

Marek Walesiak

**DOPUSZCZALNE DZIAŁANIA NA LICZBACH
W BADANIACH MARKETINGOWYCH
Z PUNKTU WIDZENIA SKAL POMIAROWYCH***

1. Rola skal pomiarowych w badaniach marketingowych

W badaniach marketingowych skale pomiarowe stają się jednym z problemów centralnych. Dopuszczalne działania na liczbach są uzależnione od typu skal pomiaru badanych zmiennych.

Jeśli w badaniach marketingowych wykorzystuje się tylko zmienne przedziałowe i/lub ilorazowe, to w tej sytuacji nie występuje problem transformacji skal pomiarowych. Problemem, który należy rozwiązać, jest normalizacja zmiennych, którą przeprowadza się w celu doprowadzenia ich do porównywalności poprzez pozabawienie mian wartości zmiennych i ujednoczenie rzędów wielkości.

Inaczej należy postępować w sytuacji, gdy w zbiorze znajdują się zmienne mierzone na skalach różnych rodzajów, tzn. oprócz zmiennych mierzonych na silnych skalach pomiaru (tj. przedziałowej i ilorazowej) występują typowe dla badań marketingowych zmienne mierzone na skalach słabych (np. dane uzyskane z pomiaru postaw, opinii, nastawień, preferencji i poglądów konsumentów; wyglądu produktu; dane z pomiaru koloru, jakości i smaku produktu). Problem stosowania konkretnych metod statystycznych i ekonometrycznych na etapie analizy i interpretacji danych marketingowych nie występuje w zasadzie wtedy, gdy wszystkie zmienne są mierzone na skali pomiaru jednego typu. Na tym tle uwidacznia się w badaniach marketingowych problem transformacji skal pomiarowych. Należy dokonać transformacji zmiennych tak, by sprowadzić je do skali jednego typu. Zgodnie z podstawową regułą teorii pomiaru wszystkie obser-

* Praca została wykonana w ramach grantu KBN 1 H02B 01608 nt. *Komputerowo wspomagane gromadzenie i analiza danych marketingowych.*

wacje na zmiennych należy przekodować na pomiary na skali najniższej. W odniesieniu do słabych skal pomiaru nie zachodzi potrzeba normalizacji, na ich wartościach bowiem nie wyznacza się ani relacji równości różnic i przedziałów, ani stosunków.

2. Typy skal pomiarowych i ich charakterystyka

W teorii pomiaru rozróżnia się cztery podstawowe skale pomiaru (nominalna, porządkowa, przedziałowa i ilorazowa), wprowadzone przez S. S. Stevensa [13]). Skale te są uporządkowane od najniższej (nominalna) aż do najmocniejszej (skala ilorazowa).

Z typem skali wiąże się grupa przekształceń, które umożliwiają zachowanie własności tych skal (por. tab. 1). Dopuszczalnymi przekształceniami są więc te, które nie naruszają zasobu informacji zawartej w mierzonej zmiennej.

Tabela 1
Dopuszczalne przekształcenia dla poszczególnych skal pomiaru

Typ skali	Dopuszczalne przekształcenie f
nominalna	f – funkcja wzajemnie jednoznaczna
porządkowa	f – funkcja ściśle monotonicznie rosnąca
przedziałowa	$f(y) = by + a, \quad y \in R, \quad b > 0$
ilorazowa	$f(y) = by, \quad y \in R_+, \quad b > 0$

Źródło: opracowanie własne.

W zmiennej „odporność produktu na gnecenie” zmierzonej na skali porządkowej wyróżniono następujące warianty: odporny (3), podatny (2), nieodporny (1). Zbadano pięć bluzek damskich i otrzymano ich charakterystyki:

A	B	C	D	E
1	3	2	2	1

Do wyników pomiaru zastosowano dwa przekształcenia: $f(y) = 0,5y^2 - 2y + 3$ i $f(y) = y^2$, i uzyskano wyniki:

	A	B	C	D	E
$f(y) = y^2$	1	9	4	4	1
$f(y) = 0,5y^2 - 2y + 3$	1,5	1,5	1	1	1,5

Relacje między badanymi bluzkami nie zmieniają się tylko w razie przekształcenia $f(y) = y^2$, jest ono bowiem dopuszczalne dla skali porządkowej.

Na wartościach poszczególnych skal, ze względu na dopuszczalne przekształcenie, można wyznaczać następujące relacje:

- a) skala nominalna — relacje: równości, różności,
- b) skala porządkowa — relacje: równości, różności, większości, mniejszości,
- c) skala przedziałowa — relacje: równości, różności, mniejszości, większości, równości różnic i przedziałów,
- d) skala ilorazowa — relacje: równości, różności, mniejszości, większości, równości różnic i przedziałów, równości stosunków między poszczególnymi wartościami skali.

Wykonywanie arytmetycznych operacji dodawania i odejmowania jest dopuszczalne na wartościach skali przedziałowej. Skala ilorazowa dopuszcza ponadto wykonywanie na wartościach skali operacji dzielenia i mnożenia. Jedyną dopuszczalną operacją empiryczną na wartościach skali nominalnej i porządkowej jest zliczanie zdarzeń (tzn. tego, ile relacji mniejszości, większości i równości określono na wartościach np. skali porządkowej).

„Naturalnym” początkiem skali ilorazowej jest wartość zerowa (zero ogranicza lewostronnie zakres skali). Skala interwałowa nie ma „naturalnego” początku w zerze. Wartość zerowa na tej skali jest zwykle przyjmowana arbitralnie lub na podstawie konwencji (por. np. R. L. Ackoff [1, s. 240]).

Jedna z podstawowych reguł teorii pomiaru mówi, że jedynie rezultaty pomiaru w skali mocniejszej mogą być transformowane na liczby należące do skali słabszej (por. np. J. Steczkowski i A. Zeliaś [12, s. 17]; J. W. Wiśniewski [16]; M. Walesiak [14, s. 40]). Transformacja skal polegająca na ich wzmacnianiu nie jest możliwa, ponieważ z mniejszej ilości informacji nie można uzyskać większej jej ilości. W literaturze (por. M. R. Anderberg [3]; J. Pociecha [11]) podawane są pewne aproksymacyjne metody przekształcania skal słabszych w silniejsze, opierające się na pewnych dodatkowych informacjach. Stosując zaś dozwolone przekształcenie wartości na skali zachowujemy niezmienność typu skali przyjętej dla danej zmiennej.

Inna z reguł teorii pomiaru mówi, że metody ilościowe, które można stosować do wyników pomiaru w skali słabszej, zezwala się stosować również do liczb uzyskanych z mierzenia na poziomie mocniejszym. Wynika to z tego, że skala mocniejsza zawiera w sobie dopuszczalne relacje skali słabszej.

3. Zasady przekształcania skal pomiarowych

W badaniach marketingowych wykorzystujących metody statystyczne i ekonometryczne zazwyczaj mamy do czynienia ze zmiennymi mierzonymi na różnych skalach. Powstaje zatem problem transformacji skal pomiarowych, który rozwiązuje się przez przekształcenie skal silniejszych w słabsze (a więc od skal stosunkowej, interwałowej i porządkowej do skali nominalnej).

W przypadku przekształcania skal silniejszych w słabsze możemy mówić o przekształceniach:

a) *skali ilorazowej i przedziałowej w skalę porządkową*

Zmienna „dochody klientów supermarketu” jest mierzona na skali ilorazowej. Dla pięciu konsumentów zaobserwowano wyniki:

konsument	1	2	3	4	5
dochód w zł	240	380	360	600	420

W sposobie pierwszym wartości badanej zmiennej dzielimy na rozłączne przedziały, którym przyporządkujemy uporządkowane kategorie, np. A, B, C i D, otrzymując pomiar na skali porządkowej:

< 250 zł	A							
[250; 350)	B	konsument	1	2	3	4	5	
[350; 450)	C	dochód	A	C	C	D	C	
> 450 zł	D	A < B < C < D						

W wyniku tego przekształcenia nastąpiła utrata informacji, bowiem konsumenci są rozróżnialni co do przedziału dochodów, natomiast są nierozróżnialni wewnątrz danych przedziałów.

W sposobie drugim obserwacjom na danej zmiennej „dochód konsumentów” przypisujemy symbole $A_1 = 240$ zł; $A_2 = 380$ zł; $A_3 = 360$ zł; $A_4 = 600$ zł; $A_5 = 420$ zł. Wprowadzamy relację porządku dla wyników obserwacji (tzn. $A_1 < A_3 < A_2 < A_5 < A_4$) i od tego momentu zapominamy o występujących między nimi różnicach i stosunkach.

b) *skali ilorazowej i przedziałowej w skalę nominalną*

Również w tym przypadku można mówić o 2 sposobach takiego przekształcenia, które są zbliżone konstrukcyjnie do wcześniej wymienionych.

W sposobie pierwszym wartości badanej zmiennej dzielimy na rozłączne przedziały, którym przyporządkujemy nie uporządkowane i rozłączne kategorie, np. A, B, C itd., otrzymując pomiar na skali nominalnej (np. dzieląc wartości badanej zmiennej „dochody konsumentów” na dwie kategorie):

A – konsumenci o dochodach z przedziału od 300 zł do 400 zł,

B – konsumenci o dochodach mniejszych niż 300 zł oraz większych niż 400 zł.

Sposób drugi jest analogiczny do drugiego sposobu przekształcenia skali przedziałowej lub ilorazowej w porządkową, z tym jednak, że dla wydzielonych kategorii nie wprowadzamy relacji porządku (o ile jest to celowe z merytorycznego punktu widzenia).

c) *skali porządkowej w skalę nominalną*

Sposób pierwszy polega na tym, że zapominamy o ustalonym porządku wydzielonych klas, np. $A < B < C < D < E$, i zakładamy, że między wyróżnionymi klasami zachodzą tylko relacje równości i różności.

W sposobie drugim klasę C uznajemy za normalną, B i D za niewiele odchylające się oraz A i E za ekstremalne. W ten sposób można przekształcić zmienną „rozmiary bielizny konsumentów”. Rozróżnia się typy: 4, 5, 6, 7 i 8. Po przekształceniu tej zmiennej na skalę nominalną – typ 6 uznaje się za normalny, typy 5 i 7 za niewiele odchylające się, a 4 i 8 za ekstremalne.

4. Transformacja normalizacyjna zmiennych

Jeśli w badaniu marketingowym będą wykorzystywane metody klasyfikacji, skalowania wielowymiarowego lub metody porządkowania liniowego zbioru obiektów, to zachodzi potrzeba pozbawienia wartości zmiennych mian i ujednolicenia rzędów wielkości w celu doprowadzenia ich do porównywalności. Operacja ta nosi nazwę transformacji normalizacyjnej. Stosuje się ją w przypadku, gdy zmienne mierzone są na skali przedziałowej i ilorazowej.

Inne metody statystycznej analizy wielowymiarowej¹ (analiza regresji, metoda detekcji interakcji, pomiar łącznego oddziaływania zmiennych – *conjoint measurement*, analiza czynnikowa, analiza dyskryminacyjna, analiza korelacji kanonicznej, analiza wariancji i kowariancji) nie wymagają przeprowadzenia transformacji normalizacyjnej.

Z uwagi na to, że jedynymi dopuszczalnymi przekształceniami (por. tab. 1) na skali przedziałowej i ilorazowej są przekształcenia liniowe, formuły normalizacyjne można wyrazić ogólnym wzorem:

$$z_{ij} = bx_{ij} + a \quad (b > 0) \quad (1)$$

gdzie: x_{ij} (z_{ij}) – wartość (znormalizowana wartość) j -tej zmiennej dla i -tego obiektu.

Szczególnymi przypadkami tego wzoru są następujące formuły (por. np. M. Abrahamowicz [1]; M. R. Anderberg [3]; T. Borys [4]; T. Grabiński [5]; K. Jajuga [6]; G. W. Milligan i M. C. Cooper [9]; E. Nowak [10]; M. Walesiak [14]):

$$z_{ij} = s_j^{-1} x_{ij} - \bar{x}_j s_j^{-1}, \quad (2)$$

$$z_{ij} = r_j^{-1} x_{ij} - \bar{x}_j r_j^{-1} \quad (3)$$

$$z_{ij} = r_j^{-1} x_{ij} - \min_i \{x_{ij}\} r_j^{-1} \quad (4)$$

$$z_{ij} = x_{0j}^{-1} x_{ij} \quad (5)$$

w których \bar{x}_j , s_j , r_j to odpowiednio: średnia arytmetyczna, odchylenie standardowe i rozstęp wyznaczony na podstawie wartości j -tej zmiennej. We wzorze (5) x_{0j} oznacza podstawę normalizacji j -tej zmiennej, która może być równa np.

¹ Klasyfikację metod statystycznej analizy wielowymiarowej w badaniach marketingowych zawierają m.in. prace: T. C. Kinnear i J. R. Taylor [8, s. 625]; M. Walesiak [15, s. 16].

$$x_{0j} = s_j \quad (6)$$

$$x_{0j} = r_j \quad (7)$$

$$x_{0j} = \max_i \{x_{ij}\} \quad (8)$$

$$x_{0j} = \min_i \{x_{ij}\} \quad (9)$$

$$x_{0j} = \bar{x}_j \quad (10)$$

$$x_{0j} = \sum_{i=1}^n x_{ij} \quad (11)$$

$$x_{0j} = \left[\sum_{i=1}^n x_{ij}^2 \right]^{0,5} \quad (12)$$

Celem normalizacji zmiennych jest – jak stwierdzono wcześniej – pozabawienie mian wyników pomiaru oraz ujednoczenie ich rzędów wielkości. O ile realizacja pierwszego postulatów nie jest zbyt trudna (zob. wzory (2)-(5)), o tyle ujednoczenie rzędów wielkości jest bardziej skomplikowane. Jest ono możliwe tylko w razie jednolitego określenia wartości zerowej dla wszystkich zmiennych (zob. M. Walesiak [14]).

Formuły normalizacyjne określone ogólnym wzorem (5) można stosować tylko wtedy, gdy zmienne są mierzone na skali ilorazowej. Gdy zbiór zawiera zmienne mierzone na skali przedziałowej lub przedziałowej i ilorazowej, wówczas do normalizacji można stosować przekształcenia (2)-(4), wprowadzające jednolicie określoną wartość zerową (umowną) dla wszystkich zmiennych.

Formuły (2) i (3) określają umowną wartość zerową na poziomie średniej wartości zmiennej, a formuła (4) – na poziomie wartości minimalnej. Zastosowanie formuł (2)-(4) do zmiennych mierzonych na skali ilorazowej, aczkolwiek formalnie poprawne, spowoduje stratę informacji wskutek „przejścia” wszystkich zmiennych na skalę przedziałową. Strata informacji przejawia się m.in. ograniczeniem zastosowania różnych technik statystycznych i ekonometrycznych.

Przy wyborze formuły normalizacyjnej należy brać pod uwagę nie tylko skale pomiaru zmiennych, ale również takie charakterystyki rozkładu zmiennych, jak (por. tab. 2):

- średnia arytmetyczna znormalizowanych wartości zmiennych,
- odchylenie standardowe znormalizowanych wartości zmiennych,
- rozstęp wyznaczony dla znormalizowanych wartości zmiennych.

Analiza charakterystyk rozkładu wartości zmiennych po normalizacji pozwala stwierdzić, że część propozycji powoduje ujednoczenie wartości wszystkich zmiennych nie tylko pod względem rzędu wielkości, ale również pod względem zmienności. Dotyczy to propozycji (2), (3), (4), (6) i (7), w których rozstęp lub odchylenie standardowe wartości zmiennych – mających przed normalizacją różną zmienność – są po normalizacji takie same. Oznacza to wyeliminowanie zmienności jako podstawy różnicowania obiektów.

Tabela 2

Charakterystyki rozkładu wartości zmiennych po normalizacji

Formuła normalizacyjna	Średnia arytmetyczna	Odchylenie standardowe	Rozstęp	Różnice między dwiema wartościami zmiennych
(2)	0	1	$\frac{r_j}{s_j}$	$\frac{x_{lj} - x_{kj}}{s_j}$
(3)	0	$\frac{s_j}{r_j}$	1	$\frac{x_{lj} - x_{kj}}{r_j}$
(4)	$\frac{\bar{x}_j - \min_i \{x_{ij}\}}{r_j}$	$\frac{s_j}{r_j}$	1	$\frac{x_{lj} - x_{kj}}{r_j}$
(6)	$\frac{\bar{x}_j}{s_j}$	1	$\frac{r_j}{s_j}$	$\frac{x_{lj} - x_{kj}}{s_j}$
(7)	$\frac{\bar{x}_j}{r_j}$	$\frac{s_j}{r_j}$	1	$\frac{x_{lj} - x_{kj}}{r_j}$
(8)	$\frac{\bar{x}_j}{\max_i \{x_{ij}\}}$	$\frac{s_j}{\max_i \{x_{ij}\}}$	$\frac{r_j}{\max_i \{x_{ij}\}}$	$\frac{x_{lj} - x_{kj}}{\max_i \{x_{ij}\}}$
(9)	$\frac{\bar{x}_j}{\min_i \{x_{ij}\}}$	$\frac{s_j}{\min_i \{x_{ij}\}}$	$\frac{r_j}{\min_i \{x_{ij}\}}$	$\frac{x_{lj} - x_{kj}}{\min_i \{x_{ij}\}}$
(10)	1	$\frac{s_j}{\bar{x}_j}$	$\frac{r_j}{\bar{x}_j}$	$\frac{x_{lj} - x_{kj}}{\bar{x}_j}$
(11)	$\frac{\bar{x}_j}{\sum_{i=1}^n x_{ij}}$	$\frac{s_j}{\sum_{i=1}^n x_{ij}}$	$\frac{r_j}{\sum_{i=1}^n x_{ij}}$	$\frac{x_{lj} - x_{kj}}{\sum_{i=1}^n x_{ij}}$
(12)	$\frac{\bar{x}_j}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_{ij}^2}}$	$\frac{s_j}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_{ij}^2}}$	$\frac{r_j}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_{ij}^2}}$	$\frac{x_{lj} - x_{kj}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_{ij}^2}}$

Źródło: opracowano na podstawie pracy K. Jajugi [6, s. 33].

LITERATURA

- [1] Abrahamowicz M.: *Konstrukcja syntetycznych mierników rozwoju w świetle twierdzenia Arrowa*. Wrocław: AE 1985. Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu nr 311.
 [2] Ackoff R.L.: *Decyzje optymalne w badaniach stosowanych*. Warszawa: PWN 1969.

- [3] Anderberg M.R.: *Cluster Analysis for Applications*. New York, San Francisco, London: Academic Press 1973.
- [4] Borys T.: *Kategoria jakości w statystycznej analizie porównawczej*. Wrocław: AE 1984. Prace Naukowe AE we Wrocławiu nr 284. Seria: Monografie i opracowania nr 23.
- [5] Grabiński T.: *Wielowymiarowa analiza porównawcza w badaniach dynamiki zjawisk ekonomicznych*. Kraków: AE 1984. Zeszyty Naukowe AE w Krakowie. Seria specjalna: Monografie nr 61.
- [6] Jajuga K.: *Metody analizy wielowymiarowej w ilościowych badaniach przestrzennych*. Wrocław: AE 1981 (praca doktorska).
- [7] Kaufman L., Rousseeuw P.J.: *Finding Groups in Data: an Introduction to Cluster Analysis*. New York: Wiley 1990.
- [8] Kinnear T.C., Taylor J.R.: *Marketing Research. An Applied Approach*. New York: McGraw-Hill 1991.
- [9] Milligan G.W., Cooper M.C.: *A study of standardization of variables in cluster analysis*. „Journal of Classification” 1988 No. 2 (181-204).
- [10] Nowak E.: *Metody taksonomiczne w klasyfikacji obiektów społeczno-gospodarczych*. Warszawa: PWE 1990.
- [11] Pocięcha J.: *Statystyczne metody segmentacji rynku*. Kraków: AE 1986. Zeszyty Naukowe AE w Krakowie. Seria specjalna: Monografie nr 71.
- [12] Steczkowski J., Zeliaś A.: *Statystyczne metody analizy cech jakościowych*. Warszawa: PWE 1981.
- [13] Stevens S.S.: *Measurement, psychophysics and utility*. W: C.W. Churchman, P. Ratoosh (eds): *Measurement: Definitions and Theories*. New York: Wiley 1959.
- [14] Walesiak M.: *Syntetyczne badania porównawcze w świetle teorii pomiaru*. „Przegląd Statystyczny” 1990 z. 1-2 (37-46).
- [15] Walesiak M.: *Statystyczna analiza wielowymiarowa w badaniach marketingowych*. Wrocław: AE 1993. Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu nr 654. Seria: Monografie i opracowania nr 101.
- [16] Wiśniewski J.W.: *Korelacja i regresja w badaniach zjawisk jakościowych na tle teorii pomiaru*. „Przegląd Statystyczny” 1986 z. 3 (239-248).

PERMISSIBLE DATA TRANSFORMATIONS IN MARKETING RESEARCH FROM THE POINT OF VIEW OF SCALES OF MEASUREMENT

Summary

From the point of view of various scales of measurement, the author considers the following problems of data analysis in marketing research:

- a) transformation of scales of measurement,
- b) normalization of values of variables.