

Metoda DEA w analizie jednostek produkcyjnych

Joanicjusz Nazarko, Ireneusz Jakuszewicz, Joanna Urban

Wprowadzenie

Gospodarka rynkowa wymusza na przedsiębiorcach podejmowanie działań zwiększających ich produktywność, tj. sprawność działania, umiejętność osiągnięcia celów, realizacji strategii i zadań poprzez wzrost sprawności marketingu, produkcji, finansów i zarządzania, mierzona relacją nakładów do efektów¹. W dynamicznie zmieniających się warunkach funkcjonowania współczesnych przedsiębiorstw decydującego znaczenia w ich efektywnym zarządzaniu nabiera informacja. Problemem staje się jednak nie pozyskiwanie informacji z otoczenia, lecz ich analiza.

Poszukuje się nowych, bardziej trafnych metod analitycznych, które ułatwią decydom podejmowanie właściwych decyzji. Z tego miejsca obserwuje się duże zainteresowanie metodami benchmarkingowymi, pozwalającymi na porównanie własnej działalności z wynikami innych przedsiębiorstw. Ocena taka umożliwia wskazanie efektywnego przedsiębiorstwa, a tym samym wskazanie poziomu możliwego do uzyskania w danym sektorze.

Jedną z metod realizującą te zadania jest Data Envelopment Analysis (DEA).

3.1. Pojęcie produktywności

Pojęcie produktywności i jej pomiar jest zagadnieniem złożonym, niejednoznacznie interpretowanym w literaturze. Problematyka oddziaływania produktywności na wzrost gospodarczy została zauważona w Stanach Zjednoczonych na początku XX wieku. W ciągu kilkudziesięciu kolejnych lat badania nad produktywnością podjęto w krajach Europy i Azji. Osiągnięcia Japonii w tej dzied-

¹ Pawłowski J., *Metodyka oceny efektywności finansowej przedsięwzięć gospodarczych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 2004, s. 32–34.

dzinie zaskutkowały radykalną transformacją jej gospodarki i tym samym stwożeniem czołowej gospodarki światowej.

Obecnie produktywność została uznana za jedyne źródło wzrostu ekonomicznego, postępu społecznego i poprawy poziomu życia². Traktowana jest jako stan świadomości ciągłej poprawy, niezależnie od aktualnego stanu. Odnosi się do wszelkich rodzajów działalności: produkcji dóbr, działalności usługowej, administracji, przetwarzania informacji itd. Może być rozpatrywana na różnych płaszczyznach: gospodarki narodowej, sektora, regionu gospodarczego, przedsiębiorstwa, a nawet pojedynczych stanowisk pracy.

Produktywność wyraża relację produktu do poniesionego nakładu. Obejmuje wszystkie wysiłki stanowiące wkład przedsiębiorstwa w osiągnięcie rezultatów, a wyklucza czynniki niekontrolowane. Zadaniem jest optymalizacja działań gospodarczych przy uwzględnieniu czynników ludzkich i społecznych^{3,4}.

W przedsiębiorstwach analizowane są różnorodne zestawienia wskaźników dla potrzeb oceny działalności. Uwagę skupia się głównie na kondycji finansowej, wylicza się wskaźniki rentowności czy płynności finansowej. Nie zwraca się natomiast uwagi na produktywność. Nie wykorzystuje się tym samym dużych możliwości płynących z jej analizy. Tymczasem ocena produktywności stanowi uzupełnienie standardowej analizy finansowej przedsiębiorstwa dla potrzeb decyzyjnych. Wskaźniki z tej grupy mają charakter „wczesnego ostrzegania”, pomagają ujawnić korzystne lub niekorzystne relacje w działalności przedsiębiorstwa, zanim znajdą one swoje odzwierciedlenie w wynikach finansowych. Ponadto porównanie produktywności własnej z wynikami uzyskiwanymi przez konkurentów daje obraz kondycji firmy na tle danego sektora⁵. Na rysunku 1 przedstawiono ujęcie produktywności jako miarę efektywności działania systemu.

Obserwacja, ocena i analiza produktywności daje obraz efektywności wykorzystania wszystkich zasobów przedsiębiorstwa. Umożliwia identyfikację słabych obszarów działania, formułowanie planów strategicznych, powiązanie polityki płacowej z produktywnością jednostek organizacyjnych⁶. Analiza na różnych poziomach jest efektywnym narzędziem podejmowania decyzji. Aby jednak przedsiębiorstwo mogło skutecznie kontrolować swoją produktywność oraz świadomo-

² Kosieradzka A., Lis S., *Programowanie poprawy produktywności*, Instytut Organizacji i Zarządzania w Przemysle ORGMASZ, Warszawa 1998.

³ Haus B., *Czynniki wzrostu produktywności przedsiębiorstwa*, [w:] *Strategie wzrostu produktywności firmy. Materiały konferencji naukowej*, red. A. Stabryła, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków 2000, s. 219.

⁴ Pawlak W.R., *Produktywność. Podstawy*, Dom Wydawniczy BELLONA, Warszawa 1995, s. 1.

⁵ Kosieradzka A., *Ocena i analiza produktywności w przedsiębiorstwie*, [w:] *Strategie wzrostu produktywności firmy. Materiały konferencji naukowej*, red. A. Stabryła, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków 2000, s. 285.

⁶ Kosieradzka A., Lis S., *Programowanie poprawy produktywności*, Instytut Organizacji i Zarządzania w Przemysle ORGMASZ, Warszawa 1998.

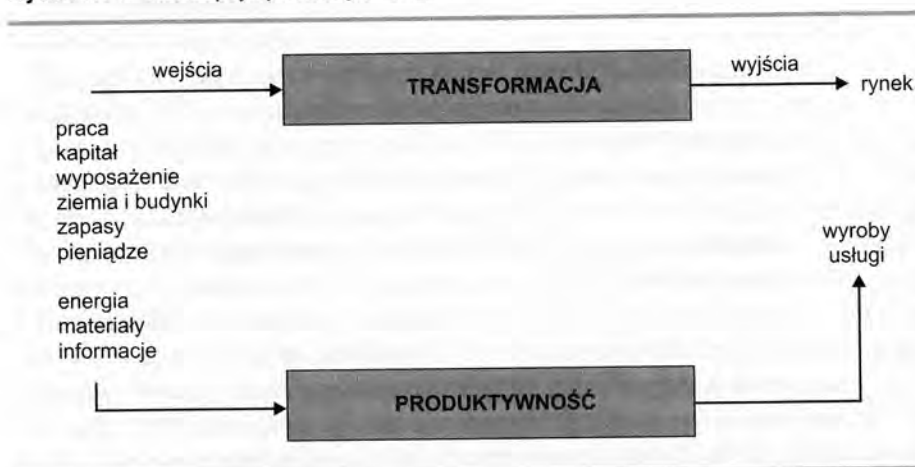
nie oddziaływać w kierunku jej zwiększania, musi dysponować odpowiednim narzędziem jej oceny. Jest wiele różnych mierników produktywności. Wybór zależy od czynników techniczno-organizacyjnych, składających się na specyfikę przedsiębiorstwa, zamierzeń analizy i posiadanych danych. Posługując się definicją produktywności, można ogólnie określić:

$$Pr = \frac{P_c}{N}$$

gdzie:

P_c – produkt całkowity,
 N – wielkość nakładów.

Rysunek 1. Koncepcja produktywności



Źródło: S. Smoleński, *Zarządzanie produktywnością w przedsiębiorstwie*, Oficyna Wydawnicza Ośrodka Postępu Organizacji, Bydgoszcz 2000, s. 79.

Zmiany wskaźnika mogą być odzwierciedleniem zmian kapitału, produkcji lub błędów pomiaru. Również zmiana efektywności stanowisk pracy powoduje zmiany poziomu produktywności.

Dynamikę zmian mierzy się poprzez porównanie wskaźników w czasie. Porównanie wskaźników z osiąganymi przez konkurentów w branży umożliwia identyfikację pozycji przedsiębiorstwa. Wielokryterialną analizę porównawczą można uzyskać stosując metodę DEA.

3.2. Prezentacja metody DEA

Pierwsza próba systematyzacji badań nad produktywnością została dokonana w 1957 roku przez brytyjskiego ekonomistę M.J. Farrella, który oparł swe założenia na pracach Debreu (1951) i Koopmansa (1951)⁷. Wskazał on duże znaczenie analiz produktywności dla gospodarki, jednocześnie z uwagi na brak odpowiedniej skali porównawczej, poddając w wątpliwość znaczenie oraz sens metod stosowanych uprzednio do tych celów. Jako rozwiązanie podał stworzoną przez siebie koncepcję granicy efektywności, *best practise frontier*, będącą technologiczną granicą możliwości produkcyjnych osiągalnych dla danej jednostki decyzyjnej⁸.

Na badaniach Farrella oparli swe założenia A. Charnes, W.W. Cooper, A. Rhodes, prezentując w 1978 roku metodę Data Envelopment Analysis⁹. Metodą DEA wyznacza się jednostkę efektywną spośród badanych i do niej odnosi się wyniki pozostałych, generując przy tym ranking jednostek. Obiektami analizy są tzw. jednostki decyzyjne, *Decision Making Units* – DMU. Mogą to być jednostki usługowe, produkcyjne, handlowe, a także jednostki sektora publicznego. Zbiór DMU nie jest ściśle określony, w analizie można uwzględnić dowolne jednostki zdolne przekształcić nakłady w efekty.

Przedmiotem analizy jest efektywność, bądź produktywność, z jaką DMU przekształcają posiadane nakłady w efekty. Metoda uwzględnia czynniki środowiskowe w otoczeniu jednostki, co pozwala na zredukowanie czynników losowych. Dzięki temu można uznać metodę za obiektywną, przy czym pozwala wydobyć z jednostek jej mocne strony poprzez zastosowanie wag dla czynników i ich optymalizację odrębnie dla każdej jednostki.

DEA powstała w celu przewyżczenia wad metod parametrycznych, tzn. nie wymaga przedstawienia funkcyjnej zależności między nakładami a efektami. Ponadto nie wymaga założenia a priori, jaką postać przyjmie granica efektywności, gdyż określa to w trakcie badania.

Graficzną prezentacją rezultatów metody jest częściowo liniowa funkcja, łącząca w pełni efektywne jednostki (rys. 2). Pełna efektywność jest osiągnięta wówczas, gdy żadnego wejścia i wyjścia nie da się zwiększyć, bez zmniejszania innego (definicja Pareto-Koopmans). DMU znajdujące się poniżej tej funkcji

⁷ Ramanathan R., *An Introduction to Data Envelopment Analysis. A Tool for Performance Measurement*, Sage Publications, New Delhi 2003, s. 25.

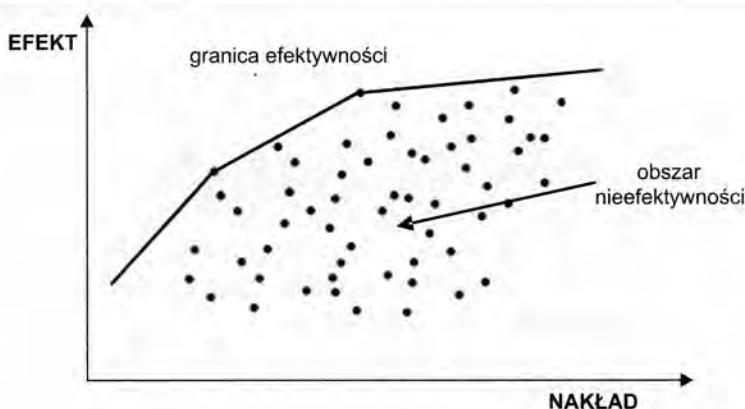
⁸ Gospodarowicz M., *Procedury analizy i oceny banków*, Materiały i Studia, Narodowy Bank Polski, Departament Analiz i Badań, Zeszyt nr 103, Warszawa 2000, s. 28.

⁹ Ramanathan R., *An Introduction to Data Envelopment Analysis. A Tool for Performance Measurement*, Sage Publications, New Delhi 2003, s. 25.

uznane są za nieefektywne. Im dalej położone są od granicy efektywności, tym bardziej nieefektywne¹⁰.

Metoda DEA jest szeroko badana i rozwijana na świecie. O popularności tej metody świadczy różnorodność jednostek gospodarczych, dla których stosowano metodę, takich jak szkoły, szpitale, uniwersytety, miasta, sądy, firmy i inne, także państwa i regiony¹¹. W Polsce metodę zastosowano ją m.in. przy całościowej ocenie efektywności polskich banków¹².

Rysunek 2. Graficzna prezentacja wyników metody DEA



Źródło: Opracowanie własne na podstawie: E. Thanassoulis, *Introduction to the theory and application of data envelopment analysis*, Kluwer Academic Publisher, Boston 2003.

W metodzie DEA bierze się pod uwagę n jednostek decyzyjnych, które produkują efekty przy wykorzystaniu określonych nakładów. Można zastosować układ wielowymiarowy i przyjąć wieloczynnikowość nakładów i efektów. Produktywność dla DMU w metodzie DEA ogólnie mierzy się jako iloraz ważonej sumy wejść do ważonej sumy wyjść¹³. Wynikiem jest wskaźnik z przedziału

¹⁰ Cooper W.W., Seiford L.M., Zhu J., *Data envelopment analysis: History, Models and Interpretations*, [in:] *Handbook on Data Envelopment Analysis*, eds W.W. Cooper, L.M. Seiford and J. Zhu, Chapter 1, 1–39, Kluwer Academic Publishers, Boston 2004, p. 3–4.

¹¹ Cooper W.W., Seiford L.M., Zhu J., *Data envelopment analysis: History, Models and Interpretations*, [in:] *Handbook on Data Envelopment Analysis*, eds W.W. Cooper, L.M. Seiford and J. Zhu, Chapter 1, 1–39, Kluwer Academic Publishers, Boston 2004, p. 3–4.

¹² Pawłowska M., *Wpływ zmian w strukturze polskiego sektora bankowego na jego efektywność w latach 1997–2002 (podejście nieparametryczne)*, „Bank i Kredyt”, listopad–grudzień 2003, s. 54.

¹³ Ramanathan R., *An Introduction to Data Envelopment Analysis. A Tool for Performance Measurement*, Sage Publications, New Delhi 2003, s. 25.

$\langle 0, 1 \rangle$. Optymalizacji wag dla każdej jednostki oddzielnie dokonuje się poprzez wyznaczenie zadania programowania liniowego.

$$P = \frac{\sum_r^r u_r y_{ro}}{\sum_i^i v_i x_{io}}$$

gdzie

$$\frac{\sum_r^r u_r y_{ro}}{\sum_i^i v_i x_{io}} \leq 1 \quad \text{dla } j=1, \dots, n,$$

$$u_j, v_i \geq \varepsilon > 0$$

W analizach ekonomicznych ma się do czynienia zwykle z dużym zbiorem zmiennych wpływających na badane zjawisko. Powstaje problem odpowiedniej klasyfikacji zastosowanych charakterystyk do grupy nakładów i efektów. Zależy to w dużym stopniu od celu analizy, a następnie wyboru modelu. W metodzie DEA wyróżnia się wiele modeli, zgodnie z kryterium orientacji oraz kryterium efektów skali¹⁴. Pierwszy model przedstawiony został przez autorów metody, tzw. pierwotny model zorientowany CCR (*Charnes, Cooper, Rhodes*). Wyróżnia się dwa rodzaje: maksymalizujący efekty oraz minimalizujący nakłady. Oba modele opierają się na klasycznej definicji, różnią się postacią funkcji celu. Modele CCR odnoszą się do stałego efektu skali. W praktyce firmy osiągają korzyści lub niekorzyści skali, odpowiednio gdy koszty spadają lub rosną. Model CCR był więc niewystarczający do opisu zagadnień zmiennych efektów skali. Modyfikacja, poprzez wprowadzenie zmiennego efektu skali, nastąpiła w modelach BCC (*Banker, Charnes, Cooper*). Zmienne efekty skali zawarte zostały w modelach addytywnych. Modele multiplikatywne pozwalają na jednoczesną minimalizację nakładów i maksymalizację efektów. Pomiar produktywności polega na obliczeniu odległości badanej jednostki decyzyjnej od krzywej. Obliczenie miary produktywności nie informuje o typie skali produkcji, które wykazuje badana jednostka decyzyjna, tzn. czy jest ona mała czy duża. Za pomocą modeli BCC możliwa jest jedynie identyfikacja rodzaju efektów skali.

Modele CCR i BCC zorientowane są jednostronnie, na nakłady lub na efekty. Obie orientacje w pojedynczym modelu zostały zastosowane w modelach addytywnych. Jednocześnie minimalizuje się nakłady i maksymalizuje efekty. Modele multiplikatywne wprowadzone zostały, by wyeliminować wrażliwość modeli

¹⁴ Coelli T., Rao D.S.P., Battese G.E., *An introduction to efficiency and productivity analysis*, Kluwer Academic Publisher, Boston 1998.

liniowych na wartości skrajne. Pomija się nierealistyczne, ujemne wartości nakładów i efektów.

Wybór modelu i zastosowanie oraz interpretacja wyników jest końcowym etapem analizy. Przedtem dokonuje się wyboru obiektów analizy i warunków ich działania, żeby następnie określić najpełniej czynniki analizy. Jednostki decyzyjne to jednostki zdolne do generowania efektów. Grupa powinna być możliwie jednorodna co do celu działalności, warunków rynkowych oraz czynników charakteryzujących działalność, z wyjątkiem różnic w rozmiarze i intensywności ich zastosowania. Wybór grupy badanych jednostek powinien zatem z jednej strony uwzględniać organizacyjne, fizyczne i regionalne różnice między jednostkami, natomiast z drugiej dbać o zwartość danych.

Drugim etapem jest określenie czynników analizy. Faza ta obejmuje wyszukiwanie i zestawienie wszelkich czynników, które w jakikolwiek sposób wpływają na efektywność bądź produktywność jednostek decyzyjnych. Przede wszystkim zmienne opisujące nakłady i efekty, w dalszej kolejności o zmienne jakościowe i nieciągłe. Lista czynników zazwyczaj jest długa i konieczne jest określenie, które z czynników mają rzeczywiste znaczenie dla analizy. Dalej następuje przyporządkowanie poszczególnych czynników do zbioru nakładów lub efektów, o czym decyduje przede wszystkim sformułowanie celu badawczego. Bardzo ważne jest uwzględnienie czynników środowiskowych wynikających z otoczenia jednostki decyzyjnej. Czasem ta grupa czynników ma kluczowy wpływ na wyniki analizy.

3.3. Przykład

Analizie poddano zbiór 33 obiektów (jednostek z sektora energetycznego) opisanych za pomocą trzech zmiennych wejściowych, jednej zmiennej wyjściowej i zmiennej środowiskowej.

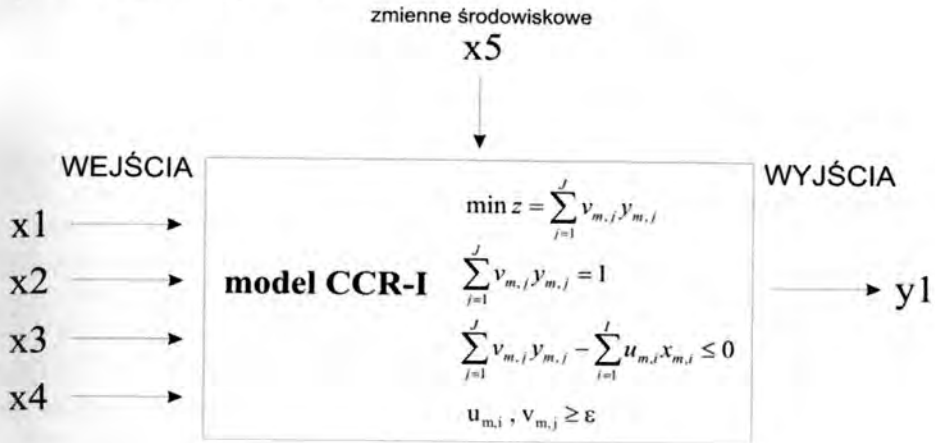
Tabela 1. Zmienne w modelu

Zmienne wejściowe	Zmienne wyjściowe	Zmienne środowiskowe
<ul style="list-style-type: none"> – majątek ogółem – przeciętne zatrudnienie – liczba odbiorców w sieci – energia wprowadzona do sieci 	<ul style="list-style-type: none"> – przychody ze sprzedaży 	<ul style="list-style-type: none"> – gęstość powierzchniowa odbiorców w sieci

Źródło: Opracowanie własne.

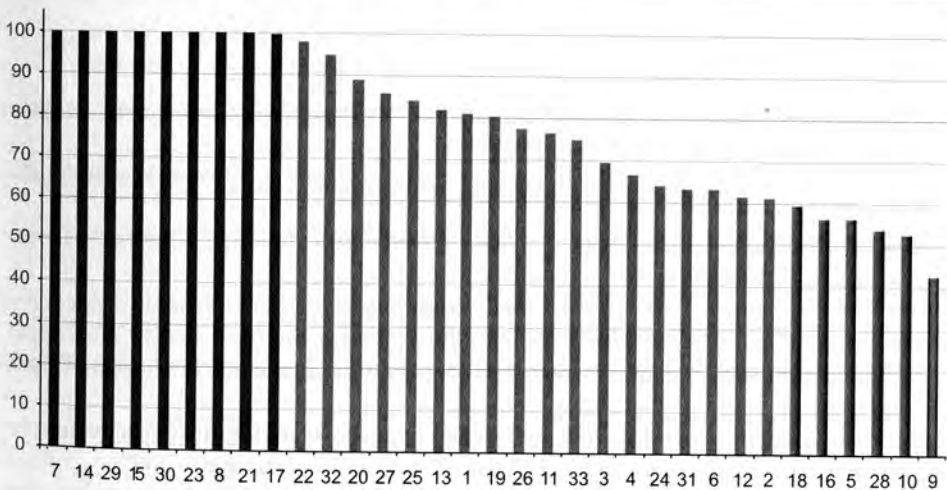
Zastosowano model CCR zorientowany na nakłady (rys. 3). Na tej podstawie wyznaczono względną efektywność (produktywność) i ustalono ranking. W wyniku analizy dokonano klasyfikacji jednostek produkcyjnych i nieprodukcyjnych.

Rysunek 3. Parametry analizowanego modelu



Źródło: Opracowanie własne.

Rysunek 4. Graficzne przedstawienie wyników analizy obiektów



Źródło: Opracowanie własne.

Po wyznaczeniu wskaźników efektywności, ustalono względną efektywność (produktywność) w odniesieniu do najlepszych wyników (rys. 4). Dziewięć obiektów z badanych wykazało efektywność. Ustalono jaką nieefektywność wykazują pozostałe obiekty względem najlepszych. Nieefektywność większą niż 50% zaobserwowano u jednej jednostki. Trudno jednak jednoznacznie określić, w którym

momencie poziom ten można uznać za krytyczny. Szczegółowe wnioski, odnośnie wyników, można sformułować, uwzględniając dodatkowo analizę sektora spółek energii elektrycznej. Należy jednak podkreślić, że przykład został wybrany dla zaprezentowania zastosowania metody, w związku z tym analizy tej w artykule nie przedstawiono.

Podsumowanie

W artykule zaprezentowano metodę DEA jako możliwą do zastosowania w procesie oceny gospodarowania nakładami w jednostkach produkcyjnych. Określenie relacji efektów i nakładów, przy dużej liczbie zmiennych opisujących swoistość działania DMU, nastęrcza niekiedy trudności decydom. Metoda DEA jako narzędzie do realizacji tych zadań w znacznym stopniu ułatwia proces podejmowania decyzji, dodatkowo służy analizie porównawczej. Przedstawione w artykule wyniki badań, chociaż o ograniczonym zakresie, wskazują, że krajowe spółki energii elektrycznej są zróżnicowane pod względem efektywności. Świadczy to o tym, że w poszczególnych jednostkach tkwią rezerwy poprawy ich efektywności.

Bibliografia

- Coelli T., Rao D.S.P., Battese G.E., *An introduction to efficiency and productivity analysis*, Kluwer Academic Publisher, Boston 1998.
- Cooper W.W. [et al.], *Handbook on data envelopment analysis*, Kluwer Academic, Boston 2004.
- Cooper W.W., Seiford L.M., Tone K., *Data Envelopment Analysis*, Kluwer Academic Publisher, Boston 2000.
- Cooper W.W., Seiford L.M., Zhu J., *Data envelopment analysis: History, Models and Interpretations*, [in:] *Handbook on Data Envelopment Analysis*, eds W.W. Cooper, L.M. Seiford and J. Zhu, Chapter 1, 1–39, Kluwer Academic Publishers, Boston 2004.
- Gospodarowicz M., *Procedury analizy i oceny banków*, Materiały i Studia, Narodowy Bank Polski, Departament Analiz i Badań, Zeszyt nr 103, Warszawa 2000.
- Haus B., *Czynniki wzrostu produktywności przedsiębiorstwa*, [w:] *Strategie wzrostu produktywności firmy. Materiały konferencji naukowej*, red. A. Stabryła, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków 2000.
- Kosieradzka A., *Ocena i analiza produktywności w przedsiębiorstwie*, [w:] *Strategie wzrostu produktywności firmy. Materiały konferencji naukowej*, red. A. Stabryła, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Krakowie, Kraków 2000.
- Kosieradzka A., Lis S., *Programowanie poprawy produktywności*, Instytut Organizacji i Zarządzania w Przemysle ORGMASZ, Warszawa 1998.

- Nazarko J., Chrałołowska J., *Benchmarking w ocenie efektywności krajowych spółek dystrybucyjnych energii elektrycznej*, Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu, Taksonomia, Nr 12, 2005.
- Pawlak W.R., *Produktywność. Podstawy*, Dom Wydawniczy BELLONA, Warszawa 1995.
- Pawłowski J., *Metodyka oceny efektywności finansowej przedsięwzięć gospodarczych*, Wydawnictwo Uniwersytetu Łódzkiego, Łódź 2004.
- Pawłowska M., *Wpływ zmian w strukturze polskiego sektora bankowego na jego efektywność w latach 1997–2002 (podejście nieparametryczne)*, „Bank i Kredyt”, listopad–grudzień 2003.
- Ramanathan R., *An Introduction to Data Envelopment Analysis. A Tool for Performance Measurement*, Sage Publications, New Delhi 2003.
- Thanassoulis E., *Introduction to the theory and application of data envelopment analysis*, Kluwer Academic Publisher, Boston 2003.

DEA method for analysis of the production units

Abstract – The purpose of this paper is to demonstrate the utility of Data Envelopment Analysis (DEA) in the evaluation of the production units. This is followed by a description of the productivity theory and DEA method. The current study is illustrated with an example.

Key words: Data Envelopment Analysis, decision making units, productivity.