zaburzeń brzegowych w postaci obrotów skrajnych przekrojów oraz wzajemnego ich przesunięcia. W wyniku tej analizy stwierdzono, że większy wpływ na powstawanie wyboczenia globalnego ma obrót skrajnych przekrojów o $1\div 3^\circ$ niż wzajemne przesunięcie skrajnych przekrojów w granicach $1\div 3$ [mm].

4. Podsumowanie

Wpływ przemieszczeniowych warunków brzegowych na wyniki badań doświadczalnych jak i uzyskiwanych rozwiązań numerycznych w zagadnieniach ściskania rur jest znaczny. Rozwiązania różnią się nie tylko ilościowo ale także jakościowo. Przy bardzo zbliżonych ścieżkach równowagi postaci deformacji są często zupełnie odmienne. W przyszłości lepszą zgodność można uzyskać przez lepsze odwzorowanie przemieszczeniowych warunków brzegowych tak, aby były identyczne w eksperymencie i doświadczeniach numerycznych.

Wszystkie rozwiązania numeryczne otrzymano w ramach teorii hipersprężysto-plastyczności dowolnych deformacji bez zakładania żadnych imperfekcji kształtu. Na uzyskiwane rozwiązania zasadniczy wpływ mają przemieszczeniowe warunki brzegowe i model konstytutywny materiału.

Jako, że praca nad numerycznymi symulacjami zagadnień ściskania rur o różnych średnicach, długościach i grubościach jest przez nas kontynuowana, to należy jeszcze raz podkreślić, że klasyczne podejście do zagadnień wyboczenia zostało zastosowane w poprzednich pracach por. np. [4]. Klasyczne podejście sprowadza się do nałożenia pewnych z góry przyjętych imperfekcji geometrycznych na kształt rury przed ściskaniem. W ogólności, imperfekcje te można tak dobrać, aby uzyskać zadawalającą zgodność między doświadczeniem a wynikami rozwiązań numerycznych. Postępowanie takie (mimo, że w pewnym sensie standardowe) narażone jest na uzasadnioną krytykę, jako że dane do zadania tak zmieniamy, aby wyróżnić pewne rozwiązanie zadania nieliniowego. Przy zastosowaniu teorii i relacji konstytutywnych prezentowanych w tej pracy wprowadzanie imperfekcji nie jest konieczne.

Literatura

- [1] Quoc S. N.: Stability and Nonlinear Solid Mechanics, John Wiley & Sons, LTD, 2000.
- [2] Jemioło S.: Studium hipersprężystych własności materiałów izotropowych. Modelowanie i implementacja numeryczna, Prace Naukowe, Budownictwo z. 140, str. 1-308, 2002.
- [3] Gajewski M.: Zastosowanie MES i modelowania konstytutywnego w analizie sprężysto-plastycznych materiałów anizotropowych, praca doktorska PW, 2007.
- [4] Kwaśniewski L., Ajdukiewicz C., Grabowski J.: Numeryczna i doświadczalna analiza wyboczenia pręta wykonanego z materiału wstępnie odkształconego plastycznie, XIV Theoretical Foundations of Civil Engineering, Polish-Ukrainian-Lithuanian Transactions, W. Szcześniak [ed.] pp. 179-186, OWPW Warszawa 2006.

EXPERIMENTAL AND NUMERICAL ANALYSIS OF ALUMINUM PIPES COMPRESSION TEST

Summary

The paper presents a comparison of numerical and experimental results of aluminum pipes compressing. In such tests depending on dimensions proportions there is possibility to obtain two type instabilities – local pipe wall buckling or global pipe buckling. Experimental test were carried out for pipes with heights from 80 to 200 [mm]. In numerical analysis a Simo constitutive model for large deformation plasticity was adopted. Such formulation of boundary value problem allows to obtain buckling without any geometrical imperfections.